

1 비트 관측치 및 모델 불완전성을 고려한 상태 추정에 관한 연구

정채현, 박정훈*
연세대학교

jch0624@yonsei.ac.kr, *jhpark@yonsei.ac.kr

A Study on State Estimation with 1-Bit Observations and Imperfect Models

Jung Chaehyun, Park Jeonghun*
Yonsei Univ.

요약

본 논문에서는 1 비트 관측치를 활용한 새로운 상태 추정 프레임워크를 제안한다. 먼저 시스템 모델을 완전히 알고 있다는 가정 하에, Bussgang 정리와 dithering을 응용하여 순차적으로 선형 상태 추정 기법 Bussgang-Kalman 필터를 개발하고, 이어서 시스템 모델을 부분적으로만 안다는 현실적 상황을 반영하여, 딥신경망(DNN)을 결합한 상태 추정 기법인 Bussgang-KalmanNet을 제안한다. 성능 검증을 위해 NCLT 데이터셋을 이용한 수치 시뮬레이션을 수행한 결과, 관측 값이 극도로 양자화(1 비트)되어 있어도 제안한 프레임워크가 높은 정확도의 상태 추정을 달성함을 확인하였다.

I. 서론

상태 추정 문제는 공학적 응용 분야가 확대됨에 따라 그 필요성이 더욱 부각되고 있다. 상태추정을 위한 대표적 방법으로 Kalman filter [1]가 있으며, 이후 이를 기반으로 한 EKF (Extended Kalman Filter, [2])와 UKF (Unscented Kalman Filter, [3]) 등이 연구되어 왔다. 최근에는 모델 불확실성을 다루기 위한 딥신경망(DNN) 기반 접근법인 KalmanNet [4]도 제안되었다.

기존 상태 추정 기법들은 대체로 이상적인 관측인 고해상도 아날로그-디지털 변환기(ADC)를 가정한다. 그러나 고해상도 ADC는 비트 깊이 N 이 커질수록 시스템의 에너지 소비가 지수적으로 증가한다는 문제가 있다. 이 때문에 저해상도 양자화기에 대한 연구가 MIMO 시스템 등 다양한 분야에서 활발히 이루어져 왔지만 [5]-[7], 심하게 양자화된 관측을 이용한 상태 추정 문제는 아직 다루어진 바가 없다.

본 논문에서는 관측에 1 비트 ADC만 사용하는 새로운 상태 추정 문제를 새로 정의한다. 1 비트 ADC는 심각한 비선형성으로 인해 기존 필터링 알고리즘으로는 정확한 상태 추정이 불가능하다. 이를 해결하기 위해 시스템 모델을 완전히 알고 있다는 가정 아래, Bussgang 정리 [8]와 dithering을 활용한 새로운 선형 필터링 기법인 Bussgang-Kalman 필터(BKF)를 제안한다. 또한 시스템 모델을 부분적으로만 안다는 환경으로 확장하기 위해, DNN 기반 상태 추정 기법인 Bussgang-KalmanNet (BKN)을 개발한다. 이후 NCLT 데이터셋 [9]에 대한 종합적인 시뮬레이션을 통해 제안 방법들의 성능을 검증하였다. 본 논문은 심하게 양자화된 관측에서도 정확한 상태 추정이 가능함을 입증하고, 완전 모델, 부분 모델 환경 모두에 대한 효율적 해법을 제시한다는 데 그 의의가 있다.

II. 본론

일반적으로, 이산 시간 비선형-공간(State-Space, SS) 및 측정 모델은

$$\begin{aligned} x_t &= f(x_{t-1}) + w_t \\ y_t &= h(x_t) + v_t \end{aligned}$$

와 같이 표현된다. 여기서 $f(\cdot)$ 는 시스템 동역학, $h(\cdot)$ 는 관측 모델, w_t 와 v_t 는 각각 상태 잡음과 측정 잡음 벡터를 나타낸다. 상태 추정의 목표는

$$\mathbb{E}[(x_t - \hat{x}_{t|t})^2 | y_1, y_2, \dots, y_t]$$

을 최소화하는 것이다. 여기서 $\hat{x}_{t|t}$ 는 시점 t 에서의 상태 추정치이다. 관례적으로는 고해상도 ADC를 가정해 y_t 가 왜곡되지 않는다고 본다.

본 연구에서는 1 비트 ADC를 사용한다. 1 비트 ADC 출력은 $r_t = Q(y_t) = \text{sgn}(y_t)$ 이며, threshold을 기준으로 $+1$ 또는 -1 만을 내보낸다. 이로 인해 심각한 비선형성과 정보 손실이 발생하여 기존 필터링 기법으로는 정확한 상태 추정이 어렵다. 따라서 1 비트 양자화 신호를 다루기 위해 Bussgang 정리 [8]를 적용한다. 먼저, 한단계 앞서 예측한 값 $\hat{y}_{t|t-1}$ 을 빼서 입력 신호의 평균을 0으로 만드는 dithering을 수행하고, $r_t = Q(y_t - \hat{y}_{t|t-1})$ 를 얻은 후, 이를 바탕으로 다음 두 단계의 필터링 알고리즘을 수행한다.

1) 예측 단계: 이 단계에서는 프로세스 잡음 공분산 행렬 Q_t 및 측정 잡음 공분산 행렬 R_t 를 활용해 상태 추정 오차 공분산을 예측한다.

$$\begin{aligned} \hat{x}_{t|t-1} &= F_t \cdot \hat{x}_{t-1|t-1} \\ \Sigma_{t|t-1} &= F_t \cdot \Sigma_{t-1|t-1} \cdot F_t^\top + Q_t \\ P_{t|t-1} &= H_t \cdot \Sigma_{t|t-1} \cdot H_t^\top + R_t \end{aligned}$$

여기서 $\Sigma_{t|t-1}$ 와 $P_{t|t-1}$ 는 각각 SS 모델과 측정 모델의 오차 공분산 행렬이다. 계산의 편의를 위해

$D_t = \text{diag}(\mathbf{P}_{t|t-1})^{-1/2}$ 로 정의하면 1 비트 관측 r_t 의 오차 공분산 행렬과 Bussgang 계수 B_t 는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$S_{t|t-1} = \frac{2}{\pi} \sin^{-1} [D_{t|t-1} \cdot P_{t|t-1} \cdot D_{t|t-1}]$$

$$B_t = \sqrt{\frac{2}{\pi}} D_{t|t-1}$$

2) **개선 단계:** 이 단계에서는 1 비트 관측 r_t 를 이용해 상태 추정치를 보정한다.

$$\hat{x}_{t|t} = \hat{x}_{t|t-1} + BG_t \cdot r_t$$

$$\Sigma_{t|t} = \Sigma_{t|t-1} - BG_t \cdot S_{t|t-1} \cdot BG_t^\top$$

$$BG_t = \Sigma_{t|t-1} \cdot (B_t \cdot H_t)^\top \cdot S_{t|t-1}^{-1}$$

여기서 BG_t 는 Bussgang 이득이다.

위 필터링 방법은 잡음 공분산 행렬 Q_t 와 R_t 를 정확히 알고 있을 때에만 적용 가능하다. 부분적으로만 모델 정보를 아는 경우를 다루기 위해, 본 논문은 Bussgang-KalmanNet (BKN)을 제안한다. BKN은 Bussgang 이득 BG_t 를 직접 계산하지 않고, 오차 공분산 행렬을 입력으로 받아 게이트 순환 유닛(GRU)을 통해 BG_t 을 학습하도록 설계되어 있다.

논문의 분량 제약으로 인해, 제안한 BKN의 입력 변수만 아래와 같이 간략히 기술한다.

- $\Delta\hat{x}_t = \hat{x}_{t|t} - \hat{x}_{t|t-1}$: 프로세스 잡음 공분산을 모델링한다.
- $\Delta\hat{x}_t = \hat{x}_{t|t} - \hat{x}_{t|t-1}$: 상태 예측 오차 공분산 $\Sigma_{t|t-1}$ 을 모델링한다.
- $\Delta r_t = \Delta\hat{r}_t = r_t$: r_t 에 의존하는 Bussgang 이득의 잔여 항, 즉 $\sqrt{\frac{2}{\pi}} D_{t|t-1} S_{t|t-1}^{-1}$ 을 모델링한다.

이를 바탕으로 BKN은 다음과 같이 표현된다.

$$\hat{x}_{t|t} = \hat{x}_{t|t-1} + BG_t(\theta) \cdot r_t$$

$$\mathcal{L} = \|x_t - \hat{x}_{t|t}\|^2$$

여기서 θ 는 가중치 파라미터이며, 손실함수 \mathcal{L} 에 대해 역전파(back-propagation)로 최적화된다.

III. 결론

본 논문에서는 제안한 방법을 NCLT 데이터셋 [9]에서 검증하였다. 완전 모델 가정하에서 EKF 와 BKF의 MSE는 각각 33.406 dB 와 32.577 dB로 거의 동일하였다. 부분 모델 가정하에서는 KalmanNet 과 BKN이 각각 20.136 dB 와 23.183 dB의 MSE를 보였다.

따라서 제안한 프레임워크를 통해 1 비트 양자화로 인한 신호 왜곡을 효과적으로 극복하여 정확한 상태 추정을 달성함을 확인할 수 있었다.

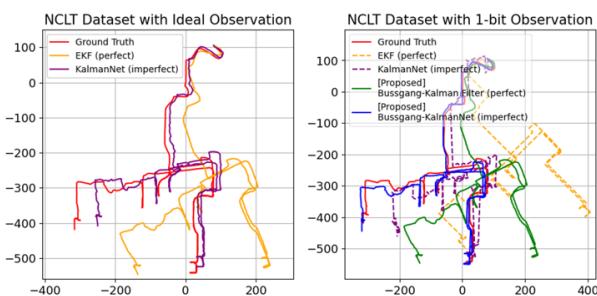


그림 1: NCLT 데이터셋에 대한 시뮬레이션 결과

ACKNOWLEDGMENT

This work was supported by Korea Research Institute for defense Technology planning and advancement (KRIT) – grant funded by the Defense Acquisition Program Administration (DAPA) (KTIR-CT-22-078)

참 고 문 헌

- [1] R. E. Kalman, "A new approach to linear filtering and prediction problems," *J. of Basic Engineering*, vol. 82, no. 1, pp. 35-45, 1960.
- [2] S. F. Schmidt, "The Kalman filter-Its recognition and development for aerospace applications," *J. of Guidance and Control*, vol. 4, no. 1, pp. 4-7, 1981.
- [3] E. Wan and R. Van Der Merwe, "The unscented Kalman filter for nonlinear estimation," in *Proc. Of the IEEE Adaptive Systems for Signal Process., Commun., and Control Symp.*, 2000, pp. 153-158.
- [4] G. Revach, N. Shlezinger, X. Ni, A. L. Escoriza, R. J. G. van Sloun, and Y. C. Eldar, "KalmanNet: Neural network aided Kalman filtering for partially known dynamics," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 70, pp. 1532-1547, 2022.
- [5] J. Park, S. Park, A. Yazdan, and R. W. Heath, "Optimization of mixed-ADC multi-antenna systems for cloud-RAN deployments," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 65, no. 9, pp. 3962-3975, 2017.
- [6] J. Choi, J. Park, and N. Lee, "Energy efficiency maximization precoding for quantized massive MIMO systems," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 21, no. 9, pp. 6803-6817, 2022.
- [7] Y. Li, C. Tao, G. Seco-Granados, A. Mezghani, A. L. Swindlehurst, and L. Liu, "Channel estimation and performance analysis of one-bit massive MIMO systems," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 65, no. 15, pp. 4075-4089, 2017.
- [8] O. T. Demir and E. Bjornson, "The Bussgang decomposition of nonlinear systems: Basic theory and MIMO extensions [lecture notes]," *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 38, no. 1, pp. 131-136, 2021.
- [9] N. Carlevaris-Bianco, A. K. Ushani, and R. M. Eustice, "University of Michigan North Campus long-term vision and lidar dataset," *Int. J. of Robotics Research*, vol. 35, no. 9, pp. 1023-1035, 2015.