

# QAOA 기반 SK 문제에서 Zero-Noise Extrapolation 성능 비교 분석

김보선, 손일권, 배광일, 송우영, 이원혁

한국과학기술정보연구원

{boseon12, d2estiny, kibae, wysong, livezone}@kisti.re.kr

## Performance Comparison of Zero-Noise Extrapolation for QAOA-based SK Model

Boseon Kim, IlKwon Sohn, Kwangil Bae, Wooyeong Song, Wonhyuk Lee

Korea Institute of Science and Technology Information.

### 요약

양자컴퓨팅 기술의 발전으로 NISQ(Noisy Intermediate-Scale Quantum) 장치를 활용하여 최적화 문제를 다룰 수 있는 대표적인 후보 중 하나인 QAOA(Quantum Approximate Optimization Algorithm) 알고리즘에 관한 연구가 활발히 진행되고 있다. 본 논문에서는 QAOA 기반 Sherrington-Kirkpatrick (SK) 문제에서 ZNE(Zero-Noise Extrapolation) 성능 분석을 통해 회로 깊이( $p$ ) 증가에 따른 노이즈 영향력과 다양한 외삽 기법 성능을 비교 분석하였다. 시뮬레이션 결과, 모든 실험 구간에서 ZNE 적용 시 오류 완화 전 대비 유의미한 에너지 기댓값 개선이 관찰되었다. 특히  $p=7$ 에서는 Exponential 외삽 기준 -10.52의 성능을 보이지만,  $p=9$ 에서는 성능이 크게 저하되는 임계점을 확인하였다. 이러한 결과는 기존 외삽을 넘어 알고리즘의 특성이나 연산 특성을 고려한 정교한 맞춤형 오류 완화 방법론 연구가 필수적임을 시사하며, 이는 양자 알고리즘의 실용적 가치를 증명하고, 양자 최적화 기술의 상용화를 위한 핵심 연구 기반이 될 것으로 기대된다.

### I. 서론

최근 NISQ(Noisy Intermediate-Scale Quantum) 장치를 활용한 복잡한 최적화 문제 해결을 위한 연구가 활발하게 이어지고 있다. 특히 QAOA(Quantum Approximate Optimization Algorithm)는 변분 알고리즘으로 최적화 문제를 다룰 수 있는 대표적인 접근 방법이다. 알고리즘 레이어 수( $p$ )를 늘리면 이상적으로 최적해에 근접하지만, 실제 양자 하드웨어에서는 회로 깊이가 커져 게이트 오류 및 디코히어런스가 누적되어 성능이 저하될 수 있다. 이러한 양자 하드웨어 한계를 극복하고 QAOA의 이론적 장점을 실현하기 위해, 연산 결과의 신뢰성을 보장할 수 있는 정교한 오류 완화 기술이 필요하다.

양자 오류 완화(Quantum Error Mitigation, QEM) 기법은 추가 큐비트 오버헤드 없이 NISQ 환경에서 기댓값의 정확도를 개선할 수 있는 현실적인 접근으로 주목받고 있다. 다양한 QEM 기법 중 Zero-Noise Extrapolation(ZNE)은 동일한 회로를 서로 다른 노이즈 강도에서 실행한 뒤, 그 결과값들을 노이즈가 없는 한계점으로 외삽하여 이상적인 기댓값을 추정하는 방식이다. ZNE는 구현이 상대적으로 용이하며, 회로 폴딩 등을 통한 노이즈 스케일링과 다양한 수학적 외삽 모델을 유연하게 적용할 수 있다.

본 논문에서는 QAOA 기반 Sherrington-Kirkpatrick(SK) 문제에서 ZNE를 적용했을 때의 에너지 기댓값 변화를 분석한다. 구체적으로 QAOA의  $p$ 를 변화시키며, 회로 깊이 증가에 따른 노이즈 영향력을 확인하고, Linear, Richardson, Exponential 외삽 기법이 오류 완화 성능에 미치는 효과를 비교 분석한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 QAOA와 ZNE의 이론적 배

경을 소개하고, 3장에서는 시뮬레이션을 통해 레이어 수와 외삽 기법에 따른 성능 분석 결과를 제시한다. 마지막으로 4장에서는 연구 내용을 요약하고, 연구 확장 가능성을 제시한다.

### II. 관련 연구

#### i. Quantum Approximate Optimization Algorithm

QAOA는 조합 최적화 문제를 해결하기 위한 대표적인 변분 양자 알고리즘(Variational Quantum Algorithm)의 대표적인 예시이다. 이 알고리즘은 비용 해밀토니안( $H_C$ )과 믹서 해밀토니안( $H_B$ )을 교대로  $p$ 번 적용하는 파라미터화된 양자 회로로 구성되며, 측정된 기댓값을 최소화하는 파라미터( $\gamma, \beta$ )를 갱신하는 하이브리드 알고리즘이다[1]. 즉, 해결하고자 하는 문제의 목적 함수를 인코딩한  $H_C$ 를 통해 계산 기저 상태들에 위상을 부여하는 위상 분리 과정을 거친 뒤,  $H_B$ 를 적용하여 상태 간 전이 및 간섭을 유도하는 혼합 과정을 수행함으로써 최적해에 근사한다.

QAOA는 다음과 같은 반복 루프를 통해 작동한다. 첫째, 모든 상태가 동일한 확률로 중첩 상태를 만든다. 둘째, 두 연산자  $U(H_C, \gamma_i)$ 와  $U(H_B, \beta_i)$ 를 교대로  $p$ 회 적용한다( $1 \leq i \leq p$ ). 이론적으로  $p$ 가 증가할수록 최적해에 근사한다. 셋째, 양자 회로를 측정하여 목적 함수  $H_C$ 의 에너지 기댓값을 산출한다. 넷째, 에너지 기댓값을 최소화하는 새로운 파라미터  $\gamma, \beta$  값을 탐색하고, 두 번째 과정으로 파라미터를 업데이트한다. 본 연구에서는 ZNE의 오류 완화 성능 평가를 위해, SK 모델을 대상으로 시뮬레이션을 수행한다.

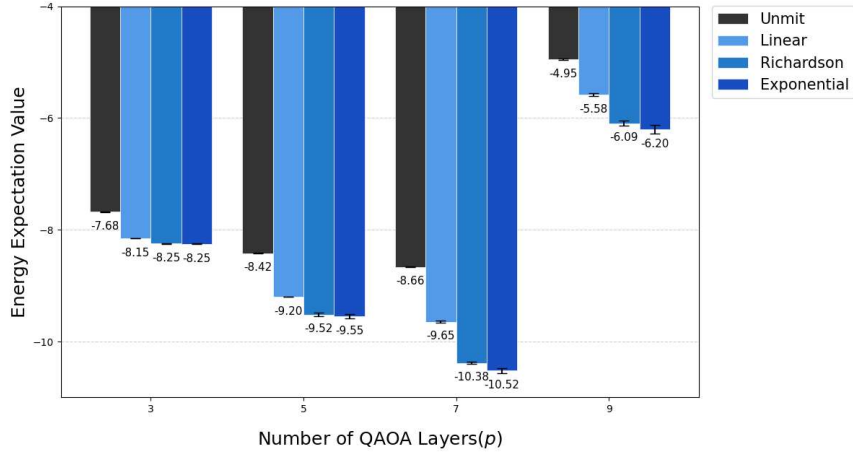


그림 1 QAOA 레이어 수( $p$ ) 및 외삽 기법에 따른 에너지 기댓값 비교 분석

## ii. Zero-Noise Extrapolation

ZNE는 대표적인 QEM 기법으로 양자 회로를 의도적으로 여러 노이즈 강도에서 실행한 후, 측정된 결과값들을 바탕으로 노이즈가 없는 한계점으로 외삽하여 기댓값을 추정하는 방식이다. ZNE는 다음과 같은 프로세스를 따른다[2]. 첫째, 노이즈 강도를  $\lambda$ 배로 키운 회로를 만든다. 주로 Unitary folding ( $U \rightarrow UU^\dagger U$ )을 사용하여, 회로의 논리적 구조는 유지하되 게이트 수를 늘려 노이즈를 의도적으로 증폭한다. 둘째, 증폭된 각 노이즈 강도( $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$ )에서 기댓값을 반복 측정한다. 측정된 기댓값( $E(\lambda_1), E(\lambda_2), E(\lambda_3), \dots$ )을 수학적 모델에 피팅하여, 노이즈가 0인 지점의 기댓값을 추정한다.

본 연구에서 채택한 세 가지 외삽 기법은 다음과 같다. 최소한의 데이터 포인트만을 요구하는 Linear 기법은  $E(\lambda) = a\lambda + b$ 로 계산 효율성이 좋다. 반면, Richardson 기법은  $E(\lambda) = \sum_{n=0}^k a_n \lambda^n$ 으로 고차 다항식 피팅을 통해 오차항을 순차적으로 소거함으로써 Linear 기법보다 체계적인 오차 제거가 가능하다. 노이즈 강도에 따른 관측값 변화를 지수함수 형태로 피팅하는 Exponential 기법은  $E(\lambda) = a + be^{-c\lambda}$ 로 감쇠형 데이터에 대해 외삽 성능이 우수할 수 있다.

## III. 본론

본 연구에서는 17큐비트 QAOA 기반 SK 문제에서 ZNE의 성능을 분석하기 위해 IBM Aersimulator를 활용하여 시뮬레이션을 수행하였다. ZNE 구현을 위해 Unitary folding 기법으로 노이즈 강도를  $\lambda = 1, 3, 5$ 의 세 지점으로 증폭하였으며, 각 레이어 수  $p \in \{3, 5, 7, 9\}$ 에서 5회 반복 실행을 통해 도출된 에너지 기댓값의 평균과 표준편차를 산출하여 통계적 신뢰성을 확보하였다.

그림 1은 QAOA 레이어 수  $p$ 와 ZNE 외삽 기법에 따른 에너지 기댓값의 변화를 시각화한다. 보정 전 원본 데이터인 Unmit을 기준으로 Linear, Richardson, Exponential 기법을 적용한 결과, 모든 시뮬레이션 구간에서 ZNE를 통한 오류 완화 효과를 볼 수 있다. 전체적으로  $p$ 가 증가할수록 에너지값이 더 낮아진다. 특히  $p = 7$  지점에서 Exponential 외삽은 -10.52의 에너지로, 보정 전 대비 약 21.4%의 개선 폭을 보였다. 하지만  $p = 9$  지점에서 에너지가 약 -6.2 수준으로 급격히 상승하는데, 이는 회로 깊이가 일정 수준을 초과하면 레이어 추가로 인한 이론적 이득보

다 오류 누적 작용이 큼을 의미한다. 마지막으로 같은 데이터에서도 외삽 기법에 따라 추정 기댓값이 다른 것을 알 수 있다. 세 가지 기법 모두 전 구간에서 보정 전 대비 개선을 보였지만, Exponential이 전 구간에서 가장 낮은 에너지값을 제공했다.

시뮬레이션에서 관측된 에너지 기댓값의 변화는 ZNE 기법을 통해 보정 전 대비 오류 완화 효과를 보여준다. 다만  $p$ 가 증가함에 따라 이상적인 성능 향상과 달리 특정 구간에서는 기존 외삽 기법만으로 오류를 충분히 줄이지 못할 수 있다.

## IV. 결론

본 연구는 NISQ 환경에서 QAOA 기반 SK 문제를 대상으로 ZNE의 성능을 비교하고, 레이어 수  $p$  변화에 따라 세 가지 외삽 기법들의 오류 완화 효과를 분석하였다. 시뮬레이션 전 구간에서 ZNE를 적용한 경우가 보정 전보다 더 낮은 에너지값을 보여, 오류 완화 효과를 관찰하였다. 그러나  $p = 9$ 에서 약 -6.2 수준의 에너지 상승은 특정 구간에서는 이상적인 성능 향상과 달리 기존 외삽 기법으로 충분히 보정하기 어려움을 나타낸다. 연산 특성과 회로의 대칭성을 고려한 알고리즘 특화형 오류 완화 방법론에 관한 연구가 필요하다. 이를 통해 양자 최적화 기술의 상용화와 양자 알고리즘의 실질적 효용성을 입증하기 위한 핵심 연구가 될 것으로 기대된다.

## ACKNOWLEDGMENT

본 연구는 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 국가과학기술연구회 창의형 융합연구사업(No. CAP22053-000) 및 한국과학기술정보연구원(KISTI)의 기본사업(No.(KISTI)K26L1M3C5-01)의 지원을 받아 수행되었습니다.

## 참고 문헌

- [1] Farhi, Edward, et al. "The quantum approximate optimization algorithm and the Sherrington-Kirkpatrick model at infinite size." Quantum 6 (2022): 759.
- [2] Giurgica-Tiron, Tudor, et al. "Digital zero noise extrapolation for quantum error mitigation." 2020 IEEE International Conference on Quantum Computing and Engineering (QCE). IEEE, 2020.