

LDPC 부호를 활용한 확률 정형 기술 동향 조사

안현태, 김인기, 주효상, 박지상 김상효*
성균관대학교 전자전기컴퓨터공학과

*iamshkim@skku.edu

Trends in Probabilistic Shaping Technologies with LDPC-Code

Hyun Tae Ahn, Ingi Kim, Hyosang Ju, Jisang Park, Sang-Hyo Kim*
Department of Electrical and Computer Engineering, Sungkyunkwan University

요약

본 논문은 새논 용량에 근접한 성능 구현을 위해 고안된 확률 진폭 정형 기반 전송 시스템의 구조를 소개하고, 확률 진폭 정형 기반 전송 시스템 중 확률 분포를 조정하는 분포 정렬 기법인 CCDM과 에너지 기반 산술 부호화 기술(직접 산술 부호화, 성상도 선택 산술 부호화, 유한 정밀도 기반 직접 산술 부호화)을 소개하고, 성능을 비교한다.

I. 서 론

Robert Gallager의 저밀도 패리티 검사(Low-Density Parity-Check: LDPC) 부호의 패리티 검사 행렬(Parity Check Matrix: PCM)은 1의 개수가 매우 적어 부호화 및 복호화 과정에서 연산량이 적고 이에 따라 큰 블록 크기에서도 효율적으로 오류를 검출하고 정정할 수 있다 [1]. LDPC 부호화 후, 변조 과정을 거친 심볼은 백색 가우시안 잡음(Additive White Gaussian Noise: AWGN) 채널을 통해 전송되는데, 이 과정에서 새논 용량(Shannon Capacity)을 달성하기 위해서는 입력 분포가 가우시안 분포를 따라야 하지만 대부분의 실제 시스템은 균등 분포를 사용하고 이에 따라 최대 1.53dB의 정형 손실이 발생한다 [2].

이를 해결하기 위해 직교 진폭 변조(Quadrature Amplitude Modulation: QAM)의 성상도(constellation point)를 디자인하는 기하 정형(Geometric Shaping: GS)과 기존 성상도의 확률 분포를 비 균일하게 설정하는 확률 정형(Probabilistic Shaping: PS)을 사용한다. 하지만 기하 정형은 하드웨어 구현이 어렵고 다양한 전송률을 만족하지 못한다는 단점이 존재하고, 확률 정형은 분포 정렬(Distribution Matcher: DM)을 통해 다양한 전송률을 연속적으로 조정 가능하고 낮은 복잡도로 구현 가능하다는 장점이 존재한다 [3].

본 논문에서는 진폭에 따라 성상도의 확률 분포를 디자인하는 확률 진폭 정형(Probabilistic Amplitude Shaping: PAS)을 소개한다. PAS에서 사용되는 DM의 기술을 시퀀스를 구성하는 기준에 따라 CCDM(Constant Composition Distribution Matching)과 에너지 기반 산술 부호화(Arithmetic Coding: AC)로 나누어 설명한다. 에너지 기반 산술 부호화 기술 중 직접 산술 부호화(Direct AC), 성상도 선택 산술 부호화(Constellation Selection AC method), 유한 정밀도 기반 직접 산술 부호화(Finite-Precision method for energy-based direct AC)를 소개하고 각 특징을 정리한다.

II. 본 론

새로운 변조 기법인 확률 진폭 정형은 입력 비트의 진폭과 부호를 분리하여 확률 정형을 구현하고 이를 통해 새논 용량에 근접한 성능을 달성한다 [2].

PAS의 송신단은 DM과 시스템적인 이진 부호기로 구성되어 있다. DM은 균등하게 분포된 정보 비트를 비 균일한 확률 분포를 가지는 진폭 시퀀스로 변환하여 정형을 수행하며, 대표적으로 CCDM이나 에너지 기반 산술 부호화 방식이 사용된다. DM으로 변환된 진폭 시퀀스와 균등한 분포를 지닌 일부 정보 비트가 시스템적인 이진 부호기를 통해 부호화된다 [2][3].

PAS의 수신단의 비트 기반 디매퍼를 통해 soft information (LLR)을 계산한 후 LDPC 복호를 수행한다. 복호 과정에서 반복적인 디매핑 없이도 복호 가능하다.

PAS는 기존 진폭 편이 변조(Amplitude Shift Keying: ASK) 또는 QAM 기법에 적용 가능하며, 입력 분포와 전송 파워 조정만으로 전송률 조절이 가능하다. 또한, 64-ASK 변조와 LDPC 부호율 9/10을 사용하는 PAS 구조는 AWGN 채널 환경에서 새논 용량 대비 1.1 dB 이내의 성능 손실만으로 통신이 가능함을 보였다 [2].

본 논문에서는 PAS의 구조 중 정보 비트를 비 균일한 진폭 시퀀스로 변환하는 DM을 구현하는 방법인 CCDM과 에너지 기반 산술 부호화 기술에 대해 설명하고 성능과 복잡도를 비교한다.

2.1 CCDM

CCDM은 초기 PAS 구현에서 가장 널리 사용된 방식으로, 시퀀스를 구성하는 심볼의 출현 빈도를 정하고 이를 만족하는 시퀀스의 집합 내에서 정보 비트를 매핑한다 [2].

CCDM은 구조가 단순하고, 출력되는 시퀀스가 맥스웰-볼츠만(Maxwell-Boltzmann) 분포를 따르는 진폭과 균일한 부호로 구성되어 정형 이득을 확보할 수 있다. 또한 반복적인 디매핑이 불필요하며, 수신 측에서는 비트 기반 복호기만으로도 효율적인 복호가 가능하다는 장점을 가진다. 하지만 CCDM은 고정된 조성이라는 제약으로 인해 단일 조성에 한정된 시퀀스만 사용하게 되며, 이는 짧은 블록 길이에서 부호율 손실 및 정형 손실로 이어진다 [2].

2.2 에너지 기반 산술 부호화 기술

QAM 방식에서 PAS를 위한 새로운 에너지 기반 산술 부호화 방식 세 가지: 직접 산술 부호화 방식, 성상도 선택 직접 산술 부호화 방식, 유한 정밀도 기반 직접 산술 부호화 방식을 제안한다. 이 방법들은 고정 길이, 가역적 DM을 가능하게 하며, 구체적으로는 구 정형 이득에 근접하는 에너지 효율적 전송을 실현할 수 있도록 한다 [4][5].

2.2.1 직접 산술 부호화

직접 산술 부호화 방식은 최대 에너지 \bar{E} 이하의 유한한 길이 n 의 심볼 시퀀스 집합을 구성하고, $[0, 1)$ 구간에 해당 집합을 사전 순서에 따라 균일한 서브 구간으로 할당한다. 입력된 k 비트를 이진 유리수(dyadic number)로 변환하고 이 값이 해당하는 서브 구간을 결정한다. 해당 구간의 심볼 값을 시퀀스의 첫 번째 값으로 지정한다. 시퀀스의 다음 값을 결정하기 위해 해당 구간에서 조건부 확률을 적용하여 다음 반복 단계에서의 서브 구간을 결정한다. 각 단계의 조건부 확률은 $p_{AC}(a_i|n_j, E_j) = N_c(n_j - 1, E_j - E(a_i))/N_c(n_j, E_j)$ 를 통해 구할 수 있다. $N_c(n, E)$ 는 길이 n , 에너지 E 이하의 시퀀스 집합의 크기를 의미한다. 위 과정을 반복하여 각 단계에서 결정한 서브 구간을 나타내는 심볼로 시퀀스를 구성하여 부호화를 수행한다 [4].

직접 산술 부호화는 심볼의 구성 비율의 제약 없이 더 많은 시퀀스를 활용함으로써 기준 CCDM 방식 대비 짧은 길이에서도 우수한 정형 성능과 낮은 부호율 손실을 제공한다는 장점이 있다. 64-QAM 기준 512 심볼 길이에서 직접 산술 부호화가 CCDM 대비 약 0.25 dB 높은 정형 이득을 보여준다. 하지만 심볼을 결정하는 매 단계마다 $N_c(n, E)$ 를 반복적으로 계산해야 한다는 단점이 있다 [4]. 이를 극복하기 위해 [4]에서 직접 산술 부호화 이외에도 근사 기반 알고리즘과 정밀도 보정 기법을 함께 제안하였다.

2.2.2 성상도 선택 산술 부호화

성상도 선택 산술 부호화는 직접 산술 부호화의 기본 원리를 확장하여, 시퀀스 선택의 자유도를 추가함으로써 더욱 정교한 정형 성능을 달성하기 위한 기법이다. 직접 산술 부호화는 최대 에너지 이하의 시퀀스 집합에서 비트를 매핑하였다면 성상도 선택 산술 부호화는 첫 번째 단계에서 반복적, 순차적으로 전이 확률에 기반하여 시퀀스 조성을 결정하고 두 번째 단계에서는 선택된 시퀀스 조성을 맞춰 직접 산술 부호화를 수행하는 이중 구조를 갖는다. 이러한 구조는 먼저 상위 단계에서 시퀀스의 조성을 결정하므로 목표로 하는 조성 분포를 달성할 수 있다 [4].

성상도 선택 산술 부호화의 주요 장점은 단일 조성 또는 단일 에너지 셋에 국한되지 않고, 다양한 구성 후보를 활용함으로써 분포 근사 정밀도와 정형 이득을 극대화할 수 있다는 점이다. 특히 블록 길이가 짧거나 대상 분포가 복잡한 경우, 기존 CCDM이나 직접 산술 부호화보다 더 나은 정형 성능을 보이는 것이 특징이다. 또한 입력 비트를 더 많은 서브 공간으로 매핑함으로써 정형 손실과 부호율 손실을 효과적으로 줄일 수 있다. 그러나 이 구조는 서브 셋 선택을 위한 추가적인 오버헤드가 존재한다는 단점이 있다 [4].

2.2.3 유한 정밀도 기반 직접 산술 부호화

직접 산술 부호화는 PAS 시스템에서 뛰어난 정형 이득과 낮은 부호율 손실을 제공하는 이상적인 DM 기법이지만, 부호화 및 복호화 과정에서 무한 정밀도 연산을 전제로 하여 실제 디지털 신호 처리에서의 구현이 어렵다. 이러한 한계를 극복하기 위해 개발된 유한 정밀도 기반 직접 산술 부호화는 직접 산술 부호화의 알고리즘 구조를 유지하면서도, 부호화 과정에 포함되는 연산의 정밀도를 제한하고 이 과정에서 발생하는 오차를 추적하여 고유하게 부호화 가능한 비트 수를 결정한다. 이 기법은 로그 영역에서 시퀀스 수 $\log N_c(n, E)$ 를 근사하기 위해 고정 소수점 근사를 사용하고, 이를 툭 업 테이블로 구성하여 연산 복잡도를 줄인다. 고정 소수점 근사는 정수부를 n_i 개의 비트로, 소수부를 n_f 개의 비트로, 부호를 1 비트로 표현한다. 전체 비트 수는 $n_i + n_f + 1$ 의 비트로 일정하고 상황에 맞춰 n_i 와 n_f 를 조절한다. $\log N_c(n, E)$ 를 근사한 후에는 지수 연산을 통해 $N_c(n, E)$ 의 근사값을 계산할 수 있다. 이 기법을 통해 전체 부호화 및 복호화 연산량은 n 에 대해 선형적으로 증가한다 [5].

III. 결론

본 논문에서는 새는 용량에 근접한 성능 구현을 위한 PAS를 소개하고 해당 시스템에서 사용되는 다양한 DM 기법을 소개하였다. CCDM은 사전에 설정한 시퀀스를 구성하는 심볼의 출현 빈도를 바탕으로 시퀀스 집합을 생성하여 부호화를 수행하고, 초기 PAS 구현에 널리 사용되었다. 직접 산술 부호화는 시퀀스의 에너지 제약을 기반으로 시퀀스 집합을 생성하고 산술 부호화를 통해 부호화를 수행하고, 유연하고 이상적인 정형을 실현할 수 있다는 특징이 있다. 또한 성상도 선택 산술 부호화는 직접 산술 부호화 이전 단계에 시퀀스 조성 선택 단계를 추가해 정형 자유도를 확장하였고, 유한 정밀도 기반 직접 산술 부호화 기법은 직접 산술 부호화의 근사를 간단화하여 연산량을 줄였다.

ACKNOWLEDGMENT

이 논문은 2025년도 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 정보통신기획평가원의 지원(RS-2024-00398449), 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(RS-2024-00343913).

참고 문헌

- [1] R. Gallager, "Low-density parity-check codes," in *IRE Trans. on Inf. Theory*, vol. 8, no. 1, pp. 21–28, Jan. 1962.
- [2] G. Böcherer, "Bandwidth Efficient and Rate-Matched Low-Density Parity-Check Coded Modulation," in *IEEE Trans. on Commun.*, vol. 63, no. 12, pp. 4651–4665, Dec. 2015.
- [3] F. Steiner, "Comparison of Geometric and Probabilistic Shaping with Application to ATSC 3.0," *SCC 2017: 11th International ITG Conference on Systems, Communications and Coding*, Hamburg, Germany, 2017, pp. 1–6.
- [4] W. Liu, "Energy-Based Arithmetic Coding Methods for Probabilistic Amplitude Shaping," *GLOBECOM 2023 - 2023 IEEE Global Communications Conference*, Kuala Lumpur, Malaysia, 2023, pp. 5299–5304.
- [5] W. Liu, "Finite-Precision Methods for Energy-Based Direct Arithmetic Coding in Probabilistic Shaping," *ICC 2024 - IEEE International Conference on Communications*, Denver, CO, USA, 2024, pp. 806–811.