

## 단일 LEO 위성 위치 추정을 위한 동역학 모델 기반 무향 칼만 필터 성능 평가

정세현, 이한결, 정진곤\*  
 중앙대학교 전자전기공학과

{anna1211; forener; jgjong}@cau.ac.kr

## Performance Evaluation of Unscented Kalman Filter with Dynamics Model for Single Low-Earth Orbit Satellite Position Estimation

Sehyun Jeong, Han-Gyeol Lee, Jington Jeong\*

Department of Electrical and Electronics Engineering, Chung-Ang University.

### 요약

본 논문은 단일 저궤도 (low Earth orbit, LEO) 위성 위치 추정을 위한 동역학 모델 기반 무향 칼만 필터 성능 (unscented Kalman filter, UKF)을 평가한다. 단일 지상 레이더 관측소 통해 단일 LEO 위성을 관측하고, 동역학 모델 기반 UKF 를 통해 관측값을 보정한다. 이때, 동역학 모델로 케플러 모델 및 simplified general perturbations 4 (SGP4) 모델을 활용한다. 모의실험 결과, SGP4 모델 기반 UKF 를 활용하여 단일 LEO 위성 위치 추정 성능을 향상할 수 있음을 확인하였다.

### I. 서론

저궤도 위성 (low Earth orbit, LEO) 통신 시스템은 지구로부터 2000 km 이내 고도에서 궤도를 도는 인공위성들이 구성하는 통신 네트워크다 [1]. LEO 위성 통신 네트워크는 전파 지연 및 고출력 요구를 줄여 실시간 저전력 위성 통신을 가능하게 한다. 그러나, 빔포밍, 도플러 사전 보상, 핸드오버 등 LEO 위성 통신 핵심 기술의 안정적 수행을 위해, 높은 속도로 이동하는 LEO 위성의 위치를 정밀하게 추정해야 한다 [1].

본 논문에서는 단일 LEO 위성 위치 추정을 위한 동역학 모델 기반 무향 칼만 필터 (unscented Kalman filter, UKF) 성능을 평가한다. 지상 레이더 관측소가 LEO 위성 위치를 관측한 후, 동역학 모델 기반 UKF 를 활용하여 보정한다. 이때, 케플러 모델과 SGP4 모델을 동역학 모델로 적용하고, 두 모델 기반 UKF 위치 추정 성능을 모의실험을 통해 비교한다.

### II. 케플러 및 SGP4 모델

케플러 모델은 지구와 위성 사이의 중력만을 고려한 이체 문제의 해석적 해 (solution)로, 위성의 타원 궤도 운동을 기술하는 수학적 모델이다 [2]. 타원 궤도 상 위성 평균 각속도를 나타내는 평균 운동 (mean motion)은  $n = \sqrt{\mu/a^3}$ 이며,  $a$ 는 장반경을  $\mu = 3.986 \times 10^{14}$  ( $\text{m}^3/\text{s}^2$ )는 지구 중력 매개변수를 의미한다. 평균 운동을 바탕으로, 시각  $t$  일 때 지구에서 바라본 궤도 상 위성 위치를 나타내는 각도인 평균 근점 이각 (mean anomaly)은  $M = M_0 + n(t - t_0)$ 으로 쓸 수 있다. 여기서,  $t_0$ 는 기준 시각이고  $M_0$ 는  $t_0$ 에서의 평균 근점 이각이다. 한편, 평균 이각  $M$ , 이심률 (eccentricity)  $e$ , 그리고 편심 이각 (eccentric anomaly)  $E$ 의 관계는  $M = E - e \sin E$ 을 만족한다. 여기서,  $e \in [0, 1)$ 에 대해 유일한 해를 가지므로 [2], 수치해석 알고리즘을 활용하여  $E$ 를 얻을 수 있다. 본 논문은 단일 LEO 위성 추정 문제를 고려하므로, 위성별 궤도 요소

정보를 제공하는 two line element (TLE) 데이터로부터 해당 위성의  $e$ 를 확보했다고 가정한다.

위성의 타원 궤도 상 위치를 나타내는 진근점 이각 (true anomaly)  $v$ 와 지구와 위성 사이 거리  $r$ 는 다음을 만족한다.

$$\tan \frac{v}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \frac{E}{2}, \quad (1)$$

$$r = a(1 - e \cos E). \quad (2)$$

이때, (1)과 (2)로부터 수치해석적 방법을 통해  $v$ 와  $r$ 를 얻을 수 있다. 그러면, 위성의 PQW 좌표계 위치와 속도 벡터는 다음과 같다:

$$\mathbf{r}_{PQW} = [r \cos v \quad r \sin v \quad 0]^T, \quad (3)$$

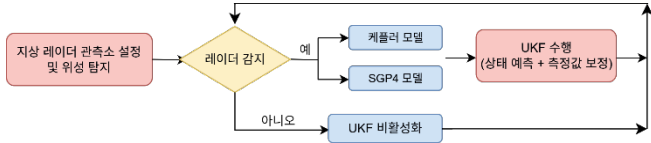
$$\mathbf{v}_{PQW} = \sqrt{\frac{\mu}{a(1-e^2)}} [-\sin E \quad \sqrt{1-e^2} \cos E \quad 0]^T. \quad (4)$$

최종적으로, PQW-지구 중심 좌표계 (Earth-centered, Earth-fixed frame, ECEF) 변환을 통해  $\mathbf{r}_{PQW}$ 와  $\mathbf{v}_{PQW}$ 로부터 LEO 위성 ECEF 위치 벡터  $\mathbf{r}_{ECEF}$ 와 속도 벡터  $\mathbf{v}_{ECEF}$ 를 얻는다.

SGP4 모델은 TLE 데이터에 포함되어 있는 중력장 비구면 효과, 대기 저항, 태양과 달 인력, 태양광 압력 정보를 활용하여  $n$ 과  $M$ 을 보정한 후 [2], 케플러 운동 모델을 적용하여  $\mathbf{r}_{ECEF}$ 와  $\mathbf{v}_{ECEF}$ 를 얻는다. 이처럼 SGP4 모델은 케플러 모델의 해석적 절차를 그대로 활용하면서도, 시간 경과에 따른 주요 섭동을 체계적으로 반영해 모델 오차를 줄일 수 있다.

### III. UKF 기반 단일 LEO 위성 위치 추정

그림 1은 LEO 위성 궤도 추정 과정을 나타낸다. LEO 위성이 탐지 영역에 진입하면, 지상 레이더 관측소가 관측값을 획득한다. 이때, 관측 불확실성으로 인해 오차가



[그림 1] 위성 탐지 시나리오 과정 블록 다이어그램.

발생하므로, 동역학 모델 기반 UKF 를 활용하여 관측값을 보정한다. 이 과정을 LEO 위성이 탐지 영역을 벗어날 때까지 반복한다.

UKF 는 관측 불확실성과 동역학 모델 오차를 고려하여 관측값과 예측값의 평균과 공분산을 추정한 후, 이를 활용하여 관측값을 보정한다. UKF 적용을 위하여,  $k$  제 LEO 위성 ECEF 상태 벡터를 다음과 같이 정의한다:

$$\mathbf{x}_k = [\mathbf{r}_k \quad \mathbf{v}_k]^T. \quad (5)$$

여기서,  $\mathbf{r}_k$ 와  $\mathbf{v}_k$ 는 각각  $k$ 제 관측 시점에 대한 LEO 위성 ECEF 위치 벡터와 속도 벡터를 의미한다. 상태 벡터를 바탕으로, 위치 관측 벡터와 상태 벡터에 대한 예측값을 다음과 같이 쓸 수 있다:

$$\hat{\mathbf{r}}_k = \mathbf{H}\mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k, \quad (6)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = f(\mathbf{x}_k) + \mathbf{w}_k. \quad (7)$$

여기서,  $\mathbf{H} = [\mathbf{I}_3 \quad \mathbf{0}]$ ,  $f(\cdot)$ 은 동역학 함수로 케플러 또는 SGP4 모델을 나타내고,  $\mathbf{v}_k$ 는 관측 잡음 벡터,  $\mathbf{w}_k$ 는 프로세스 오차 벡터이다. UKF 는 관측 잡음 공분산 행렬  $\mathbf{V}$ 와 프로세스 오차 공분산 행렬  $\mathbf{W}$ 에 대해,  $\mathbf{v}_k \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{V})$ 와  $\mathbf{w}_k \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{W})$ 을 가정한다.

UKF 는 시그마 포인트 기법을 활용하여  $k+1$ 제 관측값에 대한 보정 수행하며, 그 과정은 다음과 같다. 우선,  $\hat{\mathbf{x}}_k$ 와 상태 공분산 행렬  $\mathbf{P}_k$ 을 활용하여  $2N+1$  개의 시그마 포인트  $\sigma_{i,k}$ 를 얻는다 ( $i=1, \dots, 2N+1$ ). 각  $\sigma_{i,k}$ 를  $f(\cdot)$ 에 통과시켜 예측 시그마 포인트  $\sigma_{i,k+1}$ 를 얻고, 이에 대한 가중 평균치와 분산으로부터 예측 상태 평균  $\bar{\mathbf{x}}_{k+1}$ , 예측 관측 평균  $\bar{\mathbf{r}}_{k+1}$ , 예측 상태 공분산  $\bar{\mathbf{P}}_{x,k+1}$ , 예측 관측 공분산  $\bar{\mathbf{P}}_{r,k+1}$  및 상태-관측 교차 공분산  $\bar{\mathbf{P}}_{xr,k+1}$ 을 계산한다. 그 다음, 칼만 이득을  $\mathbf{K}_{k+1} = \bar{\mathbf{P}}_{xr,k+1} \bar{\mathbf{P}}_{r,k+1}^{-1}$ 로 구한다. 시그마 포인트 기법의 상세 동작 과정은 [2]에서 확인할 수 있다. 칼만 이득을 활용하여  $k+1$ 제 시점 관측값  $\hat{\mathbf{r}}_{k+1}$ 을 다음과 같이 보정한다:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \bar{\mathbf{x}}_{k+1} + \mathbf{K}_{k+1}(\hat{\mathbf{r}}_{k+1} - \bar{\mathbf{r}}_{k+1}), \quad (8)$$

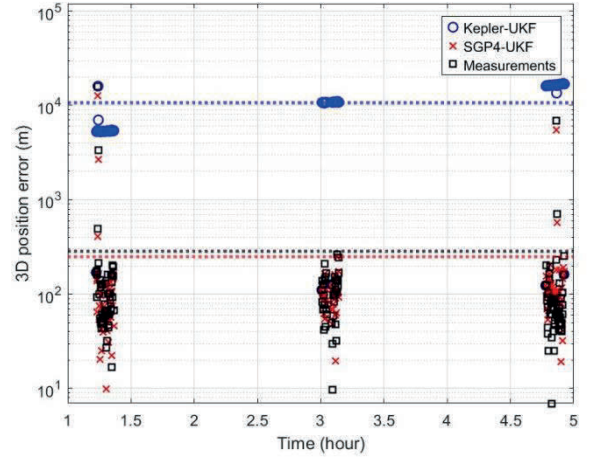
$$\hat{\mathbf{r}}_{k+1} = \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}_{k+1}, \quad (9)$$

그 후,  $k+2$ 제 관측값 보정을 위한 공분산 행렬  $\hat{\mathbf{P}}_{k+1}$ 을 아래와 같이 업데이트한다:

$$\hat{\mathbf{P}}_{k+1} = \bar{\mathbf{P}}_{k+1} - \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{P}_{xr} \mathbf{K}_{k+1}^T. \quad (10)$$

#### IV. 모의실험 결과

모의실험을 통해, 케플러 모델과 SGP4 모델을 활용한 UKF 기반 단일 LEO 위성 위치 추정 성능을 비교한다. TLE 데이터는 MATLAB 에서 제공하는 “leoSatelliteConstellation.tle”를 사용하였으며, 수치 적분법을 통해 위성 궤도를 계산한다 [3]. 지상 관측소는 위도  $48^\circ\text{N}$ , 경도  $-80^\circ\text{W}$ , 고도 0 m 에 위치하며, 수평 시야각이  $160^\circ$ 이고 수평 시야각이  $90^\circ$ 인 탐지 영역을 갖는다. 관측소는 협정 세계시 기준 2025 년 05 월 06 일 02 시를 시작으로 5 시간동안 10 초 간격으로 관측을 진행하였다. UKF 초기 상태 공분산, 관측 잡음 공분산 행렬, 프로세스 오차 공분산 행렬은 각각  $\mathbf{P}_0 = \text{blkdiag}\{10^6 \mathbf{I}_3, 10^8 \mathbf{I}_3\}$ ,  $\mathbf{Q} = \text{blkdiag}\{2^2 \mathbf{I}_3, 0.5^2 \mathbf{I}_3\}$ ,  $\mathbf{R} = \mathbf{I}_3$ 으로 설정하였다. 한편, 추정 성능



[그림 2] 동역학 모델 기반 UKF LEO 위성 3D 위치 추정 오차.

을 평가하기 위하여  $k$  제 위치 추정 오차를 다음과 같이 정의한다:

$$\Delta \mathbf{r}_k = \|\hat{\mathbf{r}}_k - \mathbf{r}_k\|. \quad (11)$$

그림 2 는 시간에 따른 동역학 모델 기반 UKF 의 3 차원 위치 추정 오차를 나타낸다. 케플러 모델을 활용하면, 모델 오차가 커 UKF 기반 보정이 발산한다. 반면, SGP4 모델의 경우에는 평균 오차가 줄어들음을 확인할 수 있고, 이로부터 SGP4 기반 UKF 를 활용하면 위치 추정 성능이 향상됨을 알 수 있다.

#### V. 결론

본 논문에서는 LEO 단일 위성 위치 추정을 위한 동역학 모델 기반 UKF 성능을 평가하였다. 케플러 모델 기반 UKF 보정은 발산하는 결과를 보인 반면, SGP4 모델을 활용할 경우, LEO 위성 추정 성능을 향상할 수 있음을 확인하였다.

#### ACKNOWLEDGMENT

이 논문은 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 한국연구재단의 지원(RS-2024-00405510)과 정보통신기획평가원의 지원(No.2022-0-00635, 28GHz대역/특화대역/NR-U 대역을 지원 하는 5G 산업용 단말 기술 개발, 25%; No.2021-0-00874, 시공간 선 부호 기반 차세대 무선 접속 기술 개발, 25%)을 받아 수행된 연구임.

#### 참 고 문 헌

- [1] H. Al-Hraishawi, H. Chougrani, S. Kisseleff, E. Lagunas, and S. Chatzinotas, "A Survey on nongeostationary satellite systems: The communication perspective," *IEEE Commun. Surv. & Tutor.*, vol. 25, no. 1, pp. 101-132, 1st quart. 2023.
- [2] S. Biwas and A. Dempster, *Navigation and Tracking in Space: Analysis and Algorithms*, 1st ed. MA, USA: Artech House, 2023.
- [3] MathWorks, "Detect and track LEO satellite constellation with ground radars," MATLAB & Simulink, MathWorks, Inc. [Online]. Available: <https://mathworks.com/help/fusion/ug/detect-and-track-a-LEO-satellite-constellation-with-ground-radars.html>.