

낮은 복잡도의 CRC-polar 연결 부호 신뢰 전파 복호 기법

백성열, 고영준, 김서영, 오왕록

충남대학교

syback@o.cnu.ac.kr, koy565900@o.cnu.ac.kr, sky2622@o.cnu.ac.kr, kingrock@cnu.ac.kr

Low Complexity of Belief Propagation Decoding Scheme for Concatenated CRC-Polar Codes

Sungyeol Back, Youngjun Ko, Seoyoung Kim and Wangrok Oh

Chungnam National Univ.

요약

CRC-polar 연결 부호의 BP 복호 기법은 CRC 팩터 그래프 (CRC factor graph, C-FG) 내의 short cycle로 인해 성능 열화가 발생한다. 이를 완화하기 위해 MaxLLR 기법이 제안되었으나 해당 기법은 CRC 생성에 모든 정보 비트를 사용하여 C-FG를 구현하는데 요구되는 복잡도가 높다. 본 논문에서는 CRC 생성에 사용되는 정보 비트를 선별하여 낮은 복잡도의 CRC-polar 연결 부호 BP 복호 기법을 제안한다. 제안하는 기법은 CRC-polar 연결 팩터 그래프를 간소화하여 구현 복잡도를 낮추고 복호 성능을 개선할 수 있다.

I. 서론

극 부호 (polar code) [1]는 BI-DMC (binary input discrete memoryless channel)에서 채널 용량 (channel capacity)을 달성할 수 있다고 이론적으로 증명된 최초의 오류 정정 부호이며 대표적인 복호 기법으로는 SC (successive cancellation) [1]와 BP (belief propagation) [2]가 있다. BP 복호기는 반복 복호를 수행하여 SC와 비교했을 때 복호 복잡도가 높은 단점이 있다. 이를 완화하기 위해 외부 부호 (outer code)로 CRC (cyclic redundancy check)를 사용하여 조기 종료 판별에 활용하는 CA-ESBP (CRC aided early stopping belief propagation) [3]가 제안되었으나 CRC를 조기 종료 판별 용도로만 사용하고 SC 대비 성능 열화가 여전히 크다.

CRC를 조기 종료 판별 이외에 용도로도 사용하고자 CRC-polar 연결 부호 (concatenated CRC-polar code)의 복호 기법들에 대해 다양한 연구가 수행되었다. [4]에서는 CRC 팩터 그래프 (CRC factor graph, C-FG)와 극 부호 팩터 그래프 (polar factor graph, P-FG)를 연결한 상태에서 메시지 전달 알고리즘 (message passing algorithm)을 수행하는 기법이 제안되었다. 해당 기법은 C-FG 내에서 short cycle로 인해 성능 열화가 발생한다. 이를 완화하고자 [5]에서는 C-FG의 variable node가 check node들로부터 전달되는 메시지 중 가장 신뢰도가 높은 메시지를 선택하는 MaxLLR 기법이 제안되었다. 그러나 해당 기법에서는 CRC 생성에 모든 정보 비트를 사용하여 C-FG를 구성하는데 구현 복잡도가 높다. 본 논문에서는 CRC 생성에 사용되는 정보 비트들을 선별하는 기준을 제시하여 낮은 복잡도의 CRC-polar 연결 부호 BP 복호 기법을 제안한다. 제안하는 기법은 C-FG의 구현 복잡도를 낮추고 MaxLLR 기법 대비 복호 성능이 우수하다.

II. 본론

부호율 $\frac{K}{N}$ 인 CRC-polar 연결 부호어 (codeword) $\mathbf{x} = [x_0, x_1, \dots, x_{N-1}]$ 는 식 (1)과 같이 메시지 벡터

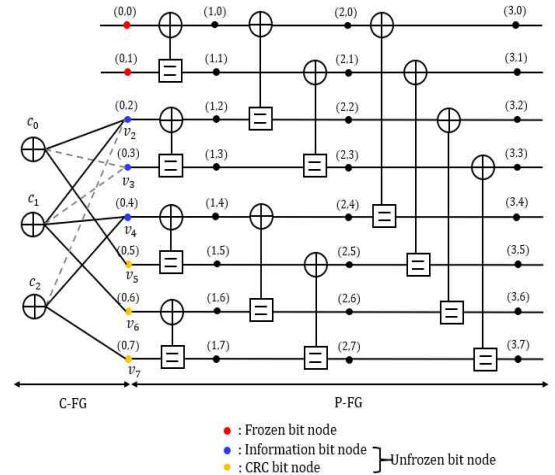


그림 1. CRC-polar 연결 부호의 팩터 그래프.

$\mathbf{u} = [u_0, u_1, \dots, u_{N-1}]$ 와 생성 행렬 \mathbf{G}_N 을 통해 생성된다 [1].

$$\mathbf{x} = \mathbf{u}\mathbf{G}_N. \quad (1)$$

이때 \mathbf{u} 의 원소에는 K 개의 비교정 비트 (unfrozen bit)와 $N-K$ 개의 고정 비트 (frozen bit)가 극 부호를 설계할 때 결정된 위치에 따라 매핑되고 비교정 비트들은 K_{CRC} 개의 CRC 비트와 K_{info} 개의 정보 비트로 구성된다. 부호어 \mathbf{x} 는 BPSK (binary phase shift keying) 심볼로 변조되어 AWGN (additive white Gaussian noise) 채널을 통과한다. 이때 AWGN 채널은 평균과 분산이 각각 0, $\frac{N_0}{2}$ 인 가우시안 분포 특성을 갖는다. 수신기는 수신된 신호 샘플에서 부호 비트들의 로그 우도 비 (log-likelihood ratio, LLR)를 계산하여 복호기의 입력값으로 사용한다.

그림 1은 $N=8$, $K_{\text{info}}=3$, $K_{\text{CRC}}=3$ 인 CRC-polar 연결 부호의 BP 복호기 팩터 그래프를 나타낸다. 여기서 (l,k) 는 $l \in \{0,1, \dots, \log_2 N\}$ 번째 단계에서 $k \in \{0,1, \dots, N-1\}$ 번째 노드를 나타내고 CRC 생성 다항

표 1. 전산 실험 파라미터

| Parameters | Values |
|--|---|
| Channel model | AWGN |
| Polar code length N | 512 |
| Code rate R | 1/2 |
| CRC generator polynomial | $x^{24} + x^{23} + x^{21} + x^{20} + x^{17}$ $+ x^{15} + x^{13} + x^{12} + x^8 + x^4$ $+ x^3 + x^2 + x + 1$ |
| CRC code length | 24 |
| CRC position | Tail |
| Polar code design scheme | β -expansion [7] ($\beta = 2^{1/4}$) |
| Modulation | BPSK |
| Maximum iteration number I_{\max} | 100 |
| Decoding scheme | CA-ESBP |

식은 $x^3 + x + 1$ 이며 CRC 비트들은 (0,6), (0,7), (0,8)에 매핑된다고 가정하였다. 해당 복호기는 P-FG에서 먼저 $\log_2 N$ 번째 단계부터 0 번째 단계까지 왼쪽 방향 메시지 업데이트를 수행하고 C-FG 내에서 메시지 업데이트를 수행한다. 이후 C-FG에서 계산된 메시지는 P-FG의 비교정 비트 노드들로 입력되고 P-FG에서 0 번째 단계에서 $\log_2 N$ 번째 단계까지 우측 방향 메시지 업데이트를 수행하며 이러한 과정은 매 반복 복호마다 수행된다. BP 복호기는 미리 설정된 I_{\max} 만큼 반복 복호를 수행하고 최종적으로 메시지 비트들을 경관정한 후 이 중 정보 비트들을 추정한다.

BP 복호기는 I_{\max} 에 비례하여 복호에 요구되는 복잡도가 높은 문제가 있다. 이러한 문제를 완화하기 위해 매 반복 복호마다 CRC 검사를 수행하여 통과 시 복호를 종료하는 기법을 적용하거나 경관정된 메시지 비트들을 재부호화한 결과와 경관정된 부호 비트들을 비교하는 G-matrix 기반 조기 종료 판별 기법 [6]을 사용할 수 있다. 본 논문에서는 CRC와 G-matrix를 동시에 사용하여 조기 종료 판별 여부를 결정한다.

C-FG에서 발생하는 short cycle 영향을 완화하기 위해 MaxLLR 기법이 제안되었으나 CRC 생성 시 모든 정보 비트들을 사용하여 C-FG를 구성하는데 구현 복잡도가 높다. 본 논문에서는 CRC-polar 연결 팩터 그래프 구성 시 CRC 생성에 사용되는 정보 비트들을 선별하는 기준을 제안한다. P-FG에는 다양한 길이를 갖는 서브 극 부호의 팩터 그래프가 존재하며 이 중 최대한 2의 승수 길이를 갖도록 부호율 1인 서브 극 부호 팩터 그래프 (sub-polar factor graph, SP-FG)를 구성할 수 있다. 각 부호율이 1인 SP-FG에서 첫 번째 비교정비트의 인덱스를 선별하여 임계 집합 (critical set)을 구성할 수 있다. 제안하는 기법은 임계 집합에 포함된 인덱스에 해당하는 정보 비트 노드들을 이용하여 CRC를 생성하여 CRC-polar 연결 팩터 그래프 구조를 구성하며 그림 1의 실선과 같이 메시지 업데이트를 수행한다. 이때 CRC 생성에 사용되는 정보 비트 노드는 (0,2), (0,4)에 해당한다. 이를 통해 C-FG를 구성하는데 필요한 variable node의 개수가 줄어들 뿐만 아니라 C-FG에서 수행되는 메시지 업데이트 횟수를 줄일 수 있다.

III. 전산 실험

제안하는 기법의 성능을 확인하기 위해 전산 실험에 사용된 파라미터들은 표 1과 같다. 표 1에서 I_{\max} 은 더 이상 성능 개선이 없는 100으로 설정하였다. 그림 3은 제안하는 기법의 BER과 FER 성능을 나타낸 것이다. 이때 제안하는 기법과 성능을 비교하기 위해 MaxLLR 기법의 성능을 같이

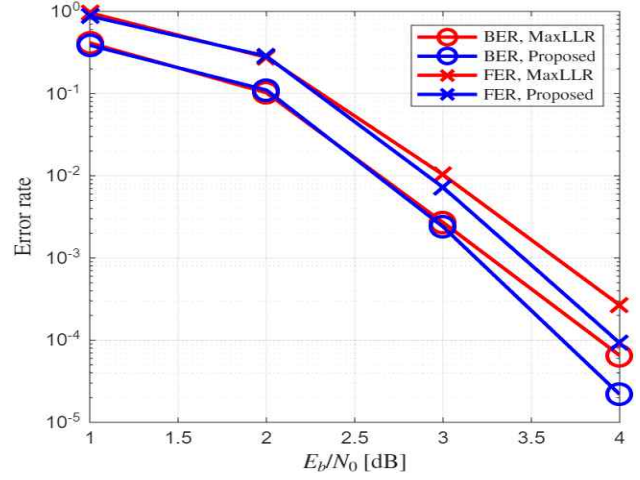


그림 2. 제안하는 기법의 오류 성능.

나타내었다. 그림 3에서 볼 수 있듯이 제안하는 기법은 MaxLLR 기법 대비 우수한 오류 (error rate)을 달성할 수 있다. 또한, 제안하는 기법은 C-FG에서 메시지 업데이트에 요구되는 복잡도를 동시에 낮출 수 있다.

IV. 결론

본 논문에서는 임계 집합에 해당하는 정보 비트들을 통해 FG를 구성하여 낮은 복잡도의 CRC-polar 연결 부호 BP 복호 기법을 제안했다. 제안하는 기법은 MaxLLR 기법 대비 FG를 구성하는데 필요한 구현 복잡도를 낮출 수 있는 동시에 오류 성능이 우수하다.

참고 문헌

- [1] E. Arıkan, "Channel polarization: A method for constructing capacity-achieving codes for symmetric binary-input memoryless channels," in *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 55, no. 7, pp. 3051-3073, Jul. 2009.
- [2] Arıkan, Erdal. "Polar codes: A pipelined implementation." *Proc. 4th ISBC*. Vol. 2010.
- [3] K. Niu and K. Chen, "CRC-Aided Decoding of Polar Codes," in *IEEE Communications Letters*, vol. 16, no. 10, pp. 1668-1671, October 2012.
- [4] M. Geiselhart, A. Elkelesh, M. Ebada, S. Cammerer and S. ten Brink, "CRC-Aided Belief Propagation List Decoding of Polar Codes," *2020 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT)*, Los Angeles, CA, USA, 2020, pp. 395-400.
- [5] Hong, S. and Chung, J.-M. (2021), Improved CRC aided BP decoding for polar codes. *Electron. Lett.*, 57: 526-528.
- [6] B. Yuan and K. K. Parhi, "Early Stopping Criteria for Energy-Efficient Low-Latency Belief-Propagation Polar Code Decoders," in *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 62, no. 24, pp. 6496-6506, Dec. 15, 2014.
- [7] G. He et al., "Beta-Expansion: A Theoretical Framework for Fast and Recursive Construction of Polar Codes," *GLOBECOM 2017 - 2017 IEEE Global Communications Conference*, Singapore, 2017, pp. 1-6.