

1 비트 관측치 및 모델 불완전성을 고려한 상태 추정에 관한 연구

정채현, 박정훈*

연세대학교

jch0624@yonsei.ac.kr, *jhpark@yonsei.ac.kr

A Study on State Estimation with 1-Bit Observations and Imperfect Models

Jung Chaehyun, Park Jeonghun*

Yonsei Univ.

요 약

본 논문에서는 1 비트 관측치를 활용한 새로운 상태 추정 프레임워크를 제안한다. 먼저 시스템 모델을 완전히 알고 있다는 가정 하에, Bussgang 정리와 dithering 을 응용하여 순차적으로 선형 상태 추정 기법 Bussgang-Kalman 필터를 개발하고, 이어서 시스템 모델을 부분적으로만 안다는 현실적 상황을 반영하여, 딥신경망(DNN)을 결합한 상태 추정 기법인 Bussgang-KalmanNet 을 제안한다. 성능 검증을 위해 NCLT 데이터셋을 이용한 수치 시뮬레이션을 수행한 결과, 관측 값이 극도로 양자화(1 비트)되어 있어도 제안한 프레임워크가 높은 정확도의 상태 추정을 달성함을 확인하였다.

I. 서 론

상태 추정 문제는 공학적 응용 분야가 확대됨에 따라 그 필요성이 더욱 부각되고 있다. 상태추정을 위한 대표적 방법으로 Kalman filter [1]가 있으며, 이후 이를 기반으로 한 EKF (Extended Kalman Filter, [2])와 UKF (Unscented Kalman Filter, [3]) 등이 연구되어 왔다. 최근에는 모델 불확실성을 다루기 위한 딥신경망(DNN) 기반 접근법인 KalmanNet [4]도 제안되었다.

기존 상태 추정 기법들은 대체로 이상적인 관측인 고해상도 아날로그-디지털 변환기(ADC)를 가정한다. 그러나 고해상도 ADC 는 비트 깊이 N 이 커질수록 시스템의 에너지 소비가 지수적으로 증가한다는 문제가 있다. 이 때문에 저해상도 양자화기에 대한 연구가 MIMO 시스템 등 다양한 분야에서 활발히 이루어져 왔지만 [5]–[7], 심하게 양자화된 관측을 이용한 상태 추정 문제는 아직 다루어진 바가 없다.

본 논문에서는 관측에 1 비트 ADC 만 사용하는 새로운 상태 추정 문제를 새로 정의한다. 1 비트 ADC 는 심각한 비선형성으로 인해 기존 필터링 알고리즘으로는 정확한 상태 추정이 불가능하다. 이를 해결하기 위해 시스템 모델을 완전히 알고 있다는 가정 아래, Bussgang 정리 [8]와 dithering 을 활용한 새로운 선형 필터링 기법인 Bussgang-Kalman 필터(BKF)를 제안한다. 또한 시스템 모델을 부분적으로만 아는 환경으로 확장하기 위해, DNN 기반 상태 추정 기법인 Bussgang-KalmanNet (BKN)을 개발한다. 이후 NCLT 데이터셋 [9]에 대한 종합적인 시뮬레이션을 통해 제안 방법들의 성능을 검증하였다. 본 논문은 심하게 양자화된 관측에서도 정확한 상태 추정이 가능함을 입증하고, 완전 모델, 부분 모델 환경 모두에 대한 효율적 해법을 제시한다는 데 그 의의가 있다.

II. 본론

일반적으로, 이산 시간 비선형-공간(State-Space, SS) 및 측정 모델은

$$\begin{aligned}x_t &= f(x_{t-1}) + w_t \\ y_t &= h(x_t) + v_t\end{aligned}$$

와 같이 표현된다. 여기서 $f(\cdot)$ 는 시스템 동역학, $h(\cdot)$ 는 관측 모델, w_t 와 v_t 는 각각 상태 잡음과 측정 잡음 벡터를 나타낸다. 상태 추정의 목표는

$$\mathbb{E}[(x_t - \hat{x}_{t|t})^2 | y_1, y_2, \dots, y_t]$$

을 최소화하는 것이며, 여기서 $\hat{x}_{t|t}$ 는 시점 t 에서의 상태 추정치이다. 관례적으로는 고해상도 ADC 를 가정해 y_t 가 왜곡되지 않는다고 본다.

본 연구에서는 1 비트 ADC 를 사용한다. 1 비트 ADC 출력은 $r_t = Q(y_t) = \text{sgn}(y_t)$ 이며, threshold 을 기준으로 +1 또는 -1 만을 내보낸다. 이로 인해 심각한 비선형성과 정보 손실이 발생하여 기존 필터링 기법으로는 정확한 상태 추정이 어렵다. 따라서 1 비트 양자화 신호를 다루기 위해 Bussgang 정리 [8]를 적용한다. 먼저, 한단계 앞서 예측한 값 $\hat{y}_{t|t-1}$ 을 빼서 입력 신호의 평균을 0으로 만드는 dithering 을 수행하고, $r_t = Q(y_t - \hat{y}_{t|t-1})$ 를 얻은 후, 이를 바탕으로 다음 두 단계의 필터링 알고리즘을 수행한다.

- 1) **예측 단계:** 이 단계에서는 프로세스 잡음 공분산 행렬 Q_t 및 측정 잡음 공분산 행렬 R_t 를 활용해 상태 추정 오차 공분산을 예측한다.

$$\begin{aligned}\hat{x}_{t|t-1} &= F_t \cdot \hat{x}_{t-1|t-1} \\ \Sigma_{t|t-1} &= F_t \cdot \Sigma_{t-1|t-1} \cdot F_t^T + Q_t \\ P_{t|t-1} &= H_t \cdot \Sigma_{t|t-1} \cdot H_t^T + R_t\end{aligned}$$

여기서 $\Sigma_{t|t-1}$ 와 $P_{t|t-1}$ 는 각각 SS 모델과 측정 모델의 오차 공분산 행렬이다. 계산의 편의를 위해

$D_t = \text{diag}(\mathbf{P}_{t|t-1})^{-1/2}$ 로 정의하면 1 비트 관측 r_t 의 오차 공분산 행렬과 Bussgang 계수 B_t 는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$S_{t|t-1} = \frac{2}{\pi} \sin^{-1}[D_{t|t-1} \cdot P_{t|t-1} \cdot D_{t|t-1}]$$

$$B_t = \sqrt{\frac{2}{\pi}} D_{t|t-1}$$

2) 갱신 단계: 이 단계에서는 1 비트 관측 r_t 를 이용해 상태 추정치를 보정한다.

$$\hat{\mathbf{x}}_{t|t} = \hat{\mathbf{x}}_{t|t-1} + B G_t \cdot r_t$$

$$\Sigma_{t|t} = \Sigma_{t|t-1} - B G_t \cdot S_{t|t-1} \cdot B G_t^T$$

$$B G_t = \Sigma_{t|t-1} \cdot (B_t \cdot H_t)^T \cdot S_{t|t-1}^{-1}$$

여기서 $B G_t$ 는 Bussgang 이득이다.

위 필터링 방법은 잡음 공분산 행렬 Q_t 와 R_t 를 정확히 알고 있을 때에만 적용 가능하다. 부분적으로만 모델 정보를 아는 경우를 다루기 위해, 본 논문은 Bussgang-KalmanNet (BKN)을 제안한다. BKN은 Bussgang 이득 $B G_t$ 를 직접 계산하지 않고, 오차 공분산 행렬을 입력으로 받아 게이트 순환 유닛(GRU)을 통해 $B G_t$ 를 학습하도록 설계되어 있다.

논문의 분량 제약으로 인해, 제안한 BKN의 입력 변수만 아래와 같이 간략히 기술한다.

- $\Delta \hat{\mathbf{x}}_t = \hat{\mathbf{x}}_{t|t} - \hat{\mathbf{x}}_{t-1|t-1}$: 프로세스 잡음 공분산을 모델링한다.
- $\Delta \hat{\mathbf{x}}_t = \hat{\mathbf{x}}_{t|t} - \hat{\mathbf{x}}_{t|t-1}$: 상태 예측 오차 공분산 $\Sigma_{t|t-1}$ 을 모델링한다.
- $\Delta r_t = \Delta \hat{r}_t = r_t$: r_t 에 의존하는 Bussgang 이득의 잔여 항, 즉 $\sqrt{\frac{2}{\pi}} D_{t|t-1} S_{t|t-1}^{-1}$ 을 모델링한다.

이를 바탕으로 BKN은 다음과 같이 표현된다.

$$\hat{\mathbf{x}}_{t|t} = \hat{\mathbf{x}}_{t|t-1} + B G_t(\theta) \cdot r_t$$

$$\mathcal{L} = \|\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{x}}_{t|t}\|^2$$

여기서 θ 는 가중치 파라미터이며, 손실함수 \mathcal{L} 에 대해 역전파(back-propagation)로 최적화된다.

III. 결론

본 논문에서는 제안한 방법을 NCLT 데이터셋 [9]에서 검증하였다. 완전 모델 가정하에서 EKF와 BKF의 MSE는 각각 33.406 dB와 32.577 dB로 거의 동일하였다. 부분 모델 가정하에서는 KalmanNet과 BKN이 각각 20.136 dB와 23.183 dB의 MSE를 보였다.

따라서 제안한 프레임워크를 통해 1 비트 양자화로 인한 신호 왜곡을 효과적으로 극복하여 정확한 상태 추정을 달성함을 확인할 수 있었다.

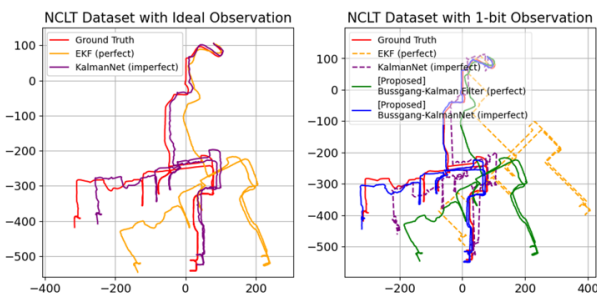


그림 1: NCLT 데이터셋에 대한 시뮬레이션 결과

ACKNOWLEDGMENT

This work was supported by Korea Research Institute for defense Technology planning and advancement (KRIT) – grant funded by the Defense Acquisition Program Administration (DAPA) (KTIR-CT-22-078)

참 고 문 헌

- [1] R. E. Kalman, "A new approach to linear filtering and prediction problems," *J. of Basic Engineering*, vol. 82, no. 1, pp. 35-45, 1960.
- [2] S. F. Schmidt, "The Kalman filter-Its recognition and development for aerospace applications," *J. of Guidance and Control*, vol. 4, no. 1, pp.4-7, 1981.
- [3] E. Wan and R. Van Der Merwe, "The unscented Kalman filter for nonlinear estimation," in *Proc. Of the IEEE Adaptive Systems for Signal Process., Commun., and Control Symp.*, 2000, pp. 153-158.
- [4] G. Revach, N. Shlezinger, X. Ni, A. L. Escoriza, R. J. G. van Sloun, and Y. C. Eldar, "KalmanNet: Neural network aided Kalman filtering for partially known dynamics," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 70, pp. 1532-1547, 2022.
- [5] J. Park, S. Park, A. Yazdan, and R. W. Heath, "Optimization of mixed-ADC multi-antenna systems for cloud-RAN deployments," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 65, no. 9, pp. 3962-3975, 2017.
- [6] J. Choi, J. Park, and N. Lee, "Energy efficiency maximization precoding for quantized massive MIMO systems," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 21, no. 9, pp. 6803-6817, 2022.
- [7] Y. Li, C. Tao, G. Seco-Granados, A. Mezghani, A. L. Swindlehurst, and L. Liu, "Channel estimation and performance analysis of one-bit massive MIMO systems," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 65, no. 15, pp. 4075-4089, 2017.
- [8] O. T. Demir and E. Bjornson, "The Bussgang decomposition of nonlinear systems: Basic theory and MIMO extensions [lecture notes]," *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 38, no. 1, pp. 131-136, 2021.
- [9] N. Carlevaris-Bianco, A. K. Ushani, and R. M. Eustice, "University of Michigan North Campus long-term vision and lidar dataset," *Int. J. of Robotics Research*, vol. 35, no. 9, pp. 1023-1035, 2015.