

정보이론 기반의 통합 탐지-추정 MIMO 레이더 파형 최적화

박정우, 박정훈*

연세대학교

simyffff@yonsei.ac.kr, *jhpark@yonsei.ac.kr

Information-Theoretic Waveform Design for MIMO Radar with Joint Detection and Estimation

Jeongwoo Park, Jeonghun Park*

Yonsei Univ.

요약

본 논문은 MIMO 센싱 레이더 시스템에서 탐지(detection)와 추정(estimation)을 동시에 고려한 정보이론 기반의 파형 설계 문제를 다룬다. 기존 연구들은 센싱 성능 평가를 위해 탐지 이론 혹은 추정 이론 중 하나에만 기반하였다. 이에 반해 본 연구는 탐지와 추정의 성능 지표를 모두 정보이론적으로 해석함으로써 두 목표를 자연스럽게 통합하는 새로운 파형 설계 프레임워크를 제안한다..

I. 서론

기존의 센싱 기반 레이더 연구는 탐지 성능을 높이기 위한 Neyman-Pearson 기반의 접근 또는 최소 평균 제곱 오차(MMSE) 기반의 추정 성능 향상에 집중되어 왔다. 전자의 경우 고정된 제 1 종 오류(type-1 error)에 대해 제 2 종 오류(type-2 error)를 최소화하는 것이 목적이며, 후자의 경우 채널 추정의 MMSE를 최소화하는 것이 핵심이다. 그러나 실제 레이더 시스템은 두 성능을 동시에 만족해야 할 필요가 있으며, 이를 위해서는 통합적인 파형 설계 접근이 요구된다. 본 논문은 정보이론적 지표인 Kullback-Leibler(KL) 발산과 상호 정보량을 기반으로 탐지이론과 추정이론을 동시에 고려한 파형 설계 문제를 정의하고 전력 제약이 있는 최적화 문제로 정식화한다.

II. 본론

1. 시스템 모델

신호의 길이를 T , 송,수신 안테나 수를 각각 N_t, N_r 라 하자. 수신 신호 $Y \in \mathbb{C}^{T \times N_r}$ 는 다음과 같은 두 가설 중 하나에 따라 수신된다.

$$\begin{aligned} H_0: Y &= N_0 \\ H_1: Y &= SH + N_1 \end{aligned}$$

여기서 $S \in \mathbb{C}^{T \times N_t}$ 는 설계할 레이더 송신 파형, $H \in \mathbb{C}^{N_t \times N_r}$ 는 타겟 응답, N_1 과 N_0 는 $T \times N_r$ 크기의 가우시안 잡음 행렬이다. 수신 안테나들은 충분히 멀리 떨어져 있어 공간적으로 상관이 없다고 가정한다. 이에 따라 H, N_1, N_0 의 각 열벡터는 각각 독립적이고 동일한 분포(i.i.d.) $\mathcal{CN}(0, R_H)$, $\mathcal{CN}(0, R_1)$, $\mathcal{CN}(0, R_0)$ 로 각각 모델링 된다. 또한 신호의 길이가 충분히 길어 $T > N_r, T > N_t$ 인 환경을 고려한다.

2. 탐지 (detection) 관점 - KL 발산 기반 설계

Chernoff-Stein lemma에 따르면 고정된 제 1 종 오류 확률 α 에 대해, 제 2 종 오류 확률 $\beta(\alpha)$ 는 다음과 같이 수렴한다:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \log \beta(\alpha) = -D_{KL}(p_{H_0} || p_{H_1})$$

여기서 p_{H_0}, p_{H_1} 은 각각 가설 H_0, H_1 하에서 Y 의 확률 분포를 의미하며, 이는 모두 가우시안 확률 밀도 함수이다. 탐지 성능을 높이기 위해서는 KL 발산을 크게 해야한다. KL 발산은 다음과 같이 주어지고 이를 최대화하는 최적화 문제 $P1$ 을 세울 수 있다:

$$\begin{aligned} D_{KL}(p_{H_0} || p_{H_1}) &= N_r [\log |SR_H S^H + R_1| \\ &\quad + \text{Tr}((SR_H S^H + R_1)^{-1} R_0)] - N_r T \\ &\quad - N_r \log |R_0| \\ P1: \maximize_S & \log |SR_H S^H + R_1| + \text{Tr}((SR_H S^H + R_1)^{-1} R_0) \\ \text{subject to } & \text{Tr}(SS^H) \leq P_{total} \end{aligned}$$

$P1$ 의 목적함수는 일반적으로 볼록(convex) 함수가 아니므로 non-convex 최적화 문제를 푸는 여러 알고리즘을 사용하여 [1][2][3] 최적 송신 신호 S 를 디자인한다.

3. 추정 (estimation) 관점 - 상호 정보량 기반 설계

가설 H_1 하에서 $Y = SH + N_1$ 모델에 대해, 추정 문제의 전형적인 접근은 가중 MMSE(weighted MMSE,

WMMSE)를 최소화하는 것이다[5]. 이는 MMSE 만을 최소화하는 방식보다 특정 방향, 거리 또는 주파수 성분에 대한 중요도를 반영하여 특정 성분의 추정 정확도를 강조할 수 있다.

가중치 행렬 W 에 대해 WMMSE를 최소화하는 문제를 세워보면 다음과 같은 볼록 최적화 문제 $P2$ 가 도출된다:

$$P2: \underset{S}{\text{minimize}} \mathbb{E} [\|\hat{H} - H\|_F^2] = \text{Tr}(W(R_H^{-1} + S^H R_H^{-1} S)^{-1}) \\ \text{subject to } \text{Tr}(SS^H) \leq P_{total}$$

그러나 이렇게 평균 제곱 오차를 추정 관점에서의 성능 지표로 삼는다면 탐지 관점에서 사용된 KL 발산과는 단위가 달라 두 성능 지표를 통합하기에 적절치 않다. 따라서 추정 성능을 평가하기 위한 대안으로 상호 정보량 $I(Y; H)$ 를 고려한다.

$$I(Y; H) = N_r \log |I_T + R_1^{-1} S R_H S^H| = N_r \log |I_{N_t} + S^H R_1^{-1} S R_H| \\ = N_r \log |R_H^{-1} + S^H R_1^{-1} S|$$

상호 정보량은 그 자체가 KL 발산의 일종으로, 두 성능 지표의 단위가 같아지고 이로 인해 두 관점의 통합 최적화에 있어 자연스러운 기준을 제공한다. 이를 최대화하는 볼록 최적화 문제 $P3$ 는 다음과 같다:

$$P3: \underset{S}{\text{maximize}} \log |R_H^{-1} + S^H R_1^{-1} S| \\ \text{subject to } \text{Tr}(SS^H) \leq P_{total}$$

4. 탐지-추정 통합적 관점

$\lambda \geq 0$ 에 대해서 $P2$ 와 $P3$ 의 라그랑지안 함수를 각각 $L_2(S, \lambda), L_3(S, \lambda)$ 라 하자. 아래의 두 식은 각 라그랑지안의 S 에 대한 그래디언트가 0이 되도록 하는 방정식이다.

$$\nabla_S L_2(S, \lambda) = 0 \\ \Rightarrow R_1^{-1} S (R_H^{-1} + S^H R_H S)^{-1} W (R_H^{-1} + S^H R_H S)^{-1} = \lambda S \\ \nabla_S L_3(S, \lambda) = 0 \\ \Rightarrow R_1^{-1} S (R_H^{-1} + S^H R_H S)^{-1} = \lambda S$$

위의 두 식은 가중치 행렬 $W = (R_H^{-1} + S^H R_H S)^{-1}$ 일 때 동등해지고, 이외의 제약조건도 $P2, P3$ 가 동일하게 가지므로, 두 문제는 동일한 최적화 문제로 귀결된다.

결론적으로, 추정 성능 지표로 기존의 WMMSE 대신 수신 신호 Y 와 타겟 응답 H 사이 상호 정보량을 활용하면, 다음의 최적화 문제 $P4$ 를 해결하여 탐지와 추정 성능을 동시에 만족하는 레이더 파형을 설계할 수 있다.

$$P4: \underset{S}{\text{maximize}} \log |S R_H S^H + R_1| + \text{Tr}((S R_H S^H + R_1)^{-1} R_0) \\ + \log |R_H^{-1} + S^H R_1^{-1} S| \\ \text{subject to } \text{Tr}(SS^H) \leq P_{total}$$

해당 문제는 non-convex 최적화 문제이므로, $P1$ 과 같이 여러 non-convex 최적화 문제의 지역 최적해를 구하는 알고리즘을 사용하여 해결할 수 있다.

III. 결론

본 논문에서는 MIMO 레이더 시스템에서 탐지와 추정을 통합적으로 고려하는 정보 이론 기반 파형 설계 문제를 제시하였다. 정보이론을 기반으로 하여 최적화 문제를 정의하고, 이를 통해 기존의 분리된 탐지/추정 기반 설계를 통합할 수 있는 새로운 설계 프레임워크를 제시하였다. 이 결과는 향후 통합 센싱 및 통신 (integrated sensing and communication, ISAC) [4][5][6] 시스템에서 효과적인 파형 설계의 기초가 될 수 있다.

ACKNOWLEDGMENT

이 논문은 2025년도 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 정보통신기획평가원의 지원을 받아 수행된 연구임 (No. RS-2024-00397216, (총괄 1-세부 1) Upper-mid Band Extreme massive MIMO(E-MIMO) 시스템 기술 개발)

참고 문헌

- [1] Park, Jeonghun, et al. "Rate-splitting multiple access for downlink MIMO: A generalized power iteration approach." *IEEE Transactions on Wireless Communications* 22.3 (2022): 1588–1603.
- [2] Shen, Kaiming, and Wei Yu. "Fractional programming for communication systems—Part I: Power control and beamforming." *IEEE Transactions on Signal Processing* 66.10 (2018): 2616–2630.
- [3] Hunter, David R., and Kenneth Lange. "A tutorial on MM algorithms." *The American Statistician* 58.1 (2004): 30–37.
- [4] Kim, Namhyun, Juntaek Han, and Jeonghun Park. "Integrated Sensing and Communications in FDD MIMO Without CSI Feedback: Towards FDD MIMO ISAC." *2024 22nd International Symposium on Modeling and Optimization in Mobile, Ad Hoc, and Wireless Networks (WiOpt)*. IEEE, 2024.
- [5] Wang, Shuaijun, et al. "Unified ISAC Pareto Boundary Based on Mutual Information and Minimum Mean-Square Error Estimation." *IEEE Transactions on Communications* (2024)
- [6] Yang, Lie-Liang. "Optimization for MIMO Integrated Sensing and Communications." *arXiv preprint arXiv:2403.14495* (2024)