신경망 모델 기반 무선 신호 희소성 판별의 신호 대 잡음비 독립성에 관한 연구

김윤우, 이웅희*

한양대학교, *동국대학교

jakeykim@hanyang.ac.kr, *woongheelee@dongguk.edu

A Study on the Signal-To-Ratio-Independency for a Neural Network-Based Signal Sparsity Discriminator

Yunwoo Kim, and Woong-Hee Lee*

Hanyang Univ., and *Dongguk Univ.

요 약

본 논문은 희소 신호(sparse signal)의 희소성(sparsity)을 신경망 모델 기반으로 분석할 때의 신호 데이터의 새로운 전처리 방법을 제시한다. 신호를 등간격으로 샘플링한 결과를 행켈 행렬(Hankel matrix)로 치환할 때, 이 행렬의 특잇값들(singular values)은 원 신호의 다양한 성질을 포함한다. 그러나 이 특잇값의 순서 분포는 신호 대 잡음비(SNR)에 종속되어 있어, 인공 신경망이 특잇값을 직접 학습하는 경우 SNR에 큰 영향을 받는다는 사실을 확인했다. 본 논문은 행켈 행렬을 내림차순으로 정렬했을 때, 인접한 특잇값간의 비율이 SNR에 매우 독립적인 분포를 지녔으며, 이 비율을 인공 신경망의 입력으로 사용했을 때 SNR에 대해 강건한 학습 결과를 보인다는 것을 밝힌다.

Ⅰ. 서론

희소 신호(sparse signal)란, 신호를 이루고 있는 전파(radio wave)의 수, 즉 채널의 수가 신호 길이에 비해 매우 적은 신호를 의미한다. 본 논문에서는 채널의 수 K를 신호의 희소성(sparsity)이라고 정의한다. 희소하지 않은 신호의 경우 무선 전송 시 잡음(noise)의 영향을 상대적으로 적게 받아 신호 처리가 잘 되지만, 희소 신호의 경우 신호의 강도에 비해 잡음의 강도가 큰 경우가 발생해 잡음을 처리하는 과정에 문제가 발생할 가능성이 높다. 따라서 희소 신호의 경우 그 본연의 성질을 잘 추출하여 분석하는 것이 일반적인 신호에 비해 매우 중요하다고 할 수 있다.

본 논문에서는, 우선 희소 신호를 등간격으로 샘플링한 벡터로 구성한 행켈 행렬(Hankel matrix)의 특잇값(singular value)을 인공 신경망 모델의 입력으로 받아 신호의 희소성을 판별하는 기존 연구 결과인 NsigNet[1]이 어떤 구조로 작동되는지 탐구한다. 또한, 기존의 NsigNet이 가진 한계점을 분석하고 이를 극복할 방법에 대해 다룬다. 특히, 모델을 학습한 데이터의 신호 대 잡음비(SNR)가 실제 데이터의 신호 대 잡음비와 다른 경우 제대로 된 판별이 일어나지 않는 문제를 해결하는 방안으로 인접한 특잇값 간의 비율을 사용하는 새로운 데이터 전처리 방법론을 제시한다.

Ⅱ. NsigNet의 작동 원리 및 한계점

NsigNet은 복소수로 이루어진 신호를 등간격으로 샘플링하여 얻은 N차원 벡터를 행켈화(Hankelization)하여 행렬로 치환한 뒤, 그 행켈 행렬(Hankel matrix)의 특잇값들(singular values)을 입력으로 받아 원본 신호의 희소성의 추정값을 출력하는 신경망 모델이다.[1]

구체적으로, 어떤 신호를 샘플링한 벡터 $\mathbf{x}$의 m번째 성분은 다음과 같은 수식으로 표현할 수 있다.

$$\mathbf{x}[m] = \sum_{k=1}^{K} A_k e^{i2\pi f_k (m-1)\Delta t} \quad (\text{단, } 1 \le m \le N).$$

여기서 $A_k \in \mathbb{C}$는 k번째 전파(radio wave)의 복소 이득(complex gain), $f_k \in (0,1]$는 k번째 전파의 진동수(frequency), $\Delta t > 0$는 신호를 샘플링하는 시간 간격, 그리고 K는 신호의 희소성을 의미한다. 따라서 샘플 벡터 $\mathbf{x}$를 서로 다른 K개의 등비수열을 항별로 합한 것으로 볼 수 있다.

한편, 임의의 $N(\gg K)$차원 벡터 $\mathbf{x} = (\mathbf{x}[1], \mathbf{x}[2], \cdots, \mathbf{x}[N])$에 대한 행켈 행렬 $\mathcal{H}(\mathbf{x})$의 m번째 행과 n번째 열에 해당하는 성분은 다음과 같다.

$$\mathcal{H}(\mathbf{x})[m,n] = x[m+n-1].$$

여기서 $\mathcal{H}(\mathbf{x})$이 정사각행렬 꼴에 가깝도록 다음과 같이 가정한다.

$$\mathcal{H}(\mathbf{x}) \in \begin{cases} \mathbb{C}^{\frac{N}{2} \times \left(\frac{N+1}{2}\right)}, & N\text{은 짝수} \\ \mathbb{C}^{\frac{N+1}{2} \times \frac{N+1}{2}}, & N\text{은 홀수.} \end{cases}$$

이때, 다음 정리가 성립한다.[2]

정리 1. N차원 벡터 $\mathbf{x} = (\mathbf{x}[1], \mathbf{x}[2], \cdots, \mathbf{x}[N])$의 각 성분이 K개의 등비수열을 항별로 합으로 표현된다면, 즉 어떤 상수 A_k와 r_k에 대해 $\mathbf{x}[m] = \sum_{k=1}^{K} A_k r_k^{m-1}$이라면, 벡터 $\mathbf{x}$에 대한 행켈 행렬 $\mathcal{H}(\mathbf{x})$의 계수(rank)의 최댓값은 $N \ge 2K$일 때 K가 된다.

위 정리에 따라, 다양한 채널 수를 가진 희소 신호들에 대한 샘플 벡터들이 주어진 경우, 각각의 벡터들에 대한 행켈 행렬이 가진 0보다 큰 특잇값들의 개수가 곧 그 신호의 채널 수 K가 됨을 알 수 있다.

그러나, 현실 세계에서 무선 통신 상황에서의 신호는 다양한 요인에 의한 가산 백색 가우시안 잡음(AWGN, Additive White Gaussian Noise)이 추가된다. 즉, 실제 샘플 벡터는 각 성분이 독립적으로 평균이 0인 복소정규분포를 따르는 잡음 벡터 $\epsilon \in \mathbb{C}^{N/2}$가 더해져 $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} + \epsilon$의 형태가 된다. 따라서 정리 1을 현실 세계에서 얻은 샘플 벡터의 전파 분해에 바로 적용하는 것은 현실적으로 어려우며, 특히 K값을 모르는 경우 잡음 제거 역시

원활하지 않다.

NsigNet은 정리 1의 행켈 행렬의 계수에 대한 성질에 주목한다. 우선, 편의상 샘플 회수 N을 짝수라 가정한다. NsigNet의 입력값은 잡음이 추가된 샘플 벡터 $\tilde{\mathbf{x}}$에 대한 행켈 행렬 $\mathcal{H}(\tilde{\mathbf{x}})$의 특잇값들을 내림차순으로 정렬하여 얻은 벡터 $\tilde{\mathbf{s}} \in \mathbb{R}^{N/2}$로 한다. 이때 신호 대 잡음비(SNR)가 충분히 크다면 $\tilde{\mathbf{s}}$의 $K+1$번째 성분부터 0에 가까운 값을 가지게 된다. 따라서 NsigNet은 $\tilde{\mathbf{s}}$가 몇 번째 성분부터 0에 가까워지는지를 학습하여 원본 신호에 중첩된 신호의 개수, 즉 희소성 K값을 판별한다.

그런데, NsigNet은 그 입력으로 사용되는 $\tilde{\mathbf{s}}$의 분포의 차이로 인해 발생하는 구조적인 한계를 지니고 있다. 구체적으로는 입력 데이터, 즉 샘플 벡터에 대한 행켈 행렬의 특잇값들의 순서 분포(order distribution)가 SNR에 종속되는 문제가 발생한다. 이로 인해 학습에 사용된 샘플 신호의 SNR과 실제 데이터의 SNR이 다른 경우 제대로 된 판별 결과를 나타내지 못하는 현상을 발견했으며, 구체적인 정확도 지표는 Ⅲ장에서 다룬다.

학습 데이터의 각 샘플 신호는 $N=128$차원의 벡터로 이루어져 있다. 각 샘플마다 서로 다른 K개의 복소 이득(complex gain)이 복소정규분포 $\mathcal{CN}(0,1^2)$을 따르는 10,000개의 신호 표본을 사용했다. 전체 학습 데이터의 희소성은 $K \in \{1,2,3,4\}$이며, 총 40,000개의 학습 데이터 중 $K=3$에 해당하는 10,000개의 표본에 대해 $SNR \in \{10,20,30\}$에 따른 $\tilde{\mathbf{s}}$가 다음 표와 같은 순서 분포를 나타냄을 확인하였다. 실제 $\tilde{\mathbf{s}}$는 $N/2=64$차원 벡터이지만, 이 중 가장 큰 6개의 값만 기록하였다.

m	$SNR=10$		$SNR=20$		$SNR=30$	
	평균	표준편차	평균	표준편차	평균	표준편차
1	83.5499	27.3341	83.9063	27.3196	84.4348	26.9340
2	54.2965	20.3760	54.6065	20.2787	54.9211	20.5558
3	31.6792	16.9281	31.3377	17.4333	31.4973	17.4749
4	8.5838	2.7175	2.7379	0.8673	0.8729	0.2724
5	7.8292	2.4371	2.4915	0.7706	0.7941	0.2433
6	7.3887	2.2847	2.3495	0.7200	0.7495	0.2281

특히 순수 잡음에 의해 발생하는 특잇값들, 즉 $m \geq 4$에서 $\tilde{\mathbf{s}}[m]$의 평균 및 표준편차가 $10^{SNR/20}$에 반비례하는 경향을 확인할 수 있다.

Ⅲ. 특잇값 간의 비율을 활용한 NsigNet 입력 데이터의 전처리

$\tilde{\mathbf{s}}$가 원 신호에 대한 중요한 정보를 가지고 있음은 자명하다. 그러나 앞서 보았듯, $\tilde{\mathbf{s}}$으로 이루어진 데이터를 직접 NsigNet의 학습에 사용하는 것보다, 데이터에 추가적인 전처리를 사용했을 때 더 효율적인 학습이 가능하다는 것을 유추할 수 있다.

SNR의 값에 독립적인 입력 데이터를 얻기 위해 연구한 결과, 다음과 같은 벡터 $\tilde{\mathbf{r}} \in \mathbb{R}^{N/2-1}$를 사용할 수 있다는 것을 발견했다.

$$\tilde{\mathbf{r}}[m] = \tilde{\mathbf{s}}[m+1] / \tilde{\mathbf{s}}[m] \text{ (단, } 1 \leq m \leq N/2-1).$$

즉, $\mathcal{H}(\tilde{\mathbf{x}})$의 특잇값들을 내림차순으로 정렬한 뒤, 인접한 특잇값들끼리 나누되, 작은 값을 큰 값으로 나누어 $0 \leq \tilde{\mathbf{r}}[m] \leq 1$이 되도록 벡터 $\tilde{\mathbf{r}}$을 정의한 뒤, 이를 NsigNet의 입력으로 사용하는 것이다. 이 경우 신호의 희소성 K에 대해 $\tilde{\mathbf{r}}$의 $K+1$번째 성분부터는 거의 같은 특잇값들끼리의 비가 되어 $1-\tilde{\mathbf{r}}[m] \simeq 0$이 된다. 따라서 NsigNet을 $\tilde{\mathbf{s}}$ 대신 $\tilde{\mathbf{r}}$로 학습시킨 경우에도 NsigNet은 여전히 신호의 희소성을 예측할 수 있다.

다양한 SNR 값에 따른 $\tilde{\mathbf{r}}[m]$의 순서 분포는 아래 표와 같이 나타난다. $\tilde{\mathbf{r}}$의 표본은 Ⅱ장에서의 $\tilde{\mathbf{s}}$의 표본을 그대로 활용해 구했다. $\tilde{\mathbf{r}}[3]$을 제외한 $\tilde{\mathbf{r}}[m]$의 순서 분포가 SNR값에 대해 독립적임을 확인 가능하다.

m	$SNR=10$		$SNR=20$		$SNR=30$	
	평균	표준편차	평균	표준편차	평균	표준편차
1	0.6730	0.2011	0.6744	0.2015	0.6727	0.2025
2	0.5976	0.2406	0.5859	0.2536	0.5856	0.2529
3	0.3502	0.2147	0.1355	0.1526	0.0515	0.1068
4	0.9158	0.0645	0.9143	0.0655	0.9139	0.0663
5	0.9453	0.0427	0.9488	0.0434	0.9453	0.0422
6	0.9566	0.0328	0.9571	0.0324	0.9566	0.0330

Ⅱ장에서 설명한 다양한 SNR 값에 대한 학습 데이터에서 얻은 $\tilde{\mathbf{s}}$와 $\tilde{\mathbf{r}}$를 NsigNet에 학습시켰을 때 나타나는 정확도는 아래의 표와 같다. 실제 샘플은 각 $K \in \{1,2,3,4\}$마다 2,000씩 총 8,000개를 구성했다.

데이터 종류	$\tilde{\mathbf{s}}$			$\tilde{\mathbf{r}}$		
학습SNR / 실제SNR	10	20	30	10	20	30
10	92.25%	52.15%	25.14%	91.91%	90.62%	87.90%
20	93.26%	97.50%	27.75%	96.99%	97.30%	96.99%
30	94.08%	97.91%	98.96%	98.72%	98.91%	98.84%

위 표를 통해, $\tilde{\mathbf{s}}$로 학습시킨 NsigNet은 특히 실제 데이터의 SNR이 학습 데이터의 SNR보다 작은 경우 모델의 성능에 치명적인 문제가 발생하나, $\tilde{\mathbf{r}}$로 학습시킨 경우 이러한 문제가 해결됨을 확인할 수 있다.

Ⅳ. 결론

본 논문에서는 기존의 신경망 모델 기반으로 신호의 희소성을 판정하는 NsigNet의 작동 원리를 파악하고, NsigNet의 입력값으로 사용되는 행켈 행렬의 특잇값들, 즉 $\tilde{\mathbf{s}}$가 가지는 순서 분포가 SNR에 크게 종속됨을 밝혔다. 또한 SNR에 따른 특잇값들의 순서 분포 차이는 실제로 NsigNet의 성능에 심각한 문제를 일으킨다는 것을 보였다. 그리고 이를 해결하기 위해 인접한 특잇값 간의 비율을 NsigNet의 새로운 입력값으로 제시했다. 본 논문에서 제시한 입력 데이터 $\tilde{\mathbf{r}}$는 SNR에 높은 독립성을 가지는 순서 분포를 나타낸다. 그리고 다양한 SNR을 가진 데이터를 활용한 정확도 테스트 결과를 통해 $\tilde{\mathbf{r}}$로 학습한 NsigNet의 SNR에 대한 강건성을 밝혔다.

ACKNOWLEDGMENT

본 연구는 2024년도 동국대학교 신임교원 정착연구비 지원으로 이루어졌음(s-2024-G0001-00025).

참 고 문 헌

[1] W. -H. Lee and M. Kim, "NsigNet: A Neural Network Design for Detecting the Number of Signals Under Sparse Observations," in IEEE Internet of Things Journal, vol. 11, no. 11, pp. 19355-19367, 1 June1, 2024.

[2] W.-H. Lee, J.-H. Lee, and K. W. Sung, "Geometric sequence decomposition with k-simplexes transform", IEEE Transactions on Communications, vol. 69, no. 1, pp. 94 - 107, 2020.