

# 선택적 해밍-극 부호 연접을 통한 복호 성능 개선 기법

김서영, 백성열, 고영준, 오왕록

충남대학교

sky2622@o.cnu.ac.kr, syback@o.cnu.ac.kr, koy565900@o.cnu.ac.kr, kingrock@cnu.ac.kr

## Improving Decoding Performance by Selective Hamming-Polar Concatenation Scheme

Seoyoung Kim, Sungyeol Back, Youngjun Ko and Wangrok Oh

Chungnam National Univ.

### 요약

극 부호 복호 성능을 개선하기 위해 극 부호와 다른 부호화 방식을 연접하는 기법들이 제안되었다. 기존에 제안된 연접 기법들은 외부 부호화기가 모든 정보 비트에 대해 부호화를 수행하여 전체 코드율 (overall code rate)이 크게 감소하는 문제가 있다. 또한 경판정 (hard decision) 기법을 사용할 경우 연판정 (soft decision) 기법 대비 결합 반복 복호 (joint iterative decoding)를 통한 성능 개선이 제한된다. 본 논문에서는 극 부호와 짧은 길이의 해밍 부호를 SISO (soft-input soft-output) 구조로 연접하는 기법을 제안한다. 제안하는 기법은 극 부호의 임계 집합 (critical set)을 고려하여 해밍 코드와 연접하고 결합 반복 복호를 수행하여 매우 적은 전체 코드율 감소로 우수한 FER 성능을 달성한다.

### I. 서론

극 부호 (polar code)는 이진 입력 이산 무 기억 채널 (binary input-discrete memoryless channel, BI-DMC)에서 채널 용량 (channel capacity)을 달성할 수 있음이 처음으로 증명된 오류 정정 부호이다[1]. 극 부호 복호 성능 개선을 위해 극 부호와 다른 부호화 방식을 연접하는 기법들이 제안되었다[2, 3]. 기존에 제안된 연접 기법들은 외부 부호화기가 모든 정보 비트에 대해 부호화를 수행한 뒤 그 결과를 극 부호 부호화기의 입력으로 사용하여 부호화한다. 따라서 전체 코드율 (overall code rate)이 크게 감소하는 문제가 있다. 또한 극 부호와 외부 부호를 경판정 (hard decision) 기반으로 연접할 경우 연판정 (soft decision) 기법 대비 결합 반복 복호 (joint iterative decoding)를 통한 성능 개선이 제한된다.

본 논문에서는 극 부호와 짧은 길이의 해밍 부호 하나를 SISO (soft-input soft-output) 구조로 연접하여 성능을 개선하는 기법을 제안한다. 이때 극 부호의 복호 기법으로는 로그 우도 비 (log-likelihood ratio)를 반복적으로 교환하며 복호하는 신뢰 전파 (belief propagation, BP) 기법을 사용하고 해밍 부호의 복호 기법으로는 MAP (maximum a posteriori) 기법을 사용한다. 제안하는 기법은 외부 부호를 극 부호의 임계 집합 중 가우시안 근사법 (Gaussian approximation, GA) 기반 채널 신뢰도가 낮은 순으로 연접하고 결합 반복 복호를 수행하여 매우 적은 전체 코드율 감소로 우수한 FER 성능을 달성할 수 있다.

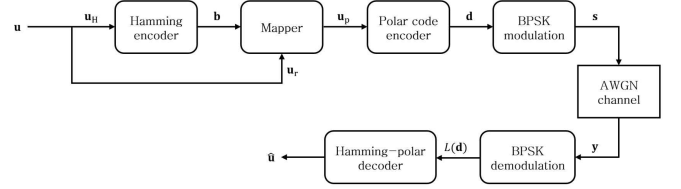


그림 1. 시스템 모델

식 (1)에서  $\mathbf{G}_H$ 는 해밍 부호의 생성 행렬 (generator matrix)을 나타내고  $M$ 은 해밍 부호의 길이이다. 본 논문에서 해밍 부호는 체계적 형태 (systematic form)로 부호어  $\mathbf{b}$ 의 앞부분은 정보 비트, 뒷부분은 패리티 비트 형태가 되도록 한다.

매패는 부호어  $\mathbf{b}$ 와 해밍 부호 부호화기를 거치지 않은 메시지 벡터인  $\mathbf{u}_r$ 을 입력으로 사용하여  $\mathbf{u}_p$ 의 각 원소에 매핑한다. 이때 부호어  $\mathbf{b}$ 는 임계 집합 중 가우시안 근사법 기반 채널 신뢰도가 낮은 순서대로 매핑된다. 임계 집합은 rate-1 하위 극 부호 (sub-polar code)의 첫 번째 비트들의 집합으로 임계 집합에서 오류가 발생할 경우 하위 극 부호로의 오류가 전파되는 문제가 있어 보호가 필요하다.

극 부호의 부호화기는 부호어  $\mathbf{d} = [d_0, d_1, \dots, d_{N-1}]$ 를 식 (2)와 같이 생성한다.

$$\mathbf{d} = \mathbf{u}_p \mathbf{G}_p. \quad (2)$$

식 (2)에서  $\mathbf{G}_p$ 는 극 부호의 생성 행렬을 나타낸다. 부호어  $\mathbf{d}$ 는 BPSK 변조된 후 가산성 가우시안 백색 잡음 (additive white Gaussian noise, AWGN) 채널을 통과하여 수신된다. 복조기 (demodulator)는 수신 신호  $\mathbf{y}$ 의 각 원소에 매핑된 부호 비트들의 LLR  $L(\mathbf{d})$ 를 해밍-극 부호 복호화기 (decoder)로 전달한다.

### II. 본론

본 논문에서 고려하는 시스템 모델은 그림 1과 같다. 해밍 부호 부호화기 (encoder)는 길이  $N$ 을 갖는 메시지 벡터  $\mathbf{u}$  중  $\mathbf{u}_H$ 를 입력으로 사용하여 부호어 (codeword)  $\mathbf{b} = [b_0, b_1, \dots, b_{M-1}]$ 를 식 (1)과 같이 생성한다.

$$\mathbf{b} = \mathbf{u}_H \mathbf{G}_H. \quad (1)$$

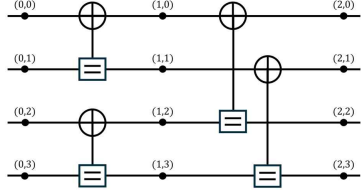


그림 2. 극 부호의 팩터 그래프 ( $N=4$ )

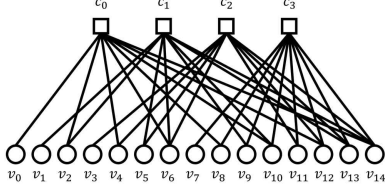


그림 3. 해밍 부호의 테너 그래프 ( $M=15$ )

그림 2는 길이  $N=4$ 를 갖는 극 부호의 BP 복호에 사용되는 팩터 그래프이다.  $l \in \{0, 1, \dots, \log_2 N\}$  번째 단계에서  $k \in \{0, 1, \dots, N-1\}$  번째 노드를  $(l, k)$ 로 나타낸다.  $t$  번째 반복 복호에서  $(l, k)$  노드의 우측 방향으로 전달되는 LLR  $R_{(l,k)}^t$ 와 좌측 방향으로 전달되는 LLR  $L_{(l,k)}^t$ 은 식 (3)와 같이 계산한다.

$$R_{(l+1,k_1)}^t = f(R_{(l,k_1)}^t, R_{(l,k_2)}^t + L_{(l+1,k_2)}^{t-1}) \quad (3a)$$

$$R_{(l+1,k_2)}^t = f(R_{(l,k_1)}^t, L_{(l+1,k_1)}^{t-1}) + R_{(l,k_2)}^t \quad (3b)$$

$$L_{(l,k_1)}^t = f(L_{(l+1,k_1)}^t, R_{(l,k_2)}^t + L_{(l+1,k_2)}^t) \quad (3c)$$

$$L_{(l,k_2)}^t = f(R_{(l,k_1)}^t, L_{(l+1,k_1)}^t) + L_{(l+1,k_2)}^t. \quad (3d)$$

이때  $f(a, b)$ 는  $\approx \text{sgn}(a)\text{sgn}(b)\min(|a|, |b|)$ 을 나타낸다.

그림 3은 길이  $M=15$ 를 갖는 해밍 부호의 복호에 사용되는 테너 그래프이다. 변수 노드  $v_0, v_1, \dots, v_{M-1}$ 는 해밍 부호어의 각 비트들에 대응하고 검사 노드  $c_0, c_1, \dots, c_{m-1}$ 는 패리티 검사식 (parity check equation)에 대응한다. 이때  $m$ 은 패리티 비트의 개수이다.

채널에서 수신한 LLR을 입력으로 사용하여 BP 복호를 먼저 수행하고 사후 (a posteriori) LLR에서 사전 (a priori) LLR을 제거한 외적 (extrinsic) LLR을 해밍 부호 복호기에 전달한다. 연결된 극 부호 복호기와 해밍 부호 복호기는 반복 복호마다 외적 LLR을 교환하며 복호를 수행한다. 이때 상대 복호기에 외적 LLR을 전달함으로써 동일한 정보로 인한 양의 되먹임 (positive feedback)을 방지하고 결합 반복 복호를 통해 성능을 개선한다.

### III. 전산 실험

본 논문에서 제안하는 기법의 성능을 확인하기 위해 극 부호와 해밍 부호의 길이에 따른 전산 실험을 진행하였다. 반복 복호 횟수는 60이며  $s$ 는 SNR이 3.5 dB인 AWGN 채널을 통해 전송된다. 그림 5는 해밍 부호의 길이  $M$ 에 따른 FER 성능이다. 이때 극 부호의 길이는  $N=512$ 이다. 그림 6은 극 부호의 길이  $N$ 에 따른 FER 성능이다. 이때 해밍 부호의 길이는  $M=15$ 이다. 제안하는 기법은  $N=512$ 이고  $M=15$ 일 때 기존 기법 대비 FER이  $10^{-4}$ 을 달성하는 영역에서 약 0.21 dB 더 우수한 성능을 달성하는 것을 확인할 수 있다.

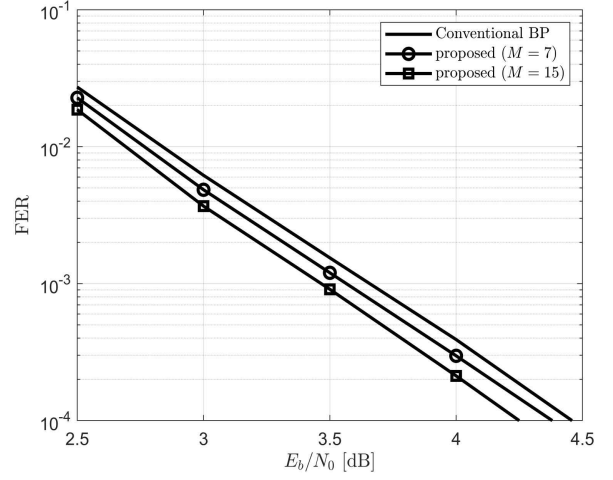


그림 4. 제안하는 기법의 해밍 부호 길이에 따른 FER 성능 ( $N=512$ )

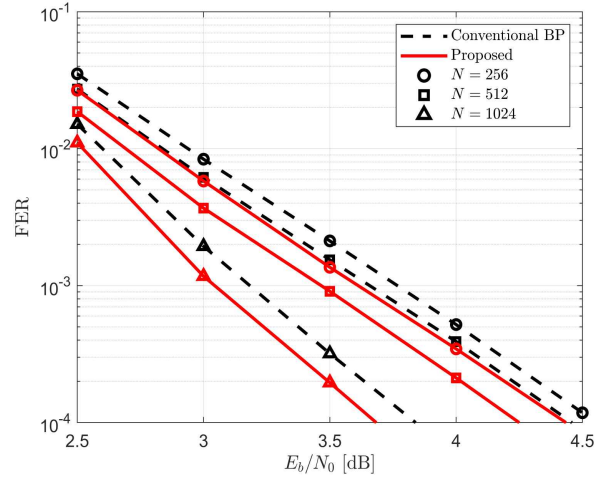


그림 5. 제안하는 기법의 극 부호 길이에 따른 FER 성능 ( $M=15$ )

### IV. 결론

본 논문에서는 SISO 구조로 극 부호와 해밍 부호를 연결하여 결합 반복 복호 기법을 통해 복호 성능을 개선하는 기법을 제안하였다. 제안하는 기법은 임계 집합 내의 채널 신뢰도가 낮은 비트에서 오류가 발생할 경우 해당 오류가 하위 극 부호에 연쇄적으로 영향을 준다는 사실을 활용하여 극 부호와 해밍 부호를 연결한다. 하나의 해밍 부호를 통해 오류에 취약한 비트 채널을 보호함으로써 매우 적은 전체 코드율 감소로 우수한 FER 성능을 달성한다.

### 참고 문헌

- [1] E. Arikan, "Channel Polarization: A Method for Constructing Capacity-Achieving Codes for Symmetric Binary-Input Memoryless Channels," in *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 55, no. 7, pp. 3051-3073, Jul. 2009.
- [2] M. Geiselhart, "CRC-Aided Belief Propagation List Decoding of Polar Codes," in *IEEE International Symposium on Information Theory*, pp. 395-400, Jun. 2020.
- [3] Y. Wang, "Interleaved Concatenations of Polar Codes With BCH and Convolutional Codes," in *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 34, no. 2, pp. 267-277, Feb. 2016.