

# 정수 모호성 해소 환경에서 반송파 위상 기반 셀룰러 측위의 위치 오차 한계

조훈기, 김효원  
충남대학교 전자공학과

hungi.cho@o.cnu.ac.kr, hyowon.kim@cnu.ac.kr

## Position Error Bound of Carrier-Phase Positioning with Known Integer Ambiguities

Hungi Cho and Hyowon Kim  
Department of Electronics Engineering, Chungnam National University

### 요약

본 논문은 셀룰러 네트워크 기반 위치추정에서 반송파 위상(carrier phase)이 제공하는 정밀도 향상(phase gain)을 성능 한계 관점에서 정량화한다. 정수 모호성(integer ambiguity)이 해소된 환경을 가정하고, OFDM(orthogonal frequency division multiplexing) 파일럿 관측을 바탕으로 두 가지 CRB(Cramér–Rao bound)를 유도한다. 첫째, 시간 지연(delay) 및 경로손실 정보만 사용하는 경우의 CRB이다. 둘째, 반송파 위상 정보를 추가로 사용하여 정수 모호성을 기지(known)로 두는 경우의 CRB이다. 두 한계를 비교하여 위상 정보가 위치 오차 한계(PEB: position error bound)를 얼마나 감소시키는지 분석한다. 또한 시스템 매개변수 변화에 따라 위상 이득이 커지는 조건을 확인한다.

### I. 서론

6세대의 이동통신은 밀리미터파 이상의 고주파대역을 사용하고, 기준에 분리된 대역폭을 사용하는 통신 및 센싱을 하나의 시스템으로 결합하는 ISAC(integrated sensing and communication) 기술이 주목받고 있다[1]. 이 기술은 IoT(internet of things), 자율주행 등에 적용될 것으로 기대하지만, 이를 활용하기 위해서는 높은 정확도의 측위 성능이 요구된다[2]. 하지만 기준 시간 지연(delay) 측위 기법은 이를 제공하지 못한다[3].

이에 반송파 위상(carrier phase)을 활용한 위치추정 연구가 이루어지고 있다. 수신신호의 위상은 송수신기 간 신호 전파거리와 관련이 있고[4], 이를 측위에 활용하면 높은 정확도를 제공할 수 있다[5], [6]. 하지만 반송파 위상에는 정수 모호성(integer ambiguity)이 존재하고, 이를 정확하게 추정해야 실제 측위에 활용할 수 있다.

본 논문에서는 반송파 위상이 측위 정밀도 향상(phase gain)에 미치는 영향을 성능 한계 관점에서 정량화한다. 시간 지연 및 경로손실 정보만 사용하는 CRB(Cramér–Rao bound), 정수 모호성 기지(known)의 반송파 위상 정보를 추가로 사용하는 CRB를 유도한다. CRB로부터 위치 오차 한계(PEB: position error bound)를 계산하고, 신호 매개변수의 변화에 따른 두가지 위치 오차 한계를 비교 분석한다.

### II. 본론

$A$  개의 다중 기지국과 1개의 단말이 있다. 기지국 간 시간 및 위상 동기화는 이루어져 있으며, 기지국–단말 간 동기화는 이루어지지 않았다. 신호에서 기지국 간 직교성을 보장하기 위해 코히런트 프로세싱(coherent processing)을 수행하여  $A$  개의 각 기지국은 전체  $N$  개 중  $N/A$  개의 부반송파를 사용하고, 총  $A$  개의 OFDM 심볼을 송신한다. 코히런트 프로세싱 후 사용자 단말이  $i$  번째 기지국으로부터 수신하는 OFDM(orthogonal frequency division multiplexing) 신호는 다음과 같다.

$$r_k^i[m] = \sqrt{\frac{P}{N}} \rho^i e^{-j\phi^i} \sum_{n=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} x_{n,k} e^{-j2\pi n \Delta_f (\zeta^i - \tau_s^i)} \times e^{j2\pi n \frac{m}{N}} + w_k[m], \quad (1)$$

$P$ 는 전송전력,  $\rho^i$ 는 경로손실,  $\phi^i = 2\pi f_c \zeta^i - \theta$ 는 반송파 위상,  $f_c$ 는 중심주파수,  $\zeta^i = \tau^i - \tau_B$ 는 관측 시간 지연,  $\tau^i$ 는 전파 시간 지연,  $\tau_s^i$ 는 초기 동기화,  $\Delta_f$ 는 부반송파 간격,  $m, n, k$ 는 각각 샘플링, 부반송파, 심볼 인덱스,  $x_{n,k}$ 는 신호 파일럿,  $\tau_B$ ,  $\theta$ 는 시간 및 위상 오프셋,  $w_k[m] \sim \mathcal{CN}(0, \sigma^2)$ 는 신호 잡음이다.

사용자 단말의 관측 모델은 다음과 같다.

$$y_\phi^i = \phi^i \frac{\lambda}{2\pi} + w_{y_\phi}^i, \quad (2)$$

$$y_\rho^i = \rho^i + w_{y_\rho}^i, \quad (3)$$

$$y_\zeta^i = \zeta^i c + w_{y_\zeta}^i, \quad (4)$$

$\lambda = c/f_c$ 는 파장,  $c$ 는 빛의 속도이다. 관측값 벡터는  $\mathbf{y} = [(y_\phi)^T, (y_\rho)^T, (y_\zeta)^T]^T \in \mathbb{R}^{3A \times 1}$ ,  $\mathbf{y}_\phi = [y_\phi^1, \dots, y_\phi^A]^T$ ,  $\mathbf{y}_\rho = [y_\rho^1, \dots, y_\rho^A]^T$ ,  $\mathbf{y}_\zeta = [y_\zeta^1, \dots, y_\zeta^A]^T$ 이다.

수신신호 (1)의 잡음을 제외한  $\bar{r}_k^i[m]$ 의 신호 벡터  $\bar{\mathbf{r}}_k^i = [\bar{r}_k^i[0], \dots, \bar{r}_k^i[N-1]]^T \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 로부터 신호 매개변수 벡터  $\boldsymbol{\gamma}^i = [\phi^i, \rho^i, \zeta^i]^T$ 의 FIM(Fisher information matrix)은 다음 수식과 같이 계산한다.

$$\mathbf{F}(\boldsymbol{\gamma}^i) = \frac{2}{\sigma^2} \sum_{k=0}^{K-1} \text{Re} \left\{ \left( \frac{\partial \bar{\mathbf{r}}_k^i}{\partial \boldsymbol{\gamma}^i} \right)^H \left( \frac{\partial \bar{\mathbf{r}}_k^i}{\partial \boldsymbol{\gamma}^i} \right) \right\} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}, \quad (5)$$

여기서  $K$ 는 코히런트 전송신호 수이다. 각 기지국의 FIM으로부터 매개변수  $\phi^i, \zeta^i$  성분에 해당하는 FIM의 행과 열에 각각  $(2\pi)/\lambda, 1/c$ 를 곱하여  $\mathbf{y}^i = [y_\phi^i, y_\rho^i, y_\zeta^i]^T$ 의 FIM을 계산하고, 모든 기지국의 FIM을 하나로 쌓아  $\mathbf{y} = [(y_\phi)^T, (y_\rho)^T, (y_\zeta)^T]^T$ 의 FIM을 계산한다.

반송파 위상  $\phi^i \in [0, 2\pi]$ 는  $2\pi$ 에 대한 모듈로(modulo) 값이므로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi^i = 2\pi f_c \zeta^i - \theta + 2\pi z^i, \quad (6)$$

여기서  $z^i$ 는 반송파 위상의 정수 모호성이다. 반송파 위상의 정수 모호성  $\mathbf{z} = [z^1, \dots, z^A]^T$ 를 알고 있는 경우, 단말의 상태변수 벡터  $\mathbf{s} = [(\mathbf{p})^T, \tau_B, \theta, (\boldsymbol{\rho})^T]^T \in \mathbb{R}^{(5+A) \times 1}$ 의 FIM과 단말의 위치 오차 한계는 다음과 같다.

$$\mathbf{F}_{\text{known}}(\mathbf{s}) = \mathbf{T}_s^T \mathbf{F}(\mathbf{y}) \mathbf{T}_s \in \mathbb{R}^{(5+A) \times (5+A)}, \quad (7)$$

$$PEB_{\text{known}} = \sqrt{\text{trace} \left( [\mathbf{F}_{\text{known}}^{-1}(\mathbf{s})]_{1:3,1:3} \right)}, \quad (8)$$

$\mathbf{p} = [\rho^1, \dots, \rho^A]^T$ ,  $\mathbf{p} = [x_{\text{UE}}, y_{\text{UE}}, z_{\text{UE}}]^T$  는 단말의 위치벡터,  $\mathbf{T}_s = \partial \mathbf{y} / \partial \mathbf{s}$ 는 자코비안(Jacobian) 변환 행렬이다.

$\mathbf{F}(\mathbf{y})$ 를  $A \times A$ ,  $2A \times 2A$  차원을 갖는  $\mathbf{F}(\mathbf{y})_{11}$ ,  $\mathbf{F}(\mathbf{y})_{22}$  의 부분행렬로 나타낼 수 있다. 여기서 반송파 위상 정보를 제거하기 위해 EFIM(equivalent Fisher information matrix)을 다음과 같이 계산한다.

$$\mathbf{F}(\mathbf{y}_{\text{no phase}}) = \mathbf{F}(\mathbf{y})_{22} - \mathbf{F}(\mathbf{y})_{21}\mathbf{F}(\mathbf{y})_{11}^{-1}\mathbf{F}(\mathbf{y})_{12}. \quad (9)$$

EFIM으로부터 시간 지연 및 경로손실 정보만을 사용하는 경우의 상태변수 벡터  $\tilde{\mathbf{s}} = [(\mathbf{p})^T, \tau_B, (\rho)^T]^T \in \mathbb{R}^{(4+A) \times 1}$  의 FIM과 단말의 위치 오차 한계를 다음과 같이 계산한다.

$$\mathbf{F}_{\text{no phase}}(\tilde{\mathbf{s}}) = \mathbf{T}_{\tilde{\mathbf{s}}}^T \mathbf{F}(\mathbf{y}_{\text{no phase}}) \mathbf{T}_{\tilde{\mathbf{s}}} \in \mathbb{R}^{(4+A) \times (4+A)}, \quad (10)$$

$$PEB_{\text{no phase}} = \sqrt{\text{trace} \left( [\mathbf{F}_{\text{no phase}}(\tilde{\mathbf{s}})]_{1:3,1:3} \right)}, \quad (11)$$

$\mathbf{T}_{\tilde{\mathbf{s}}} = \partial \mathbf{y} / \partial \tilde{\mathbf{s}}$ 는 자코비안 변환 행렬이다.

### III. 시뮬레이션 및 성능평가

시뮬레이션에서 단말의 위치는  $\mathbf{p} = [0, 0, 5]^T$  m이고, 각 기지국의 3차원 위치는  $\mathbf{p}_{BS}^i \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}_{3 \times 1}, (100 \text{ m})^2 \mathbf{I}_3)$ 이다. 각 기지국-단말 초기 동기화는  $-T_{CP} - \tau_B + \zeta^i \leq \tau_s^i \leq -\tau_B + \zeta^i$  범위의 균일분포를 따른다. 시뮬레이션에서  $T_{CP} = 2.34 \mu\text{s}$ ,  $\tau_B = 1 \text{ ns}$ ,  $\theta \in [0, 2\pi]$ 으로 설정하였고, 이 외에 매개변수는 표 1과 같다.

그림 1은 전송전력의 변화에 따른 위치 오차 한계 그래프이다. 전력이 증가함에 따라 시간 지연 및 경로손실 정보만을 사용한 오차 한계, 반송파 위상 정보를 추가로 사용한 오차 한계 모두 감소하는 결과를 확인하였다. 그림 2는 기지국 수 변화에 따른 위치 오차 한계 그래프이다. 기지국 수가 증가함에 따라 두 가지 위치 오차 한계값이 감소함을 확인하였다. 그림 3은 중심주파수 변화에 따른 위치 오차 한계이다. 시간 지연 및 경로손실 오차 한계는 중심주파수가 증가함에 따라 값이 커지지만, 반송파 위상 정보를 추가로 사용하는 경우 중심주파수 증가에도 거의 일정한 상수 값을 갖는 것을 확인하였다.

시뮬레이션 결과를 통해 반송파 위상 정보를 사용하는 경우 전송전력, 기지국 수가 증가함에 따라 위치 오차 한계가 감소하는 결과를 확인하였다. 또한, 반송파 위상 정보를 사용한 위치 오차 한계는 시간 지연 및 경로손실 기반 위치 오차 한계보다 낮은 값을 갖는 것을 확인하였다.

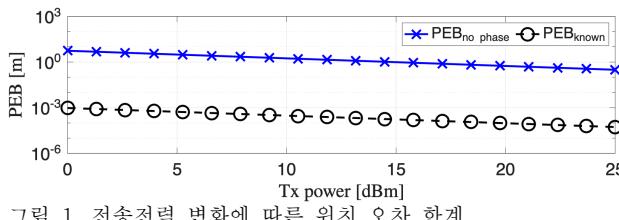


그림 1. 전송전력 변화에 따른 위치 오차 한계

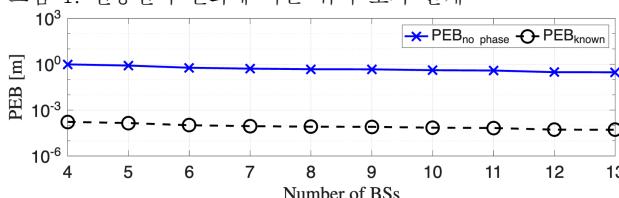


그림 2. 기지국 수 변화에 따른 위치 오차 한계

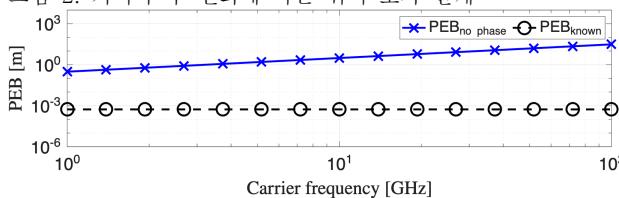


그림 3. 중심주파수 변화에 따른 위치 오차 한계

표 1. 위치 오차 한계 계산을 위한 시뮬레이션 매개변수

Parameter	Value
Number of BSs	$A = 4$
Number of transmissions	$K = 1$
Number of subcarriers	$N = 300$
Subcarrier spacing	$\Delta_f = 20 \text{ kHz}$
Bandwidth	$B = N\Delta_f$
Noise power spectral density	$N_0 = -174 \text{ dBm/Hz}$
Noise figure	$N_{\text{NF}} = 13 \text{ dB}$
Signal noise variance	$\sigma^2 = N_0 N_{\text{NF}} B$
Transmission power	$P = 5 \text{ dBm}$
Carrier frequency	$f_c = 10 \text{ GHz}$

### IV. 결론

본 논문에서는 셀룰러 네트워크에서 반송파 위상이 측정밀도 향상에 미치는 영향을 성능 한계 관점에서 정량화하였다. 시간 지연 및 경로손실 정보만을 사용한 CRB, 정수 모호성 기지의 반송파 위상 정보를 추가로 사용한 CRB를 유도하였다. 신호 매개변수 변화에 따라 달라지는 위치 오차 한계를 분석하여 위상 이득이 커지는 조건을 확인하였다. 반송파 위상 정보를 사용하는 경우 시간 지연 및 경로손실 오차 한계보다 낮은 센티미터 이하의 위치 오차 한계 값을 갖는 것을 확인하였으며, 중심주파수가 증가해도 거의 일정한 상수값의 오차 한계를 갖는 것을 확인하였다. 하지만 실제 측위에 반송파 위상을 활용하기 위해서는 위상의 정확한 정수 모호성 추정이 필요하다. 제안하는 이론적 성능 분석 결과는 향후 반송파 위상 기반 위치추정 연구에 기여할 것으로 기대한다.

### ACKNOWLEDGMENT

본 논문은 한국연구재단 기초연구사업(No. RS-2025-25415939), 한국연구재단 대학기초연구소지원사업(G-LAMP)(No. RS-2025-25442707), 그리고 한국연구재단(No. NRF-2023R1A2C3002890)의 지원을 받아 수행된 연구임.

### 참고 문헌

- [1] F. Liu *et al.*, "Integrated sensing and communications: Toward dual-functional wireless networks for 6G and beyond," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 40, no. 6, pp. 1728–1767, Jun. 2022.
- [2] X. Lin *et al.*, "Positioning for the internet of things: A 3GPP perspective," *IEEE Commun. Mag.*, vol. 55, no. 12, pp. 179–185, Dec. 2017.
- [3] J. A. del Peral-Rosado *et al.*, "Survey of cellular mobile radio localization methods: From 1G to 5G," *IEEE Commun. Surveys Tuts.*, vol. 20, no. 2, pp. 1124–1148, 2<sup>nd</sup> Quart., 2018.
- [4] A. Fouada *et al.*, "Toward cm-level accuracy: Carrier phase positioning for IIoT in 5G-Advanced NR networks," in *Proc. IEEE 33rd Annu. Int. Symp. Pers., Indoor Mobile Radio Commun. (PIMRC)*, Kyoto, Japan, Sep. 2022, pp. 782–787.
- [5] S. Fan *et al.*, "Carrier phase-based synchronization and high-accuracy positioning in 5G new radio cellular networks," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 70, no. 1, pp. 564–577, Jan. 2022.
- [6] L. Chen *et al.*, "Carrier phase ranging for indoor positioning with 5G NR signals," *IEEE Internet Things J.*, vol. 9, no. 13, pp. 10908–10919, Jul. 2022.