

# 블록 페이딩 채널에서 극부호의 부호율 정합에 의한 다이버시티 손실 분석

백승엽, 남효근, 김인기\*, 김상효†

성균관대학교 전자전기공학부  
\*성균관대학교 전자전기컴퓨터공학과

†iamshkim@skku.edu

## Analysis of Diversity Loss due to Rate Matching in Polar Codes over BFCs

Seung Yeop Baek, Hyogeun Nam, Inki Kim\*, Sang-Hyo Kim†

Department of Electronics and Electrical Engineering, Sungkyunkwan University

\*Department of Electrical and Computer Engineering, Sungkyunkwan University

### 요약

본 논문에서는 블록 페이딩 채널 환경에서, 전-다이버시티를 보장하도록 설계된 극부호 시스템에 부호율 정합 기법을 적용했을 때의 성능 변화를 고찰한다. 기존 연구에서는 두 개의 페이딩 블록 환경의 부호율  $R \leq 0.5$ 에서 최적화된 인터리빙을 통해 완전한 다이버시티 이득을 얻을 수 있음을 보였으나, 본 논문에서는 실제 시스템에서 필수적인 부호율 정합 기법이 적용될 경우, 이러한 다이버시티 정렬 조건이 붕괴됨을 분석하고, 시뮬레이션 결과를 통해 이를 검증한다.

### I. 서론

극부호(polar codes)는 이진 입력 이산 무기억 대칭 채널(binary-input discrete memoryless channel)에서 채널 용량을 달성할 수 있음이 증명된 최초의 오류 정정 부호로서 [1], 5G NR(New Radio)의 제어 채널 코딩 기법으로 채택되었다. 무선 통신 환경, 특히 5G/6G의 주요 시나리오인 초신뢰 저지연 통신(ultra-reliable low latency communications)에서는 단순한 가산 잡음뿐만 아니라 페이딩(fading)에 의한 성능 저하를 극복하는 것이 필수적이다. 블록 페이딩 채널(Block Fading Channels, BFCs) 모델은 이러한 환경을 해석하는 도구이며, 여기서 통신 신뢰도는 다이버시티 차수 (diversity order)에 의해 결정된다. 기존의 극부호 설계 방식은 주로 부가 백색 가우시안 잡음 채널 (Additive White Gaussian Noise Channels, AWGNs)에 최적화되어 있어, BFC 전송 환경에서는 다이버시티 이득을 보장하지 못하는 한계가 있었다. 이를 해결하기 위해 논문 [2]는 두 개의 페이딩 블록이 존재하는 환경에서  $R \leq 0.5$ 의 부호율을 가질 때,  $\beta$ -expansion [4] 기반의 부호 구성과 이와 동일한 순서로 정렬하는 비트 인터리버(bit interleaver)를 결합하여 모든 정보 비트가 전-다이버시티 (full diversity)를 획득할 수 있는 '다이버시티 정렬 (diversity alignment)' 기법을 제안하였다.

하지만 실제 시스템에서는 유연한 프레임 길이를 지원하기 위해 모부호(mother code)의 길이를 조절하는 부호율 정합(rate matching) 과정이 필수적이다 [3]. 본 논문에서는 논문 [2]의 다이버시티 정렬 기법이 적용된 극부호에 부호율 정합을 적용할 경우, 기존의 다이버시티 보장이 붕괴됨을 확인하고, 이로 인해 성능 열화가 발생함을 시뮬레이션을 통해 검증한다.

### II. 배경 지식

#### (1) 극부호 시스템 모델

극부호는  $N = 2^n (n \in \mathbb{N})$ 의 길이를 갖는 모부호를 생성한다. 정보 비트와 고정 비트로 구성된 입력 벡터를  $\mathbf{u}$  라 할 때, 부호어 벡터  $\mathbf{x}$ 는 생성 행렬  $\mathbf{G}_N$ 을 통해  $\mathbf{x} = \mathbf{u} \cdot \mathbf{G}_N$ 으로 생성된다. 복호기는 연속 제거(Successive

Cancellation, SC) 알고리즘을 통해 수신 신호의 로그 우도비(Log-Likelihood Ratio, LLR)를 계산하고 순차적으로 비트를 복원한다 [3].

실제 전송 시스템에서는 송신단에서 부호율 정합과 비트 인터리빙 과정이 추가된다. 부호율 정합은 유연한 부호율 지원을 위해 길이  $N$ 인 모부호에서 일부 비트를 전송하지 않음으로써 목표 전송 길이  $E$ 를 맞추는 과정으로, 크게 천공과 단축으로 나뉜다.

- 천공: 부호어의 일부를 전송하지 않으며, 복호기는 해당  $U$ 개의 비트를 소실(erasure, LLR=0)로 처리한다.
- 단축: 특정  $U$  개의 비트의 값을 0으로 고정하고 전송하지 않으며, 복호기는 이를 무한대의 신뢰도 ( $LLR=\infty$ )를 갖는 것으로 처리한다.

이후 비트 인터리버는 부호화된 비트들을 섞어 연접 오류(burst error)를 분산시키고 페이딩 채널의 다이버시티 이득을 높이는 역할을 수행한다.

#### (2) 블록 페이딩 채널

BFC 모델은 무선 통신 환경에서 시간에 따라 변하는 채널 특성을 모델링한 것으로, 채널 계수가 블록 단위로 변화하는 특성을 갖는다. 전체 부호어는  $M$  개의 블록으로 나뉘어 전송되며, 각 블록이 겪는 페이딩 계수는 서로 독립적이고 블록 내에서는 일정하다고 가정한다.  $b$ 번째 블록 ( $b = 1, \dots, M$ )을 통과한 수신 신호 벡터  $\mathbf{y}_b$ 는 다음과 같이 표현된다.  $\mathbf{y}_b = h_b \mathbf{x}_b + \mathbf{n}_b$ , 여기서  $h_b$ 는  $b$ 번째 블록의 페이딩 계수이며,  $\mathbf{n}_b$ 는 AWGN이다. BFC 전송 환경에서 다이버시티 차수  $L$ 은 높은 신호 대 잡음비(Signal-to-Noise Ratio, SNR) 영역에서 블록 오류율(Block Error Rate, BLER)  $P_e$ 의 기울기를 결정한다( $P_e \propto SNR^{-L}$ ). 즉, 다이버시티 차수가 클수록 BFC 전송 환경에서 우수한 성능을 지님을 의미한다.

#### (3) 다이버시티 정렬

논문 [2]는 비트 인터리버를 통해 각 페이딩 블록에 부호어를 적절히 배치함으로써,  $M = 2$  인 BFC 전송 환경에서 부호율 1/2까지 모든 비트가 전-다이버시티를 달성하는 다이버시티 정렬 기법을 제안하였다. 이때 전-다이버시티를 달성하는 비트란, BFC의  $M$ 개의 블록 중, 임의의  $M - 1$ 개의 블록이 심각한 페이딩을 겪더라도, 생존한 1개의 블록을 통해 복호 가능한 비트를 의미한다.

표 1. 제안 인터리버 기반, 부호율 정합에 따른 전-다이버시티를 달성할 수 있는 최대 부호율( $R_{\max}$ ).

$N$	64	128	256	512	1024
None	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500
Puncturing	0.268	0.357	0.277	0.279	0.244
Shortening	0.357	0.384	0.362	0.368	0.361

다이버시티 정렬 기법은 SC 복호 과정의 LLR 갱신 규칙을 불리언(boolean) 연산으로 근사하여 해석한다. 두 페이딩 블록의 채널 상태를 각각  $X, Y$  라 할 때, SC 복호의 검사 노드(check node, CN) 연산은 AND 연산( $X \wedge Y$ )으로, 변수 노드(variable node, VN) 연산은 OR 연산( $X \vee Y$ )으로 근사된다. 불리언 복호 연산 결과,  $X \vee Y$  상태를 갖는 비트는 두 페이딩 블록 중 하나만 살아남아도 복호가 가능하므로 전-다이버시티를 획득한다. 기준 연구 [2]는  $\beta$ -expansion으로 생성된 신뢰도 순서에 따라 부호어를 정렬할 경우,  $\beta$ -expansion의 신뢰도 순서를 갖는  $R \leq 0.5$  인 모든 정보 비트가 전-다이버시티를 갖도록 정렬됨을 증명하였다.

### III. 부호율 정합에 따른 성능 분석

본 절에서는 다이버시티 정렬이 적용된 모부호에 부호율 정합(천공, 단축)을 수행했을 때 발생하는 다이버시티 손실을 수치적으로 분석하고, 이것이 실제 복호 성능에 미치는 영향을 검증한다.

표 1은 제안 인터리버에 부호율 정합을 수행했을 때( $U = N/8$ )와 하지 않았을 때( $U = 0$ )에 대해, 전송 비트 길이  $E (= N - U)$ 를 기준으로 모든 정보 비트가 전-다이버시티를 달성할 수 있는 최대 부호율  $R_{\max}$ 를 나타낸 것이다. 표를 통해 확인할 수 있듯이, 부호율 정합이 적용되지 않은 제안된 인터리버(None)는  $N$ 에 관계없이  $R_{\max} = 0.5$ 를 일관되게 달성한다. 이는 [2]에서 증명된 바와 같이,  $\beta$ -expansion으로 제안된 인터리빙이,  $R \leq 0.5$  영역에서 완벽한 다이버시티 정렬을 제공함을 의미한다. 그러나 천공이 적용될 경우,  $R_{\max}$ 는  $N = 64$ 에서 0.268까지 급격히 감소한다. 이는 천공으로 인해 일부 비트의 신뢰도가 0(erasure)이 되면서, SC 복호 트리의 불리언 연산 구조( $X \vee Y$ )가 붕괴되어, 다수의 정보 비트의 다이버시티 차수가 하락함을 시사한다. 단축의 경우 천공보다는 다소 높은  $R_{\max}$ 를 보이지만, 여전히 0.5에는 크게 미치지 못한다. 이는 단축을 위해 특정 비트를 0으로 고정하는 과정이 다이버시티 정렬에 최적화된 비트 배치를 방해하기 때문이다.

그림 1은 제안 인터리버에 부호율 정합을 수행했을 때( $U = N/8$ )와 수행하지 않았을 때( $U = 0$ )의 극부호의 SC 복호 성능을 비교한 것이다. 부호 길이는  $\{256, 512, 1024\}$ , 부호율은  $1/2$ , BPSK (Binary Phase-Shift Keying) 변조 환경에서 실험을 수행하였다. 실험 결과, 부호율 정합을 수행하지 않은 경우(None)은 높은 SNR 대역에서 가파른 기울기를 유지하며 우수한 성능을 보인다. 반면, 천공(Puncturing) 및 단축(Shortening) 적용 시 BLER 곡선의 기울기가 완만해지는 현상이 뚜렷하게 관찰되며, 특히  $\text{BLER} = 10^{-3}$  지점에서  $2\sim3$  dB 이상의 성능 열화가 발생한다. 이러한 성능 열화는 앞서 분석한 전-다이버시티 구조의 붕괴 및 이로 인한 다이버시티 차수의 감소에 기인한다. 즉, 부호율 정합으로 인해 전-다이버시티 조건을 만족하지 못하는 정보 비트들이 발생하고, 이들이 전체 블록 오류율을 지배하게 되면서 전-다이버시티 이득을 온전히 누리지 못하게 된 것이다.

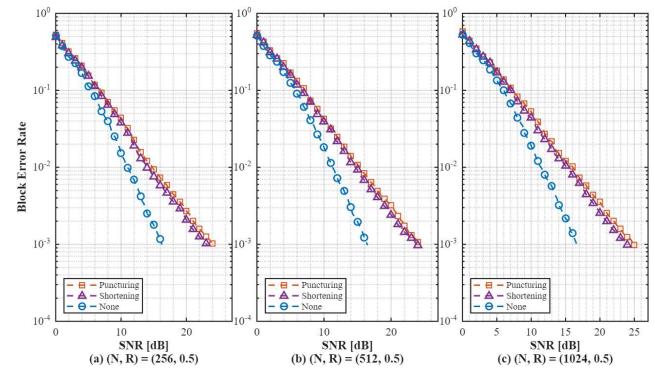


그림 1. BFC 전송 환경에서 부호길이가 256, 512, 1024일 때 부호율이  $1/2$ 인 극부호의 SC 복호 시 BLER 성능 비교.

이는 기존의 다이버시티 정렬 기법이 모부호 길이 기준으로 설계되어, 부호율 정합이 적용될 경우 다이버시티 성능을 안정적으로 유지하지 못함을 의미한다.

### IV. 결 론

본 논문에서는 BFC 전송 환경에서 전-다이버시티를 보장하는 극부호 전송 기법이 부호율 정합 환경에서 갖는 한계를 분석하였다. 기준 연구 [2]의 다이버시티 정렬 기법은 모부호 길이( $2^n$ )에서는  $R = 0.5$ 까지 완전한 다이버시티 이득을 제공하지만, 전-다이버시티 달성 부호율 분석과 시뮬레이션 결과, 부호율 정합 시 전-다이버시티를 달성할 수 있는 최대 부호율 ( $R_{\max}$ )이 0.5에서 0.2~0.3 수준으로 급격히 감소하였으며, 이는 고 SNR 영역에서 BLER 곡선의 기울기 저하로 이어져 성능 열화를 초래함을 입증하였다. 따라서 향후 BFC 환경을 위한 극부호 설계 시, 모부호 단계에서의 정렬뿐만 아니라 부호율 정합 패턴까지 고려하여 결합한 최적화 설계가 요구됨을 알 수 있다.

### ACKNOWLEDGMENT

이 논문은 2026년도 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 한국연구재단의 지원 (RS-2024-00343913) 및 정보통신기획평가원의 지원 (RS-2024-00398449, RS-2024-00397216)을 받아 수행된 연구임.

### 참 고 문 헌

- [1] E. Arikan, "Channel Polarization: A method for constructing capacity-achieving codes for symmetric binary-input memoryless channels," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 55, no. 7, pp. 3051–3073, Jul. 2009.
- [2] H. Ju, M. Kim, D. Lee, M. Jang, S. H. Kim, "Diversity Guaranteeing Transmission of Polar Codes over Block Fading Channels," in *Proc. IEEE Global Commun. Conf. (GLOBECOM)*, Dec. 2022.
- [3] V. Bioglio, C. Condo, and I. Land, "Design of polar codes in 5G new radio," *IEEE Commun. Surv. Tut.*, vol. 23, no. 1, pp. 29–40, 2021.
- [4] G. He *et al.*, " $\beta$ -expansion: A theoretical framework for fast and recursive construction of polar codes," in *Proc. IEEE Global Commun. Conf. (GLOBECOM)*, Dec. 2017.