

# 심볼 매핑 최적화를 통한 BIPCM 복호 성능 개선 기법

백성열, 고영준, 김서영, 오왕록

충남대학교

[syback@o.cnu.ac.kr](mailto:syback@o.cnu.ac.kr), [koy565900@o.cnu.ac.kr](mailto:koy565900@o.cnu.ac.kr), [sky2622@o.cnu.ac.kr](mailto:sky2622@o.cnu.ac.kr), [kingrock@cnu.ac.kr](mailto:kingrock@cnu.ac.kr)

## Improving Decoding Performance of BIPCM by Optimizing symbol mapping

Sungyeol Back, Youngjun Ko, Seoyoung Kim and Wangrok Oh

Chungnam National Univ.

### 요약

주파수 효율 (spectral efficiency)을 높이기 위해 극 부호 (polar code)와 고차원 변조 (high order modulation)를 결합한 BIPCM (bit-interleaved polar coded modulation)이 제안되었다. 기존에 제안된 BIPCM 기법은 부호율에 따라 변조 심볼 내에 부호 비트를 매핑하기 위한 인덱스 집합이 상이하여 다양한 인덱스 집합을 저장하는데 요구되는 구현 복잡도가 높은 단점이 있다. 본 논문에서는 극 부호의 팩터 그래프 (factor graph) 구조와 해당 구조 내에서 계산되는 메시지의 특성을 고려한 심볼 매핑 기법을 제안한다. 제안하는 기법은 모든 부호율에 대해 동일한 매핑 인덱스 집합을 사용하여 복잡도를 낮출 수 있을 뿐만 아니라 우수한 FER 성능을 달성한다.

### I. 서론

극 부호 (polar code)는 이진 입력 이산 무기억 채널 (binary input discrete memoryless channel, BI-DMC)에서 채널 용량을 달성할 수 있음이 이론적으로 증명된 최초의 오류 정정 부호이다[1]. 극 부호 기반 통신시스템의 주파수 효율 (spectral efficiency)을 높이기 위해 극 부호와 고차원 변조 (high order modulation)를 결합한 BIPCM (bit-interleaved polar coded modulation) 연구가 활발히 진행되고 있다[2, 3]. 기존에 제안된 BIPCM 기법들은 부호 비트들을 변조 심볼 내의 비트에 매핑하는 기법을 제안하였으나 부호율 (code rate)에 따라 서로 다른 매핑 인덱스 집합을 사용해야 하므로 다양한 매핑 인덱스 집합을 저장하기 위해 요구되는 복잡도가 높은 단점이 있다.

본 논문에서는 극 부호의 팩터 그래프 (factor graph) 구조와 메시지 업데이트 과정을 고려한 심볼 매핑 기법을 제안한다. 제안하는 기법은 우수한 FER 성능을 달성할 뿐만 아니라 모든 부호율에 대해 동일한 매핑 인덱스 집합을 사용할 수 있어 해당 집합을 저장하는데 요구되는 복잡도를 낮출 수 있다.

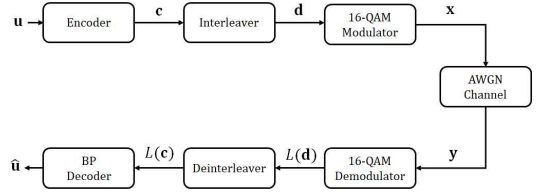
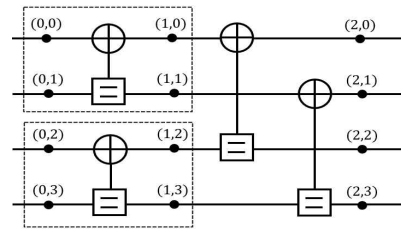


그림 1. 시스템 모델



□: Sub-polar code with length  $N/2$

그림 2. 극 부호의 팩터 그래프 ( $N=4$ )

### II. 본론

본 논문에서는 고려하는 시스템 모델은 그림 1과 같다. 극 부호의 부호화기 (encoder)는 메시지 벡터  $\mathbf{u} = [u_0, u_1, \dots, u_{N-1}]$ 를 입력값으로 사용하여 부호어 (codeword)  $\mathbf{c} = [c_0, c_1, \dots, c_{N-1}]$ 를 식 (1)과 같이 생성한다.

$$\mathbf{c} = \mathbf{u} G_N. \quad (1)$$

식 (1)에서  $G_N$ 은 길이  $N$ 을 갖는 극 부호의 생성 행렬을 나타내며

$G_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ 의  $n = \log_2 N$ 차 크로네커 제곱 (Kronecker power) 연산  $G_2^{\otimes n}$ 으로 구할 수 있다. 부호어  $\mathbf{c}$ 는 인터리버 (interleaver)를 거쳐  $\mathbf{d}$ 로

변환된 후 16-QAM 변조 심볼  $\mathbf{x}$ 로 변조되어 가산성 가우시안 백색 잡음 (additive white Gaussian noise, AWGN) 채널을 통해 수신기로 전송된다. 이때 16-QAM 변조 심볼의 동 위상 (in-phase) 성분과 직교 위상 (quadrature) 성분은 4-PAM (pulse amplitude modulation) 심볼로 구성되며 잡음은 평균과 분산이 각각 0,  $\frac{N_0}{2}$ 인 가우시안 분포 특성을 갖는다.

복조기 (demodulator)는 수신 신호  $\mathbf{y}$ 의 각 원소에 매핑된 부호 비트들의 로그 우도 비 (log-likelihood ratio, LLR)  $L(\mathbf{d})$ 를 계산한 후 디인터리버를 수행하여 복호화기 (decoder)로 전달한다.

길이  $N=4$ 를 갖는 극 부호의 BP 복호를 위한 팩터 그래프는 그림 2와 같다[4]. 여기서  $(l, k)$ 는  $l \in \{0, 1, \dots, \log_2 N\}$  번째 단계에서  $k \in \{0, 1, \dots, N-1\}$  번째 노드를 나타낸다. 팩터 그래프는 각 단계마다

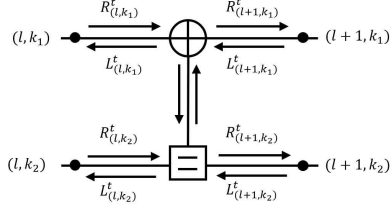


그림 3. Processing element

그림 3에서 볼 수 있는 바와 같이  $\frac{N}{2}$  개의 PE (processing element)로 구성된다. 그림 3에서  $R_{(l,k)}^t, L_{(l,k)}^t$ 는  $t$ 번째 반복 복호에서 각각 우측 방향, 좌측 방향으로 계산되는  $(l,k)$  노드의 LLR 값을 나타내며 식 (2)와 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} R_{(l+1,k_1)}^t &= f(R_{(l,k_1)}^t, R_{(l,k_2)}^t + L_{(l+1,k_2)}^{t-1}) \\ R_{(l+1,k_2)}^t &= f(R_{(l,k_1)}^t, L_{(l+1,k_1)}^{t-1}) + R_{(l,k_2)}^t \\ L_{(l,k_1)}^t &= f(L_{(l+1,k_1)}^t, R_{(l,k_2)}^t + L_{(l+1,k_2)}^t) \\ L_{(l,k_2)}^t &= f(R_{(l,k_1)}^t, L_{(l+1,k_1)}^t) + L_{(l+1,k_2)}^t \end{aligned} \quad (2)$$

여기서  $f(a,b)$ 는  $\text{sgn}(a)\text{sgn}(b)\min(|a|, |b|)$ 를 나타낸다.

본 논문에서는 극 부호의 팩터 그래프 구조와 메시지 업데이트 과정을 고려하여 16-QAM 변조 심볼 내에 부호 비트를 매핑하는 기법을 제안한다. 그림 2에서 볼 수 있는 바와 같이 길이  $N$ 을 갖는 극 부호는 길이  $N/2$ 을 갖는 두 서브 극 부호 (sub-polar code)로 나눌 수 있으며 하단 서브 극 부호는 상단 대비 더 많은 정보 비트 노드들을 포함하는 경향이 있다. 한편, 식 (2)에서  $L_{(l,k_2)}^t$ 는  $L_{(l+1,k_2)}^t$ 가 그대로 더해져  $(l+1, k_2)$  노드의 신뢰도를 높일 경우  $(l+1, k_2)$  노드의 신뢰도 역시 높일 수 있다. 이러한 특징들을 이용하여 부호화 과정에서  $(\log_2 N, i)$ ,  $i = 0, 1, \dots, \frac{N}{2}-1$  노드와  $(\log_2 N, j)$ ,  $j = \frac{N}{2}, \frac{N}{2}+1, \dots, N-1$  노드에 각각 LSB와 MSB가 매핑되도록 설정할 경우  $(\log_2 N-1, j)$  노드는 신뢰도가 높은 메시지를 받을 수 있다. 이를 통해 반복 복호 과정에서 하단 서브 극 부호의 팩터 그래프 내에 위치한 정보 비트 노드들의 신뢰도를 극대화할 수 있을 뿐만 아니라 부호율에 상관없이 동일한 매핑 인덱스 집합을 적용할 수 있다.

### III. 전산 실험

본 논문에서 제안하는 기법의 성능을 확인하기 위해 전산 실험에 사용된 파라미터는 표 1과 같다. 표 1에서 극 부호 설계 기법은 beta-expansion을 사용하였으며 최대 반복 복호 횟수는 더 이상 복호 성능 개선이 없는 40으로 설정하였다. 그림 4는 BIPCM 시스템에서 제안하는 기법과 랜덤 매핑 (random mapping) 기법의 FER 성능을 나타낸다. 이때  $E_b$ 는 정보 비트 당 에너지를 나타낸다. 그림 4에서 볼 수 있는 바와 제안하는 기법은 랜덤 매핑 기법 대비 FER이  $10^{-3}$ 을 달성하는 영역에서 고려하는 모든 부호율에 대해 약 0.4 dB 더 우수한 성능을 달성하는 것을 확인할 수 있다.

표 1. 전산 실험 파라미터

Parameters	Values
Channel model	AWGN
Polar code length $N$	512
Code rate $R$	1/2, 1/3
Code design scheme	$\beta$ -expansion [5] ( $\beta = 2^{1/4}$ )
Modulation	16-QAM
Maximum iteration number	40
Decoding scheme	BP

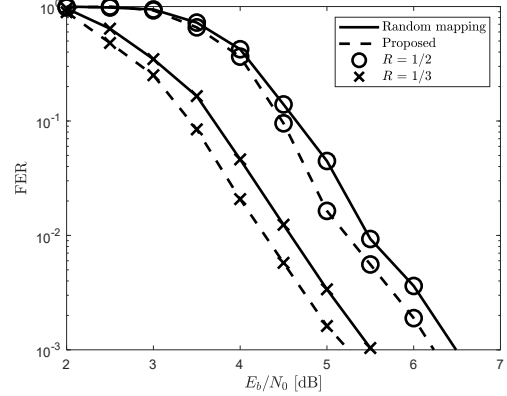


그림 4. 제안하는 기법의 FER 성능

### IV. 결론

본 논문에서는 BIPCM 복호 성능을 개선하기 위해 16-QAM 변조 심볼 내에 부호 비트를 매핑하는 기법을 제안하였다. 제안하는 기법은 MSB에 매핑된 부호 비트의 신뢰도가 LSB 대비 높다는 특징과 극 부호의 팩터 그래프 구조를 활용한다. 제안하는 기법은 하단 서브 극 부호 내에 정보 비트 노드들의 신뢰도를 극대화하여 우수한 FER 성능을 달성했을 뿐만 아니라 매핑 인덱스 집합을 저장하는데 요구되는 복잡도를 기존 BIPCM 기법 대비 낮추는 장점이 있다.

### 참고 문헌

- [1] E. Arıkan, "Channel polarization: A method for constructing capacity-achieving codes for symmetric binary-input memoryless channels," in *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 55, no. 7, pp. 3051-3073, Jul. 2009.
- [2] D. -M. Shin, S. -C. Lim and K. Yang, "Mapping Selection and Code Construction for 2<sup>m</sup>-ary Polar-Coded Modulation," in *IEEE Communications Letters*, vol. 16, no. 6, pp. 905-908, June 2012.
- [3] Q. Yu, Z. Shi, X. Li, M. Asif, J. Zhang and K. M. Rabie, "Mapping Design for 2M -Ary Bit-Interleaved Polar Coded Modulation," in *IEEE Access*, vol. 7, pp. 116774-116784, 2019.
- [4] E. Arıkan, "Polar codes: A pipelined implementation," in *Proc. ISBC*, pp. 11-14, 2010.
- [5] G. He et al., "Beta-Expansion: A Theoretical Framework for Fast and Recursive Construction of Polar Codes," *GLOBECOM 2017 - 2017 IEEE Global Communications Conference*, Singapore, 2017, pp. 1-6.