

## 양자 수신기 기반 시간 지연 추정의 CRB

원종찬, 김한빛, 김선우  
한양대학교 융합전자공학부

{wonjc71, dante0813, remero}@hanyang.ac.kr

## Cramer-Rao Bound for Time Delay Estimation based on Atomic Receiver

Jongchan Won, Hanvit Kim, and Sunwoo Kim  
Department of Electronic Engineering, Hanyang University

## 요약

본 논문은 리드버그 양자 수신기를 활용한 시간 지연 추정의 CRB (Cramer-Rao bound)를 분석한다. 리드버그 양자 수신기는 기존 안테나 및 RF 회로를 리드버그 원자의 광학적 검출 과정으로 대체한다. 이를 활용하여 안테나 기반 수신기보다 더 정확한 전자기와 센싱이 가능하며, 또한 시간 지연 추정 등의 기존 센싱 기술 응용이 가능하다. 본 논문에서는 리드버그 양자 수신기를 활용한 시간 지연 추정의 CRB를 분석하여, 기존 RF 안테나 기반 시간 지연 추정 대비 더 높은 잠재력을 보임을 이론적으로 확인하였다.

## I. 서론

최근 양자 정보 이론에 기반한 양자 통신 기술들이 새롭게 대두되고 있다. 리드버그 양자 수신기는 고정밀 전자기와 수신 가능한 양자 통신 기술 중 하나로서, 이를 활용한 신호처리 연구들이 활발히 진행 중이다 [1]. 하지만, 양자 수신기를 활용한 시간 지연 추정에 대한 연구는 초기 단계이다. 따라서 본 논문은 OFDM (orthogonal frequency division multiplexing) 신호가 입사되는 환경에서 리드버그 양자 수신기를 활용한 시간 지연 추정의 CRB (Cramer-Rao bound)를 유도하고, MATLAB 시뮬레이션을 통하여 대역폭에 따른 시간 지연 추정 성능을 평가한다.

## II. 리드버그 양자 수신기 기반 시간 지연 시스템

리드버그 양자 수신기가 전자기파를 수신하는 시스템 구조는 그림 1과 같다. 그림 1에서의 vapor cell 내부는 알칼리 금속 원자 (e.g., Rb, Cs)들로 충전 되어 있으며, 두 개의 레이저 빔 (i.e., Probe beam, Coupling beam)들에 의해, 바닥 상태의 최외각 전자들은 고분극 상태인 리드버그 상태로 전이된다. 리드버그 상태의 원자에 전자기파가 인가되면, EIT-ATS (electromagnetically Induced transparency-Autler-Townes splitting)라는 양자 간섭 현상에 의하여 Rabi 주파수가 결정된다 [1]. 전자기파의 진폭정보에 비례하는 Rabi 주파수는 양자 상태 간 전자의 확률적 진동으로 정의되며, PD (photo detector)로 Rabi 주파수를 검출하여 신호 정보를 획득한다.

본 논문은 단일 유체가 리드버그 양자 수신기로 신호를 송신하는 시나리오를 고려하였으며, 인가되는  $K$ 개의 부반송파 및  $N$ 개의 시간샘플을 갖는 OFDM 송신 신호의  $n$ 번째 스냅샷  $\tilde{x}[n]$ 은 다음과 같이 정의된다 [2].

$$\tilde{x}[n] = \sum_{k=0}^{K-1} s_k \cdot e^{j(\omega_c + \omega_{sk})\Delta n}, \quad (1)$$

여기서  $s_k$ ,  $\omega_c$ ,  $\omega_{sk}$ ,  $\Delta$ 는 각각  $k$  번째 부반송파에 의해 변조되는 기저대역 심볼, 반송파 주파수, 부반송파 주파수 간격,  $(\omega_{sk}K)^{-1}$ 로 정의되는 시간샘플 간격을 의미한다.

그림 1과 같이  $L$ 개의 다중경로가 존재하는 환경에서  $l$ 번째 경로의 신호는  $a_l \cdot \tilde{x}[n - \tau_l/\Delta]$ 와 같이 정의된다.  $\tilde{x}[n - \tau_l/\Delta]$ 은  $l$ 번째 지연 경로  $\tau_l$ 로 전파되는 반송파 주파수 변조된 신호로서  $\tilde{x}[n - \tau_l/\Delta] = \sum_{k=0}^{K-1} s_k \cdot e^{j(\omega_c + \omega_{sk})(\Delta n - \tau_l)}$ 로 정의되고,  $l$ 번째 경로의

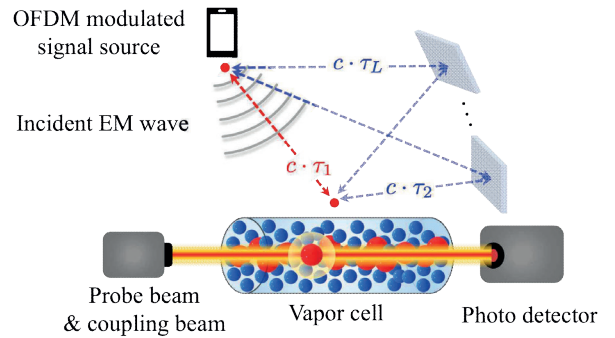


그림 1 리드버그 양자 수신기를 활용한 시간 지연 추정

채널 진폭인  $a_l$ 은  $a_l = \sqrt{P} \xi_l$ 로 정의된다.  $a_l$ 에서  $P$ ,  $\xi_l$ 은 각각 송신 전력과  $l$ 번째 지연 경로 손실을 의미한다. 송신 신호 (1)이 양자 수신기로 인가 될 때, 수신기와 반응하는 전자기파의  $n$ 번째 스냅샷  $u[n]$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$u[n] = \sum_{l=1}^L \frac{\mu^T \epsilon_l}{\hbar} a_l \cdot x[n - \tau_l/\Delta], \quad (2)$$

여기서  $x[n - \tau_l/\Delta]$ 는  $\tau_l$ 만큼 시간 지연된 기저 대역 신호를 의미하며,  $x[n - \tau_l/\Delta] = \tilde{x}[n - \tau_l/\Delta] \cdot e^{-j\omega_c \Delta n}$ 와 같이 정의된다. 리드버그 양자 수신기의 기저 대역 변환은 Rabi 주파수 기반 검출 과정에 기인하는 특성으로, RF (radio frequency) 회로 (e.g., mixer, amplifier) 없이 달성 가능하다. 또한,  $\hbar$ ,  $\mu$ ,  $\epsilon_l$ 은 각각 환산 플랑크 상수 (i.e.,  $\hbar = h/2\pi$ ), 전이 쌍극자 모멘트,  $l$ 번째 경로의 전자기파 편광 방향을 의미한다. 이 때, 전이 쌍극자 모멘트 및 플랑크 상수는 양자 수신기의 광학적 검출 과정에서 전자기파를 증폭시킨다.

Vapor cell에 (2)와 같이 인가되는 전자기파는 PD로 수신하는 과정에서 위상정보가 소실되고, 진폭 성분만이 Rabi 주파수로 검출된다. 따라서, 총  $N$ 개의 스냅샷 별 Rabi 주파수로 구성되는 신호벡터  $\mathbf{y} = [y[0], \dots, y[N-1]]^T \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{y} = \mathbf{u} + \mathbf{w}, \quad (3)$$

여기서  $\mathbf{w}$ 는 양자 수신기의 잡음 전력  $\sigma^2$ 을 분산으로 갖는 복소 가우시안 랜덤벡터를 의미한다 [3].

### III. 리드버그 양자 수신기 기반 CRB

본 논문에서는 리드버그 양자 수신기 기반 CRB를 분석하기 위하여, 각 경로별 시간 지연벡터  $\tau = [\tau_1, \dots, \tau_L]^T$ 를 정의한다. 이후 측정된 Rabi 주파수의 스냅샷 간 상호 독립성이 보장된다는 가정하에, 시간 지연  $\tau$ 에 대한 수신 신호의 우도함수를 다음과 같이 정의된다.

$$p(\mathbf{y}|\tau) = \prod_{n=0}^{N-1} p(y[n]|\tau), \quad (4)$$

여기서  $n$ 번째 스냅샷의 우도함수는 시간 지연에 의한 Rice 분포  $p(y[n]|\tau) = (y[n]/\sigma^2) \cdot e^{-(y[n]^2 + |u[n]|^2)/\sigma^2} \cdot I_0(2y[n]|u[n]|/\sigma^2)$ 로 정의되며,  $I_0(\cdot)$ 은 수정된 0차 1종 베셀함수를 의미한다 [1]. 주어진 우도함수 (4)에 기반한 시간 지연  $\tau$ 의 피서 정보 행렬  $\Lambda(\tau)$ 은 다음과 같이 구성할 수 있다 [4].

$$\Lambda(\tau) = \mathbf{E} \left[ \left\{ \frac{\partial \ln p(\mathbf{y}|\tau)}{\partial \tau} \right\}^T \left\{ \frac{\partial \ln p(\mathbf{y}|\tau)}{\partial \tau} \right\} \right] \in \mathbb{R}^{L \times L}, \quad (5)$$

여기서  $\mathbf{E}(\cdot)$ ,  $\frac{\partial \ln p(\mathbf{y}|\tau)}{\partial \tau} \in \mathbb{R}^{1 \times L}$ 은 각각 기댓값 연산자와 스코어 함수를 의미한다. 시간 지연  $\tau$ 에 대한 CRB는 피서 정보 행렬의 역행렬로 정의되며 다음과 같이 표현된다.

$$\text{CRB}(\tau) = [\Lambda(\tau)]^{-1}. \quad (6)$$

파라미터 추정량의 MSE와 CRB는  $\mathbb{E}\{(\hat{\tau} - \tau)^2\} \geq \text{CRB}(\tau)$ 의 관계를 만족하므로, (6)으로 정의된 CRB에 대한  $L$ 개의 전체 경로에 대한 시간 지연 추정의 RMSE는 다음과 같이 정의된다.

$$\text{RMSE}(\tau) = \frac{1}{L} \sqrt{\text{Tr}\{\text{CRB}(\tau)\}}, \quad (7)$$

여기서  $\text{Tr}(\cdot)$ 은 행렬 대각 합 연산자를 의미하며, 해당 연산자로 각 경로별 시간 지연의 평균값을 산출할 수 있다.

### IV. 시뮬레이션 결과 및 분석

본 연구에 적용된 시뮬레이션 환경은 랜덤하게 발생시킨 4개의 다중경로를 통하여 16-QAM 변조 및 CP (cyclic prefix)-OFDM 변조된 전송 신호가 양자 수신기로 수신하는 환경을 모사하였으며, TR 38.901 Urban Macro 경로 손실 모델에 기반하여 각 다중경로 별 채널 진폭을 설정하였다 [5]. 그 외의 자세한 시뮬레이션 환경은 표1에서 확인 가능하다.

그림 2는 양자 수신기와 기존 안테나를 이용하는 수신기의 대역폭 별 시간 추정 성능을 나타낸다. RF, Atomic는 각각 안테나를 이용한 기존 수신기, 신호 진폭만을 활용하는 양자 수신기를 의미한다. RF의 경우 대역폭 증가 시 RMSE가 단조 감소하지만, Atomic의 경우 RMSE가 거의 감소하지 않음을 확인하였다. 이는 그림 3에서와 같이 대역폭에 비례하는 열잡음 전력과는 다르게, 양자 수신기 잡음전력 증가 경향은 대역폭 제곱에 비례하기 때문이다 [3]. 그림에도 불구하고, 양자 수신기의 전자기와 증폭 특성으로 인하여, 안테나 기반 수신기

표 1. 시뮬레이션 환경

파라미터	값
중심 주파수 $\omega_c$	27.5 [GHz]
부반송파 주파수 $\omega_{sc}$	{10, 20, ..., 100} [kHz]
부반송파 수 $K$	1000
다중 경로 수 $L$	4
전이 쌍극자 모멘트 $\mu$	$[0, 1288.737 q a_0, 0]^T$
전자 전하 $q$	$-1.602 \times 10^{-19} [C]$
보어 반지름 $a_0$	$5.292 \times 10^{-11} [m]$
시간 지연 $\tau$	$U(0, [4\omega_{sc}]^{-1}) [s]$

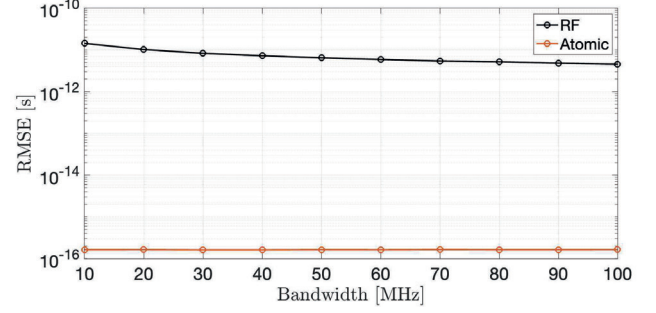


그림 2 대역폭 별 시간 지연 추정 CRB기반 RMSE 추이

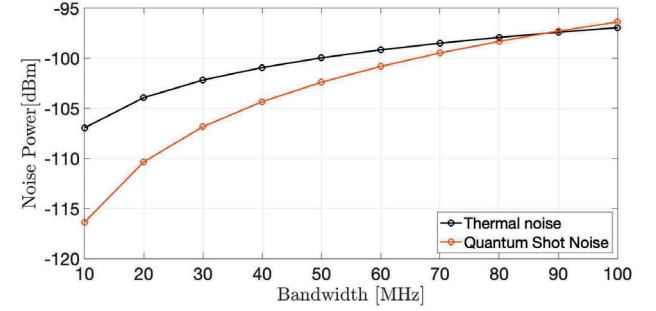


그림 3 대역폭 별 수신기 잡음전력 추이

대비 시간 지연 추정 RMSE가 약  $10^4$ 배 낮음을 확인하였다.

### V. 결 론

본 논문에서는 리드버그 양자 수신기를 활용한 시간 지연 추정의 이론적 하한을 CRB기반 RMSE를 통하여 분석하였다. 시뮬레이션 결과 양자 수신기의 시간 지연 추정이 안테나 기반 기존 수신 시스템보다 정확함을 확인하였다. 본 연구를 통하여 얻은 시간 지연 추정의 CRB를 기반으로 차후 신호 위상이 복원된 양자 수신기 기반 시간 지연 추정 기법 연구를 진행 할 계획이다.

### ACKNOWLEDGMENT

이 논문은 2024년도 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (No. RS-2024-00409492).

### 참 고 문 헌

- [1] M. Cui, Z. Qunsong, and H. Kaibin, "Towards atomic MIMO receivers," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 43, no. 3, pp. 659–673, Mar. 2025.
- [2] A. Goldsmith, *Wireless Communications*. Cambridge, U.K.: Cambridge Univ., 2005.
- [3] L. Bussey, F. Burton, K. Bongs et al., "Quantum shot noise limit in a Rydberg RF receiver compared to thermal noise limit in a conventional receiver," *IEEE Sens. Lett.*, vol. 6, no. 9, Sep. 2022.
- [4] J. Sijbers, A. Dekker, P. Scheunders et al., "Maximum-likelihood estimation of Rician distribution parameters," *IEEE Trans. Med. Imaging.*, vol. 17, no. 3, pp. 357–361, June. 1998.
- [5] 3GPP, "5G; Study on channel model for frequencies from 0.5 to 100GHz," 3rd Generation Partnership Project, Tech. Rep. TR 38.901, version 18.0.0, Release 18, May 2024.