

## 오류 완화 기법을 활용한 Classical Shadow 기반 양자 측정 효율 개선

이상욱, 허준\*

고려대학교, \*고려대학교

sbr06008@korea.ac.kr, \*junheo@korea.ac.kr

## Efficiency Improvement of Classical Shadow-Based Quantum Measurement via Error Mitigation

Lee Sang Uk, Heo Jun\*  
Korea Univ., \* Korea Univ.

## 요 약

본 논문은 양자 오류 완화 기법 중 정교한 노이즈 채널 모델링이 가능할 때 이상적인 기댓값을 얻을 수 있는 Probabilistic Error Cancellation 기법을 소개한다. 또한 전체 density matrix 를 구할 필요 없이 quantum fidelity, entanglement entropy, local observable 에 대한 기댓값 등의 원하는 특징들만 구하여 complexity 를 효율적으로 감소시키는 Classical shadow 를 적용한다. Classical shadow 를 이용하면  $M$ 개의 특징을  $\log M$ 번의 측정으로 구할 수 있어 다양한 종류의 observable 관측이 필요한 양자 화학 분야에서 유용한 측정 기법이다. 또한 PEC 기법과 classical shadow 기법을 결합하여 오류가 완화된 classical shadow 의 성능을 확인한다.

## I. 서 론

양자 컴퓨터는 특정 계산 문제를 고전적인 방법보다 훨씬 효율적으로 해결할 수 있는 잠재력을 갖고 있어 많은 주목을 받고 있다. 그러나 현재의 양자 하드웨어는 다양한 종류의 노이즈와 결맞음 손실(decoherence)에 취약하여, 계산의 정확성과 신뢰성에 큰 제약이 따른다. 이러한 문제를 극복하기 위한 방법으로 양자 오류 정정(Quantum Error Correction, QEC)이 개발되어 왔다. QEC 는 여러 개의 물리적 큐비트를 사용하여 논리적 큐비트를 구성하고, 오류를 탐지 및 수정하는 부호를 통해 오류의 영향을 줄이려 한다. 하지만 QEC 는 많은 수의 보조 큐비트와 복잡한 연산을 요구하기 때문에, 현재의 NISQ(Noisy Intermediate-Scale Quantum) 환경에서 구현이 어렵고 비효율적이다. QEC 의 실용적 대안으로 양자 오류 완화(Quantum Error Mitigation, QEM) 기법들이 제안되고 있으며, 추가적인 큐비트 없이도 측정 기댓값을 개선하는 방향으로 연구가 활발히 진행되고 있다 [1-3].

양자 오류 완화 기법은 오류를 직접적으로 교정하기보다, 이상적인 기댓값을 얻는 것을 목표로 한다. 양자 오류 완화 기법엔 Zero Noise Extrapolation(ZNE), Probabilistic Error Cancellation(PEC), Symmetry Verification(SV) 등이 존재하며 ZNE 기법은 추가적인 큐비트가 필요 없고, 오류 완화된 기댓값을 추정하기 위해 구현해야 하는 회로가 간단하다. PEC 기법은 회로의 여러 확률에 따라 overhead 가 크게 증가하지만 정확한 노이즈 모델링이 가능하면 이상적인 회로의 기댓값을 얻을 수 있다는 장점이 있어 활발히 연구가 진행되고 있다[4]. 본 논문에서는 PEC 의 구현방법과 PEC 와 classical shadow 를 결합하였을 때의 성능을 분석한다.

## II. 본론

## A. Probabilistic Error Cancellation

PEC 기법의 핵심은 이상적인 회로를 노이즈가 있는 회로의 quasi probability 조합으로 나타내는 것이다. 노이즈가 있는 물리적 게이트를  $g_k$  라고 하면 이상적인 게이트의 채널은 다음과 같이 나타낸다.

$$U = \sum_k \gamma_k g_k \quad (1)$$

이 때  $\gamma_k$  는 1 보다 크거나 음의 값을 가질 수 있다. 따라서 실제 하드웨어에서 회로 구현을 위해서 정규화가 필요하다. 이상적인 양자 상태를  $\rho_{id} := U_{circ}|0\rangle\langle 0|$  이라고 하고,  $U_{circ} = U_v \circ \dots \circ U_2 \circ U_1$  은 다음과 같이  $v$  개의 게이트로 이루어진다. 따라서 노이즈가 있는 전체 회로는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$U_{circ} = \sum_k g_k g_k \quad (2)$$

각 게이트는 확률 분포  $p(k) := |g_k|/\|g\|_1$  에 따라 구성되고 회로 전체의 overhead  $\|g\|_1$  은 각 게이트에서의 overhead 의 곱으로 이루어진다. 이 때 observable  $O$  에 대한 이상적인 기댓값은  $Tr[OU_{circ}|0\rangle\langle 0|]$  이고, 이는 아래의 기댓값을 확률  $p(k)$  에 따라 샘플링하여 얻을 수 있다.

$$sign(g_k)Tr[OG_k|0\rangle\langle 0|] \quad (3)$$

실제로 예를 들어서 어떠한 유니터리 게이트가 다음의 Pauli noise 를 가질 때,

$$\Lambda(\rho) = p_I I \rho I + p_X X \rho X + p_Y Y \rho Y + p_Z Z \rho Z \quad (4)$$

역채널은 다음과 같다.

$$\Lambda^{-1}(\rho) = q_I I \rho I + q_X X \rho X + q_Y Y \rho Y + q_Z Z \rho Z \quad (5)$$

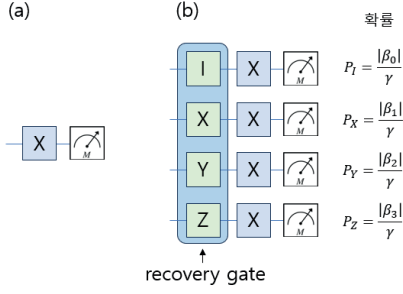


그림 1. (a) 오류 완화하고자 하는 회로 (b) 게이트의 노이즈 채널이 Pauli noise 채널이라면 그림과 같이 오류를 상쇄하기 위해 4 가지 회로가 구성됨

식(4)와 같은 노이즈 채널은 이미 연구된 Pauli twirling 기법을 이용하여 실제 하드웨어의 복잡한 채널을 Pauli noise 로 간소화할 수 있다. 오류의 영향을 상쇄하기 위해 노이즈 역채널의 weight 에 따라 그림 1 과 같이 recovery gate 추가가 필요하다. 이 때 recovery gate 가 추가될 때 노이즈가 상쇄되는 경우의 확률의 합이 1 이 되고, 노이즈가 상쇄되지 않거나 오히려 recovery gate 에 의해 추가되는 경우의 확률의 합은 0 이 되도록 계산을 하여 식(5) 노이즈 역채널의 weight 를 구할 수 있다. 계산한 weight 를 바탕으로 recovery gate 를 추가하고, recovery gate, state preparation and measurement 에러가 발생하지 않는다고 가정하면 이론적으로 이상적인 회로에 대한 기댓값을 구할 수 있다. 그림 1 과 같은 회로에서는 게이트에서 오류가 발생하지 않거나 Pauli 에러가 발생하는 경우 4 가지, recovery gate 에서 Pauli I, X, Y, Z 연산을 추가하는 경우 4 가지로 총 16 가지 경우의 회로가 수행되고 노이즈, recovery gate 모두 Pauli I, X, Y, Z gate 가 발생하는 경우의 확률의 합이 1 이 되도록 weight 를 계산하여 이상적인 회로일 때의 기댓값을 추정할 수 있다.

### B. PEC with Classical Shadow

Classical shadow 기법은 기존의 quantum state tomography 같은 측정기법의 큐비트 수가 증가함에 따라 측정 수가 지수적으로 증가하는 단점을 보완하기 위해 제안된 기법으로 state tomography 처럼 전체 density matrix 를 구하는 것이 목적이 아니라, quantum fidelity, entanglement entropy, local observable 에 대한 기댓값 같이 구하고자 하는  $M$  개의 특성을  $\log(M)$  번의 측정으로 구할 수 있다[5]. Classical shadow 를 적용하기 위해 임의의 유니터리 게이트를 추가하게 되는데 본 논문에선 편의를 위해 Clifford group 중 Pauli basis 에서 측정을 하기 위한 I, H, SH gate 를 이용한다. 이후 측정 결과가  $b \in \{0,1\}^N$  과 같이 bit string 으로 나오면 index  $j$  와 함께 고전적으로 저장하여 positive operator  $E_l = p_j Q_j^\dagger |b\rangle\langle b| Q_j$ , snapshot  $\hat{\rho}_l = C_E^{-1}(E_l)$  을 형성한다. 본 논문에선 특정한 Pauli basis 에서 측정하는 경우의 snapshot 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{\rho}_l = \bigotimes_{j=1}^n (3U_j^\dagger |b_j\rangle\langle b_j| U_j - I) \quad (6)$$

다양한 유니터리 게이트에 대한 snapshot 이 모여서 classical shadow 를 형성하게 되고, 각 경우에 대한 기댓값의 평균은 구하고자 하는 회로에 대한 기댓값과 같다. Snapshot 을 이용한 기댓값은 다음과 같은데  $\langle O \rangle = E[\text{Tr}(O\hat{\rho})]$  이 때 observable 만 수식적으로 바꿔주면 다른 observable 에 대한 기댓값도 추가적인 측정 없이 구할 수 있어 다양한 observable 에 대한 기댓값 측정이 필요할 때 효율적이다. 구하고자 하는 PEC 와 classical shadow 가 결합된 기댓값은 Pauli basis 에서 측정하도록 임의의 유니터리 게이트를 적용하는 경우 다음과 같다.

$$\hat{\rho}_{id} = \|g\|_1 \text{sign}(g_k) \left( \bigotimes_{j=1}^n (3U_j^\dagger |b_j\rangle\langle b_j| U_j - I) \right) \quad (7)$$

### III. 결론

본 논문에서 소개한 PEC 기법은 노이즈 채널을 정확히 모델링하면 이상적인 회로의 기댓값과 동일한 값을 얻을 수 있다는 장점이 있고, classical shadow 기법과 결합하면 다양한 observable 에 대한 측정도 효율적이지만 PEC 기법 자체의 overhead 와 classical shadow 과정에서 임의의 유니터리 게이트를 추가해야 한다. 실제 양자 하드웨어에선 회로의 depth 가 증가함에 따라 누적되는 노이즈도 많아지는데 이를 해결한다면 정확한 기댓값을 얻을 수 있을 것으로 기대된다.

### ACKNOWLEDGMENT

이 논문은 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 정보통신기획평가원-대학 ICT 연구센터(ITRC)의 지원(RS-2021-II211810, 33.3%)과 2025 년도 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 정보통신기획평가원의 지원을 받아 수행된 연구임 (No. RS-2023-00225385, NISQ 환경에서 저부하, 고효율 양자 오류 경감 기술 개발 및 응용).

### 참 고 문 헌

- [1] Shor, Peter W. "Scheme for reducing decoherence in quantum computer memory." *Physical review A* 52.4 (1995): R2493.
- [2] Steane, Andrew M. "Error correcting codes in quantum theory." *Physical Review Letters* 77.5 (1996): 793.
- [3] Endo, Suguru, Simon C. Benjamin, and Ying Li. "Practical quantum error mitigation for near-future applications." *Physical Review X* 8.3 (2018): 031027.
- [4] Temme, Kristan, Sergey Bravyi, and Jay M. Gambetta. "Error mitigation for short-depth quantum circuits." *Physical review letters* 119.18 (2017): 180509.
- [5] Huang, Hsin-Yuan, Richard Kueng, and John Preskill. "Predicting many properties of a quantum system from very few measurements." *Nature Physics* 16.10 (2020): 1050-1057.