

# 5 × 5 Surface Code 설계 및 비대칭 오류 환경에서의 논리적 오류율 분석

김홍준, 강유진, 국성연, 허준\*

고려대학교\*

hongjunkim98@korea.ac.kr, yujin20@korea.ac.kr, vivianguood@korea.ac.kr, \*junheo@korea.ac.kr

## A Study on Designing 5 × 5 Surface Code and Analysis of Logical Error Rate(LER) based on Asymmetric Error Environment

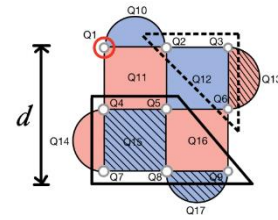
Hongjun Kim, Yujin Kang, Sungyeon Kook, Jun Heo\*  
Korea Univ., Korea Univ.

### 요 약

본 논문은 3 × 3에서 5 × 5 surface code 로 확장된 논리 큐비트를 설계하며, 비대칭 오류 모델에서 Bias k 에 따른 LER 를 탐구하였다. IBM Q 로 논리 큐비트를 구현하며, 오류 bias 를 직접 주입하여 LER 과의 관계를 실험적으로 확인하였다.

### I. 서 론

본 논문에서는 양자 오류 정정(Quantum Error Correction) 분야의 목표인 높은 정정 능력을 가진 논리 큐비트를 만들기 위한 탐구를 진행한다. 높은 정정 능력은 논리 큐비트를 구성하는 물리 큐비트의 오류를 스스로 탐색 및 수정하는 능력이 뛰어난을 의미하며, 논리 오류율을 나타내는 LER 값을 통해 표현 가능하다. 거리가 증가되어 오류 정정 능력이 상승된 Surface Code 를 설계하며, 더 나아가 비대칭 noise 모델에서 LER 의 변화를 IBM Q 시뮬레이터를 통해 탐색한다.

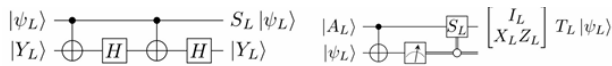


[Figure 2] CR(Corner Rotated) magic state injection of the distance-3( $d=3$ ) logical qubit. 실선은  $|+\rangle$ , 점선은  $|0\rangle$ , 빨간 영역은 Z, 파란 영역은 X 안정화를 나타낸다 [1][2].

### II. 본 론

#### A. Magic State Injection

논리 큐비트의 보편성 달성을 위해 Z 축 회전과 연관된 논리 S, T 게이트 수행이 필수이며, 이는 [Figure 1] 회로에서의 논리 Magic State  $|Y_L\rangle$ 와  $|A_L\rangle$ 을 요한다.



[Figure 1]  $S_L$  (왼쪽),  $T_L$  (오른쪽) 게이트 출력 회로. 이때,  $|Y_L\rangle = (|0\rangle + i|1\rangle)/\sqrt{2}$ ,  $|A_L\rangle = (|0\rangle + e^{i\pi/4}|1\rangle)/\sqrt{2}$  [1].

논리 Magic State 생성을 위해 우선 Surface Code Injection 을 활용해  $|0_L\rangle$ 를 생성했다. 논리 큐비트 설계 단계에서 발생 가능한 오류 요소를 식(1)에서의 bias k 값 조절을 통해 추가하였다. 그 후, 각 Surface Code 에서의 LER 값을 IBM Q 를 통해 확인했다.

$$P_{in} = P_1 = \frac{P_2}{k} \quad (1)$$

#### A-1. 3 × 3 Surface Code 시뮬레이션

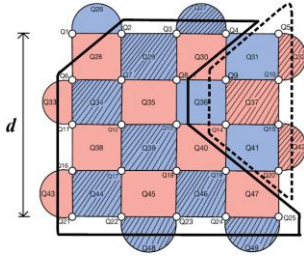
[Figure 2]로 Data 큐비트 9 개와 Measurement 큐비트 8 개를 통해 하나의 논리 Qubit 를 생성했다.[1]

IBM Q를 통해 Q1-Q17의 물리 큐비트를 각자 초기화 하고, 각 영역 색에 따른 안정화를 진행하여 논리 큐비트를 획득하였다. 이 때, 0 으로 고정되지 않은 Measurement Qubit 는 자체 보정으로 고정시켰다[3]. 이상적인 논리 큐비트 형성 후, 실제 설계 단계에서 발생 가능한 오류 요소( $P_{in}, P_1, P_2$ )를 식(1)의 k 값에 따라 추가하여 그에 따른 LER 값을 구해 [Figure 5]의 결과를 확인할 수 있었다.

#### A-2. 5 × 5 Surface Code 회로 설계

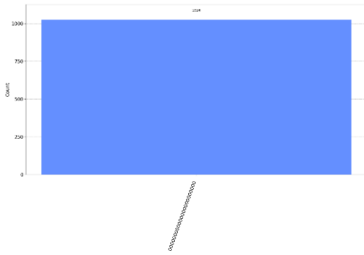
5 × 5 Surface Code 는 [A-1]와 같이 물리 큐비트 초기화, Stabilizer 를 통한 안정화, 그리고 추후 보정을 통해 설계를 완성하였다. [Figure 3]와 같이 설계하였으며, Data 큐비트 25 개와 Measurement 큐비트 24 개로 구성되어 총 2 개의 물리 큐비트 오류를 정정할 수 있는 distance-5 논리 큐비트이다. Stabilizer 을 컨 후 Measurement 큐비트 출력값 측정 시 빗금 영역 이외에는 0 과 1 이 무작위로 출력되어 총  $2^{24-11} = 2^{13} = 8192$ 가지 경우의 수가 출력되었다.

이후, 0 과 1 이 무작위로 출력되는 Measurement 큐비트는 1 출력 시 0 으로 자체 보정을 하도록 적절한



[Figure 3] CR magic state injection의 distance-5( $d=5$ ) 논리 큐비트. Q1~Q25 는 Data 큐비트, Q26~Q49 는 Measurement 큐비트이다. 안정화 후 빗금 영역의 Measurement Qubit 은 0 이 항상 출력된다.

게이트를 추가해 [Figure 4] 처럼 모든 Measurement 큐비트의 출력이 0 이 되도록 하였다.



[Figure 4] Stabilizer 보정 후 1024 회 시행한 뒤, Measurement Qubit 측정에 대한 결과값

## B. 비대칭 오류 환경

앞선 시뮬레이션에서 식(1)에 따른 오류 추가 시, 파울리 오류 발생 확률에 해당하는  $P_1$ 에 X, Y, Z 오류가 동일한 확률로 추가되었다고 가정했다. 그러나, 실제로는 Quantum Decoherence 로 인해 비대칭이다.

$$p_x = p_y = \frac{1 - e^{-t/T_1}}{4}, \quad p_z = \frac{1 - e^{-t/T_2}}{2} - \frac{1 - e^{-t/T_1}}{4} \quad (2)$$

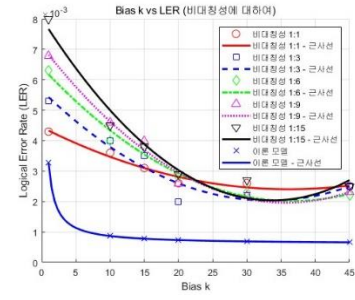
식(2)에 의해, 다른 값의 Relaxation time( $T_1$ )과 Dephasing time( $T_2$ )는  $p_x, p_y$ 와 다른  $p_z$ 를 만든다[5]. 이를 테면, IBM Q 의 'ibm\_sherbrooke' 는 다른  $T_1(= 280.82\mu s)$ 와  $T_2(= 214.87\mu s)$ 을 가지며,  $p_x, p_y, p_z$  값이 동일하지 않은 걸 확인할 수 있다.

## C. 결론

본 논문에서는 IBM Q 를 통해  $3 \times 3$  에서  $5 \times 5$  Surface Code 로 더 높은 정정능력을 가진 논리 큐비트를 생성하고, 나아가 비대칭 오류 모델에서의 bias k 에 따른 LER 값을 구하였다.

$$P_{cr} = \frac{3}{5}P_2 + 2P_{in} + \frac{2}{3}P_1 + O(p^2) \quad (3)$$

식 (3)에서  $P_2$  값을 0.005 로 고정 시 k 값 증가에 따라 LER 값인  $P_{cr}$ 이 낮아짐을 [Figure 6]의 파란 실선을 통해 확인할 수 있고, 비대칭이 심해질수록 낮은 k 값에서 LER 이 대체로 상승함을 확인할 수 있다[4].



[Figure 5] Bias k vs LER: 이론(파란 실선), 시뮬레이션(나머지)[6]

k 값의 증가에 의한 LER 값의 감소를 확인하며, LER 의 감소율은  $k=20$  부터 크게 감소함을 알 수 있다. 나아가, 비대칭성이 증가해도 k 값이 증가할수록 LER 값이 비슷함을 확인할 수 있다. 결국, 실제 컴퓨터의 k 값과 작동 환경의 파울리 노이즈 비대칭 수치를 안다면, 어느 오류 요소의 감소에 초점을 맞춰야 하는지 알 수 있다. 추가로 Surface Code 설계 시 어느 방향으로의 distance 증가를 수행해야 할 지 판별 가능할 것이다.

## ACKNOWLEDGEMENT

본 연구 논문은 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 정보통신기획평가원의 지원을 받아 수행된 연구임 (No. 2020-0-00014, 결합허용 논리양자큐비트 환경을 제공하는 양자운영체제 원천기술 개발). 이 논문은 2024 년도 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 정보통신기획평가원 의 지원을 받아 수행된 연구임 (No. RS-2023-00225385, NISQ 환경에서 저부하, 고효율 양자 오류 경감 기술 개발 및 응용)

## 참 고 문 헌

- [1] Lao, Lingling, and Ben Criger. "Magic state injection on the rotated surface code." *Proceedings of the 19th ACM International Conference on Computing Frontiers*. 2022.
- [2] Fowler, Austin G., et al. "Surface codes: Towards practical large-scale quantum computation." *Physical Review A* 86.3 (2012): 032324
- [3] Devitt, Simon J., William J. Munro, and Kae Nemoto. "Quantum error correction for beginners." *Reports on Progress in Physics* 76.7 (2013): 076001
- [4] Li, Ying. "A magic state's fidelity can be superior to the operations that created it." *New Journal of Physics* 17.2(2015): 023037.
- [5] Ghosh, Joydip, Austin G. Fowler, and Michael R. Geller. "Surface code with decoherence: An analysis of three superconducting architectures." *Physical Review A—Atomic, Molecular, and Optical Physics* 86.6 (2012): 062318.
- [6] Kim, Hong Jun., "A Study on the Logical Error Rate based on Error Bias in Surface Code." *한국통신학회 추계학술대회* (2024)