

# 차동 시공간 선 부호화 시스템 반송파 주파수 오프셋 영향 분석

이한결, 정진곤\*

중앙대학교 전자전기공학과

{forener, \*jgjoung}@cau.ac.kr

## Carrier Frequency Offset Effect in Differential Space-Time Line Code Systems

Han-Gyoel Lee, Jingon Joung\*

Department of Electrical and Electronics Engineering, Chung-Ang University

### 요약

본 논문은 차동 시공간 선 부호화 (STLC: space-time line code) 시스템에 대한 반송파 주파수 오프셋 (CFO: carrier frequency offset) 영향을 분석한다. 우선, CFO가 존재할 때 수신 심볼 신호를 수식적으로 유도하고 CFO 보상을 위한 차동 STLC 복호 방법을 제시한다. 그다음, CFO 추정 오차에 따른 모의실험을 통해 CFO 영향을 확인한다. 모의실험 결과, 정규화한 CFO 추정 평균제곱오차가  $10^{-4}$  이상일 때 성능 열화가 발생하며, 이는 1% 이내의 오차로 CFO를 정밀하게 추정해야 함을 의미한다. 본 연구 결과는 차동 STLC 시스템을 위한 요구 CFO 추정 정확도 지침으로 활용할 수 있을 것으로 기대된다.

### I. 서론

최근 고속 이동체 통신을 위한 차동 시공간 선 부호화 (STLC: space-time line code) 기술이 제안되었다 [1]. 차동 STLC 기술은 채널 상태 정보 없이 정보 전송 및 검파가 가능해, 시변 채널에 유리하다. 하지만, 기존 차동 STLC 연구는 완전 동기화를 가정해 실제 통신 시스템 적용에 한계가 있다. 본 논문은 통신에서 발생하는 반송파 주파수 오프셋 (CFO: carrier frequency offset)을 고려하여, 차동 STLC 시스템에 대한 CFO 영향을 보인다. 그다음, 모의실험을 통해 CFO 추정 오차에 따른 비트 오류율 (BER: bit error rate) 성능을 평가한다.

### II. 신호 및 시스템 모델

그림 1은 송신 안테나 한 개와 수신 안테나  $K$  개를 갖는  $1 \times K$  차동 STLC 시스템을 나타낸다. 차동 STLC 시스템은 하나의 프레임을 통해 두 개의 참조 심볼과  $2N$  개의 정보 심볼을 전송한다. 송신기는  $n$ 째 정보 심볼 블록  $\mathbf{x}[n] = [x_1[n] \ x_2[n]] \in \mathbb{C}^{2 \times 1}$ 을 두  $M$ -phase shif keying (PSK) 심볼  $x_1[n]$ 과  $x_2[n]$ 로부터 구성한다. 그다음,  $\mathbf{x}[n]$ 으로  $n$ 째 송신 차동 STLC 블록  $\mathbf{s}[n] = [s_1[n] \ s_2[n]]^T \in \mathbb{C}^{2 \times 1}$ 을 다음과 같이 얻는다:

$$\mathbf{s}[n] = \mathbf{V}[n]\mathbf{x}[n] \in \mathbb{C}^{2 \times 1}, \quad n = 1, \dots, N. \quad (1)$$

여기서,  $\mathbf{V}[n] \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$ 은 차동 STLC 변조 행렬로 직전에 송신한 두 차동 STLC 심볼  $s_1[n-1]$ 과  $s_2[n-1]$ 로부터 다음과 같이 계산한다:

$$\mathbf{V}[n] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} s_1^*[n-1] & s_2^*[n-1] \\ s_2[n-1] & -s_1[n-1] \end{bmatrix}. \quad (2)$$

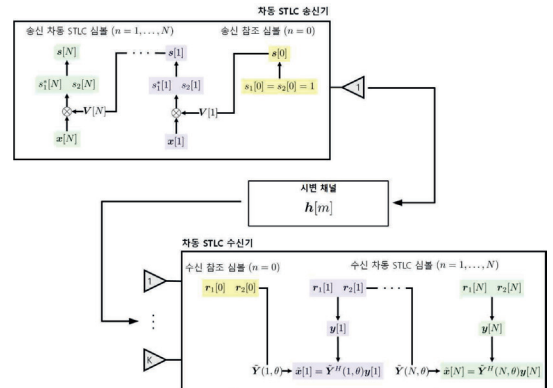


그림 1.  $1 \times K$  차동 STLC 시스템

최초 변조 시간  $n=1$ 에 대해, 송신 전력 1을 만족하기 위하여 참조 심볼을  $s_1[0] = s_2[0] = 1$ 로 설정한다.

Gauss-Markov 채널을 바탕으로 두 수신 안테나와  $K$  개 송신 안테나 사이에서  $m$ 째 전송한 심볼이 겪는 채널을 다음과 같이 모델링 한다 [1]:

$$\mathbf{h}[m] = \gamma \mathbf{h}[m-1] + \mathbf{w}[m] \in \mathbb{C}^{K \times 1}, \quad m = 1, \dots, 2N. \quad (3)$$

여기서  $\mathbf{h}[0] \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{I}_K)$ 와  $\mathbf{w}[m] \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, (1-\gamma^2)\mathbf{I}_K)$ 를 만족하고, 정규화된 도플러 주파수  $f_d T_s$ 에 대해  $\gamma = J_0(2\pi f_d T_s)$ 이다. 이때  $J_0(\cdot)$ 은 0차 Bessel 함수이고,  $f_d$ 는 도플러 주파수,  $T_s$ 는 심볼 길이 (sec)를 의미한다.

CFO와 반송파 위상 오프셋을 각각  $f_o$ 와  $\phi_o$ 로 쓸 때,  $s_i[n]$  ( $i \in \{1, 2\}$ ) 전송 후 수신한 차동 STLC 심볼 벡터  $\mathbf{r}_i[n] \in \mathbb{C}^{K \times 1}$ 는 다음과 같다 [2]:

$$\mathbf{r}_i[n] = e^{j(2\pi f_o T_s (2n-1+i) + \phi_o)} \mathbf{h}[2n-1+i] s_i[n] + \mathbf{z}[2n-1+i]. \quad (5)$$

여기서, 잡음 전력  $\sigma_z^2$ 에 대해 덧셈꼴 백색 잡음 벡터  $\mathbf{z}[n] \in \mathbb{C}^{K \times 1}$ 는  $CN(\mathbf{0}, \sigma_z^2 \mathbf{I}_K)$ 를 따른다. 수신기는  $\mathbf{r}_1[n]$ 과  $\mathbf{r}_2[n]$ 에 대해, 이전 시간에 수신한  $\mathbf{r}_1[n-1]$ 과  $\mathbf{r}_2[n-1]$ 을 활용하여 차동 STLC 복호를 수행한다.

### III. 차동 STLC 시스템 CFO 영향

수신 심볼 벡터  $\mathbf{y}[n] = [\mathbf{r}_1^H[n] \ \mathbf{r}_2^T[n]]^T \in \mathbb{C}^{2K \times 1}$ 으로 정의할 때, 다음을 만족한다:

$$\mathbf{y}[n] \stackrel{(a)}{\simeq} \mathbf{A}(\theta) \mathbf{Y}[n] \mathbf{B}(\theta) \mathbf{x}[n] + \mathbf{v}[n]. \quad (6)$$

여기서, (a)는 [1]에서 보인 수신 차동 STLC 심볼 근사식을 바탕으로 유도하였으며,  $\mathbf{v}[n] \sim CN(\mathbf{0}, 2\sigma_z^2 \mathbf{I}_K)$ 이고,  $\theta = f_o T_s$ 는 정규화한 CFO이다. 한편, (6)에서  $\mathbf{A}(\theta) \in \mathbb{C}^{2K \times 2K}$ ,  $\mathbf{Y}[n] \in \mathbb{C}^{2K \times 2}$ ,  $\mathbf{B}(\theta) \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$ 는 각각 다음과 같다:

$$\mathbf{A}(\theta) = \begin{bmatrix} e^{-j4\pi\theta} \mathbf{I}_K & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & e^{j4\pi\theta} \mathbf{I}_K \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$\mathbf{Y}[n] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1^*[n-1] & \mathbf{r}_2^*[n-1] \\ \mathbf{r}_2[n-1] & -\mathbf{r}_1[n-1] \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$\mathbf{B}(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{j2\pi\theta} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

기존 연구 [1]의 결과와 비교할 때, CFO 영향은  $\mathbf{A}(\theta)$ 와  $\mathbf{B}(\theta)$ 로 나타남을 확인할 수 있고, 차동 STLC 복호 과정에서 이를 보상해야 한다.

차동 STLC 유효 채널 행렬을  $\tilde{\mathbf{Y}}(n, \theta) = \mathbf{A}(\theta) \mathbf{Y}[n] \mathbf{B}(\theta) \in \mathbb{C}^{2K \times 2}$ 이라 할 때,  $\tilde{\mathbf{Y}}^H(n, \theta) \tilde{\mathbf{Y}}(n, \theta) = \|\mathbf{y}[n]\|_2^2 / 2$ 를 만족한다. 이를 바탕으로, 수신기는 차동 STLC 복호를 통해 다음과 같이 심볼 추정치를 얻는다:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}[n] &= \frac{2}{\|\mathbf{y}[n]\|_2^2} \tilde{\mathbf{Y}}^H(n, \theta) \mathbf{y}[n] \\ &\simeq \mathbf{x}[n] + \tilde{\mathbf{v}}[n] \in \mathbb{C}^{2 \times 1}. \end{aligned} \quad (10)$$

여기서,  $\tilde{\mathbf{v}}[n]$ 은 유효 잡음 벡터로  $CN(\mathbf{0}, 4\sigma_z^2 \mathbf{I}_2 / \|\mathbf{y}[n]\|_2^2)$ 을 따른다. 그다음, 심볼 추정치에  $M$ -PSK 복조를 수행하여 정보 심볼을 검파한다.

### IV. 모의실험 결과

모의실험에서는 CFO 추정 오차에 대한 차동 STLC 시스템 BER 성능을 평가한다. 신호대잡음비 (signal-to-noise ratio)는  $1/\sigma_z^2$ 로 정의하며 16 dB로 고정한다. 정규화한 도플러 주파수는  $f_d T_s = 10^{-3}$ , 송신 차동 STLC 블록 수는  $N = 500$ 으로 설정한다. 한편, 평균제곱오차  $\sigma_\theta^2$ 에 대해 CFO 추정치는  $\tilde{\theta} \sim \mathcal{N}(\theta, \sigma_\theta^2)$ 으로 모델링하고 [3],  $\theta$  대신 이를 활용하여 (10)에 보인 차동 STLC 복호를 수행한다.

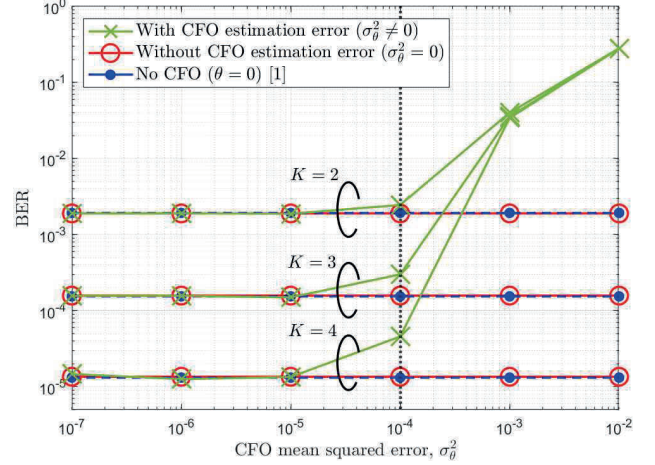


그림 2. CFO 추정 평균제곱 오차에 따른 QPSK BER 성능

그림 2는  $\sigma_\theta^2$ 에 대한 차동 STLC 시스템의 quadrature PSK (QPSK) BER 성능을 나타낸다. CFO 추정 오차가 없을 때 ( $\sigma_\theta^2 = 0$ ), [1]의 CFO가 없는 경우 ( $\theta = 0$ )와 동일한 BER 성능을 달성한다. 이를 통해 (10)에서 보인 차동 STLC 복호 방법 유효성을 입증할 수 있다. 한편,  $\sigma_\theta^2 \geq 10^{-4}$ 일 때 성능 열화가 발생하며, 이는 차동 STLC 시스템에서 1% 오차 이내  $\theta$  추정이 필요함을 의미한다.

### V. 결론

본 논문에서는 CFO가 차동 STLC 시스템에 미치는 영향을 평가한다. CFO가 존재할 때 수신 신호 모델을 유도하고, 이를 바탕으로 차동 STLC 복호 방법을 제시한다. 모의실험 결과, 정규화한 CFO 추정 평균제곱오차가  $10^{-4}$  이상일 때 차동 STLC 복호 성능 열화가 발생함을 확인하였다.

### ACKNOWLEDGMENT

이 논문은 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 한국연구재단의 지원(RS-2024-00405510)과 정보통신기획평가원의 지원(No.2022-0-00635, 28GHz대역/특화망대역/NR-U 대역을 지원하는 5G 산업용 단말 기술 개발, 25%; No.2021-0-00874, 시공간 선 부호 기반 차세대 무선 접속 기술 개발, 25%)을 받아 수행된 연구임.

### 참 고 문 헌

- [1] J. Joung, K. Adachi, and C. Yuen, "Differential space-time line codes," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 73, no. 10, pp. 15837–15842, Oct. 2024.
- [2] J. Joung, E.-R. Jeong, and H. Oh, "Blind symbol and carrier synchronization with carrier frequency offset estimation for space-time line coded systems," *ICT-Express*, vol. 9, no. 2, pp. 235–240, Apr. 2023.
- [3] A. Almradi and K. A. Hamdi, "Spectral efficiency of OFDM systems with reandom residual CFO," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 63, no. 7, pp. 2580–2590, Jul. 2015.