

피드백 GNN 기반 양자 LDPC 복호를 위한 손실함수 설계

나영준, 박호성*

전남대학교 지능전자컴퓨터공학과

201640@jnu.ac.kr, *hpark1@chonnam.ac.kr

Loss Function Design for Quantum LDPC Decoding with Feedback GNN

Youngjun Na, Hosung Park*
Chonnam National University

요약

본 논문은 양자 저밀도 패리티 채크(QLDPC) 코드의 반복 디코딩에서, 신드롬 만족만으로는 논리 코셋을 보장하지 못하는 양자 퇴화 특성을 반영한 학습 손실함수를 제안한다. BP4 실행 사이에 삽입되는 피드백 GNN을 대상으로, 채크 노드 신뢰도를 채크 결합 연산으로 정의하는 신드롬 손실과 확장 패리티 검사행렬을 이용한 퇴화 손실을 결합하여 학습하였다. 실험 결과, 제안한 결합 손실은 신드롬 손실 단독 대비 논리 오류율을 추가로 낮추며, 기존에 제안되었던 퇴화 손실 대비 안정적인 성능을 확인하였다.

I. 서론

양자 저밀도 패리티 채크(QLDPC) 코드는 패리티 검사행렬이 희소하여 복호 복잡도가 비교적 낮고, 대규모 양자 오류 정정으로 확장하기에 유리하다는 점에서 유망한 후보로 평가된다. 그러나 QLDPC는 설계 제약으로 테너 그래프에 짧은 사이클, 특히 4-사이클이 구조적으로 발생하기 쉬워 신뢰전파(Belief Propagation: BP) 기반 디코딩에서 메시지 상관이 누적되고 성능이 제한될 수 있다[1]. 이러한 한계를 완화하기 위해, BP 출력 정보를 바탕으로 입력 로그 우도비(Log Likelihood Ratio: LLR)을 조정하여 복호를 재시도하는 후처리 방식들이 제안되었다. 예를 들어 불만족 채크 정보를 이용해 섭동 방향을 강화하는 방식은, 실패 패턴을 깨뜨려 BP가 다른 해로 이동하도록 유도하는 대표적 접근이다[2]. 더 나아가 메시지 전달 과정에서 일부 안정자를 선택적으로 비활성화하여, 디코딩 그래프의 대칭성으로 인해 발생하는 정체 현상을 완화하는 기법도 연구되었다[3]. 다만 이를 방법은 휴리스틱 규칙 설계에 의존하거나, 충분한 성능을 위해 여러 번의 시도를 필요로 하여 지연이 증가할 수 있다는 한계를 가진다.

최근에는 BP 실행 사이에 그래프 신경망(GNN)을 삽입하여, 직전 BP에서 얻은 posterior LLR과 채크 신뢰도를 활용해 다음 BP의 prior LLR을 데이터 기반으로 보정하는 피드백 GNN 구조가 제안되었다[4]. 이 구조는 디코딩의 핵심 연산은 BP에 두면서도, QLDPC의 비 이상적인 디코딩 그래프(짧은 사이클, 대칭성)로 인해 발생하는 성능 저하를 학습적으로 보상한다는 점에서 의미가 있다. 특히 채크 결합(boxplus) 연산을 활용하면 BP의 채크 업데이트와 정합적인 방식으로 채크 만족도를 계산할 수 있어, 학습 손실을 디코딩 구조와 일관되게 구성할 수 있다.

한편 양자 부호는 서로 다른 오류가 동일 신드롬을 생성할 수 있는 퇴화 특성을 가지므로, 신드롬을 만족하더라도 잔여 오류가 논리 연산자 성분을 포함하면 논리 오류가 발생할 수 있다. 따라서 “신드롬 일치”만을 학습 목표

로 두면 동일 신드롬 내에서의 논리 코셋 구분이 충분히 학습되지 않을 가능성이 있다. 이를 반영하기 위해 퇴화를 직접 학습 목표에 포함하는 퇴화 인지형 손실이 제안되었으며, 이 과정에서 이진 제약을 미분 가능 형태로 완화하기 위한 sine 기반 구성을 활용되었다[5].

본 논문은 피드백 GNN 학습에서 채크 결합(boxplus) 연산 기반의 퇴화 손실을 새롭게 제안하고, 이를 기준 신드롬 손실과 결합한 다중 손실(multi-loss)로 학습하는 방법을 제시한다. 제안 퇴화 손실은 잔여 오류가 안정자 부분 공간에 속하도록 하는 퇴화 조건을, Tanner 그래프의 채크 결합 연산으로 얻은 채크 logit에 대한 BCE 형태로 구성함으로써, BP의 채크 업데이트와 정합적인 방식으로 학습 신호를 제공한다. 또한 기존의 sine 기반 퇴화 손실[5]과 동일한 구조에서 비교하여, 손실 설계가 학습 안정성과 논리 오류율에 미치는 영향을 정량적으로 분석한다.

II. 본론

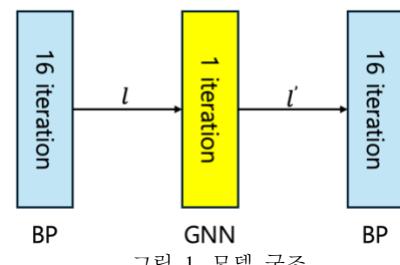


그림 1. 모델 구조

2.1. 제안 방법

본 연구는 이전 BP의 LLR(l)을 입력으로 받아 다음 BP에 사용할 LLR(l')을 출력하는 피드백 GNN을 학습한다. 그림 1은 학습 방법을 보여준다. 첫 번째 BP를 16 iteration 동안 수행 후 변수 노드(VN)의 LLR을 GNN으로 섭동하여 보정하고, 보정된 l' 를 입력으로 두 번째 BP(16 iter)를 수행하는 구조이다.

학습 손실은 두 번째 BP4 의 9~16 번째 iteration에서 매 iteration 종료 시 계산하여 모두 합산하였다. 손실은 boxplus(田) 기반으로 구성하여, 신드롬 손실과 퇴화 손실을 결합한 다중 손실을 사용한다.

신드롬 손실 L_{synd} 는 측정 신드롬 $s = (s_X, s_Z)$ 에 대해 $H_X \hat{e}_Z = s_X$ 및 $H_Z \hat{e}_X = s_Z$ (이진 연산 기준)을 만족하도록 체크 만족을 직접 유도한다. 각 체크 c_j 에서 이웃 VN 메시지의 LLR 을 boxplus 로 결합해 체크 logit h_{c_j} 를 얻고, $\sigma(h_{c_j})$ 가 목표값에 수렴하도록 이진 교차 엔트로피(BCE)를 최소화한다. 식은 다음과 같다.

$$L_{synd} = \sum_j BCE(\sigma(h_{c_j}), 1 - s_j) \quad (1)$$

퇴화 손실 L_{deg} 는 논리 코셋을 구분하기 위해 잔여 오류(실제 오류와 디코더의 추정 오류의 차이: $\hat{e} \oplus e$)가 stabilizer 부분공간에 속하도록 유도한다. 잔여오류가 안정자 부분공간에 속한다는 걸 수식으로 표현하면, 검사행렬을 확장한 $H^\perp = (H_X^\perp, H_Z^\perp)$ 에 대해 $H_X^\perp(\hat{e}_X \oplus e_X) = 0$ 및 $H_Z^\perp(\hat{e}_Z \oplus e_Z) = 0$ 이 된다[4]. 이를 구현하기 위해 H_X^\perp, H_Z^\perp 로 가상의 테너그래프를 구성하고, VN 입력 LLR 로 잔여 오류 ($\hat{e}_X \oplus e_X$, $(\hat{e}_Z \oplus e_Z)$)에 대한 LLR 을 주입한다. 해당 그래프에서 체크 노드 업데이트를 수행하여 각 체크의 로짓 h_r^X, h_r^Z 를 계산한 뒤, sigmoid 및 BCE를 적용하여 모든 체크가 만족되도록 손실을 구성했다. 전체 식은 다음과 같다.

$$L_{deg} = \sum_{r \in \text{rows}(H_X^\perp)} BCE(\sigma(h_{c_j}^X), 1) + \sum_{r \in \text{rows}(H_Z^\perp)} BCE(\sigma(h_{c_j}^Z), 1) \quad (2)$$

최종 손실은 다음과 같이 신드롬 손실과 퇴화 손실의 가중합으로 정의한다.

$$L_{total} = \lambda_{synd} L_{synd} + \lambda_{deg} L_{deg} \quad (3)$$

여기서 λ_{synd} 는 신드롬 손실의 비중을, λ_{deg} 는 퇴화 손실의 비중을 조절한다.

2.2. 성능 평가

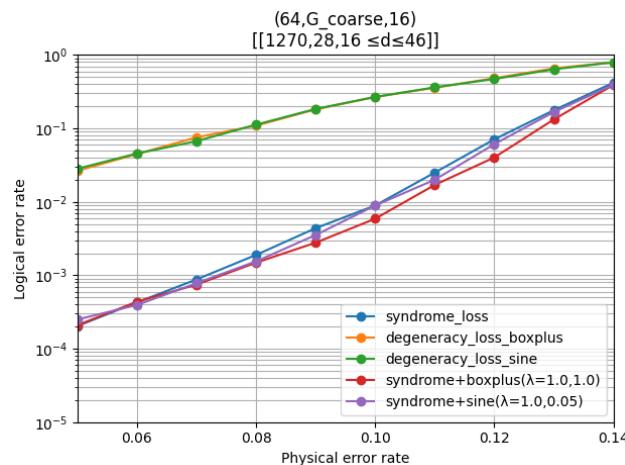


그림 2. [[1270,28]] QLDPC 코드($16 \leq d \leq 46$)에서의 논리 오류율

성능 평가는 첫 번째 BP 를 64 회의 iteration 으로 수행한 뒤 학습된 GNN 을 거쳐 수정된 l' 를 생성하고, 이 l' 을 바탕으로 두 번째 BP 를 16 회 수행하여 진행했다.

그림 2 는 depolarizing 채널에서 [[1270,28]] QLDPC 코드($16 \leq d \leq 46$)의 논리 오류율 성능을 보인다. 비교 항목은 syndrome only, degeneracy only(sine/boxplus), 그리고 syndrome+ degeneracy(sine/boxplus)이며, 다중 손실의 가중치는 boxplus 의 경우 $(\lambda_{synd}, \lambda_{deg}) = (1.0, 1.0)$, sine

의 경우 $(1.0, 0.05)$ 로 설정하였다. λ 의 비율은 최고의 성능일 때로 설정하였다. 퇴화 손실만 적용했을 땐, 체크 만족을 직접 유도하지 못해 전 구간에서 오류율이 크게 증가하였다. 반면 신드롬 손실에 퇴화 손실을 추가하면, 특히 중간 물리 오류율 구간에서 논리 오류율이 더 낮아졌다. 또한 동일한 결합 구조에서 boxplus 기반 손실은 sine 기반 손실 대비 전반적으로 더 안정적이며 낮은 오류율을 보였다.

III. 결론

본 논문은 QLDPC 디코딩을 위한 피드백 GNN 학습에서, 체크 연산 기반 퇴화 손실 함수를 제안하였다. 또한, 신드롬 제약과 퇴화 제약을 결합한 다중 손실에서 좋은 성능을 보임을 확인했다. 실험 결과, 신드롬 손실 단독 대비 논리 오류율이 추가로 개선되었으며, 제안한 체크 연산 기반 손실이 sine 기반 손실보다 안정적으로 동작하였다. 향후에는 λ 가중치 최적화, 다중 시도 구조에 대한 단계별 손실 설계를 통해 오류 마루 현상을 더 낮추는 방향을 연구할 예정이다.

ACKNOWLEDGMENT

이 논문은 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 정보통신기획평가원-지역지능화혁신인재양성사업의 지원을 받아 수행된 연구임 (IITP-2025-RS-2022-00156287, 30%), 본 연구는 과학기술정보통신부 및 정보통신기획평가원의 학석사연계 ICT 핵심인재양성사업의 연구결과로 수행되었음 (RS-2022-00156385), 본 연구 성과는 2025년도 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임 (RS-2025-25398164).

참 고 문 헌

- [1] D. Poulin and Y. Chung, "On the iterative decoding of sparse quantum codes," *Quantum Information and Computation*, vol. 8, no. 10, 2008.
- [2] Y.-J. Wang, B. C. Sanders, B.-M. Bai, and X.-M. Wang, "Enhanced feedback iterative decoding of sparse quantum codes," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 58, no. 2, pp. 1027–1045, 2012.
- [3] J. Du Crest, M. Mhalla, and V. Savin, "Stabilizer inactivation for message-passing decoding of quantum LDPC codes," *Proc. IEEE Information Theory Workshop (ITW)*, 2022.
- [4] A. Gong, S. Cammerer, and J. M. Renes, "Graph neural networks for enhanced decoding of quantum LDPC codes," *Proc. IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT)*, 2024.
- [5] Y.-H. Liu and D. Poulin, "Neural belief-propagation decoders for quantum error-correcting codes," *Physical Review Letters*, vol. 122, no. 20, p. 200501, 2019.