

OFDM-IM 시스템에서 PAPR 감소를 위한 디더신호의 통계적 특성 분석

박지훈, 채승호*

한국공학대학교

{wlgns4457, shchae}@tukorea.ac.kr

Statistical Characterization Analysis of Dither Signals for PAPR Reduction in OFDM-IM Systems

Jihoon Park, Seong Ho Chae*

Tech University of Korea

요약

Orthogonal frequency division multiplexing with index modulation(OFDM-IM)은 전통적인 OFDM에서 서브캐리어의 활성·비활성 인덱스를 추가적인 정보 비트를 담는 매개변수로 활용하여 에너지 효율과 전송 효율을 높일 수 있는 기술이다. OFDM-IM은 OFDM과 마찬가지로 높은 peak-to-average power ratio(PAPR)를 가지는 문제가 있으며, 이를 해결하기 위해 비활성 서브캐리어 위치에 디더 신호를 삽입해 송신 신호의 PAPR을 감소시키는 연구들이 진행되었다. 본 논문에서는 PAPR 감소를 위해 최적화된 신호인 디더 신호의 통계적 특성을 분석한다.

I. 서론

OFDM-IM(Orthogonal Frequency Division Multiplexing with Index Modulation)은 활성 서브캐리어의 인덱스를 통해 추가 비트를 전송함으로써 전통적 OFDM 대비 스펙트럼 효율과 에너지 효율을 동시에 개선할 수 있는 변조 기법이다. 문헌 [1]에서는 OFDM-IM의 비활성 서브캐리어에 디더(dither) 신호를 삽입하여 송신 신호의 PAPR(Peak-to-Average Power Ratio)을 감소시키는 컨벡스(convex) 최적화 문제를 제안하였으며, 디더 신호의 전력 제한에 비례하는 PAPR 감소 효과를 확인하였다. 그러나, 디더 신호 전력이 증가할수록 비활성 서브캐리어에 삽입된 디더가 유효 심볼에 간섭을 일으켜 BER(Bit Error Rate)이 상승하며, 수신기 검출기에서는 디더를 단순 잡음으로만 취급하여 그 통계적 특성을 정량적으로 반영하지 못함으로써 추가적인 성능 저하가 발생한다. 본 논문에서는 문헌 [1]의 convex 최적화 문제로부터 산출된 디더 신호 해에 대한 확률 모델을 제시하고, 이를 통해 디더신호 간섭을 정량적으로 분석할 수 있는 이론적 기반을 제공한다.

II. OFDM-IM 시스템

OFDM-IM에서는 하나의 OFDM 심볼을 구성하는 N 개의 서브캐리어를 n 개씩 g 개의 블록으로 나눈다. 이때 총 m 비트의 정보 시퀀스도 블록당 $p(=m/g)$ 비트로 분할한다. 각 블록에서는 n 개의 서브캐리어 중 k 개만을 활성화하여 신호를 전송하고, 나머지 $n-k$ 개는 비활성 상태로 둔다. 블록당 p 비트 중 처음 p_1 비트로 활성화할 서브캐리어의 인덱스를 결정하고, 나머지 $p_2 = p - p_1$ 비트는 k 개의 M-ary 심볼에 매핑한다. 따라서, p_1 , p_2 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$p_1 = \lfloor \log_2 C(n, k) \rfloor, p_2 = k \log_2 M. \quad (1)$$

하나의 OFDM-IM 심볼에서 활성 서브캐리어 위치에만 값이 존재하는 주파수 영역의 신호를 $X \in C^N$ 라고 할 때, 시간영역의 송신신호는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$x = \frac{1}{\sqrt{K}} D^H X. \quad (2)$$

이때, $K = kg$ 는 OFDM 심볼에서 활성 서브캐리어 개수이고, D^H 는

IDFT 행렬로 DFT행렬 D 의 켤레 전치행렬이다. 송신신호 x 의 PAPR은 다음과 같이 정의된다.

$$PAPR(x) = \frac{\|x\|_\infty^2}{E[\|x\|_2^2]/N}, \quad (3)$$

여기서, $\|\cdot\|_2$ 와 $\|\cdot\|_\infty$ 은 각각 l_2 -norm과 l_∞ -norm이다.

III. 디더신호의 통계적 특성 분석

문헌 [1]에서는 OFDM-IM 시스템에서 비활성 서브캐리어에 디더 신호를 삽입하여 송신신호 x 의 PAPR을 감소시키는 문제를 다음과 같이 컨벡스 최적화(convex optimization) 문제로 정의하였다.

$$\begin{aligned} \min_{\zeta} & \|D_I^H \zeta + D^H X\|_\infty^2 \\ \text{s.t.} & \|\zeta\|_\infty \leq R. \end{aligned} \quad (4)$$

여기서, D_I^H 는 $(N \times (N-K))$ 크기의 행렬로 IDFT행렬에서 비활성 서브캐리어의 위치에 해당하는 열 성분들만을 모아놓은 행렬이다. $\zeta \in C^{(N-K)}$ 는 초기 시간영역 송신신호 $x = D^H X$ 의 PAPR을 줄이기 위한 최적화 파라미터이고, 최대 크기 제한이 R 로 정의되어 있다. 수식(4)에 해당하는 최적화 문제의 솔루션은 CVX 툴박스를 사용하여 도출할 수 있다[2].

A. 디더신호의 위상 분포 분석

최적화 문제의 입력 $x \in C^N$ 은 OFDM-IM 시스템에서 시간영역의 송신신호로 정의되고 x 의 n 번째 값은 다음과 같이 계산된다.

$$x[n] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j2\pi kn/N}. \quad (6)$$

서브캐리어의 수 N 이 충분히 클 때, 시간영역의 OFDM 신호는 CSCG(circularly symmetric complex Gaussian)으로 수렴한다[3]. 따라서, 최적화 문제 (4)의 입력도 활성 서브캐리어 개수 K 가 충분히 큰 경우 CSCG로 수렴하므로 다음과 같은 특성을 따른다.

$$x = e^{j\theta} x. \quad (7)$$

여기서, $A=B$ 는 A와 B가 동일한 확률분포를 가짐을 의미한다. 수식 (4)의 최적화 문제를 입력 x 와 이에 대응하는 최적해 출력 ζ 을 가지는 함수 관계로 표현하면 다음과 같다.

$$\zeta = F(x). \quad (8)$$

만약 모든 입력 x 에 대해 $e^{j\theta}F(x) = F(e^{j\theta}x)$ 가 성립하면 최적해 ζ 는 다음과 같은 통계적인 특성을 가진다.

$$\begin{aligned} e^{j\theta}\zeta &= e^{j\theta}F(x) \\ &= F(e^{j\theta}x) \\ &\stackrel{d}{=} F(x). \end{aligned} \quad (9)$$

수식 (9)에 의해 $e^{j\theta}\zeta = \zeta$ 이 성립하므로 최적해 ζ 의 각 성분은 활성 서브캐리어의 수 K 가 충분히 큰 경우 균등 분포를 따른다.

$$\angle \zeta_i \sim U[-\pi, \pi). \quad (10)$$

페이지 제한으로 인해, $e^{j\theta}F(x) = F(e^{j\theta}x)$ 에 대한 구체적인 증명은 생략한다.

B. 디더신호의 크기 분포 분석

최적화 문제(4)에서 최적해 ζ 에 해당하는 디더신호를 삽입한 후 최소화된 송신신호의 피크 값을 P 라고 정의하면 P 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$|d_1\zeta_1 + d_2\zeta_2 + \dots + d_{N-K}\zeta_{N-K} + x_p| = P. \quad (11)$$

ζ_i 는 주파수 영역의 i 번째 디더신호를 뜻하고 d_i 는 IDFT행렬의 원소로 주파수 영역에서의 비활성 서브캐리어의 위치와 시간영역 신호의 피크값의 위치에 따라 달라진다. x_p 는 최소화된 피크 값이 되기 전 송신신호를 뜻한다. 매우 높은 확률로 x_p 는 큰 값을 가지므로 $|x_p|$ 를 최소화된 피크 값 P 로 줄이기 위해선 각 ζ_i 는 주어진 크기에 대한 제약조건을 R 을 최대로 활용해야 한다. 따라서 각각의 $|\zeta_i|$ 는 확률적으로 상수 R 로 수렴하는 경향을 보이고 이러한 특성은 R 이 작을수록 강해진다.

$$|\zeta_i| \simeq R. \quad (12)$$

IV. 시뮬레이션 결과 및 결론

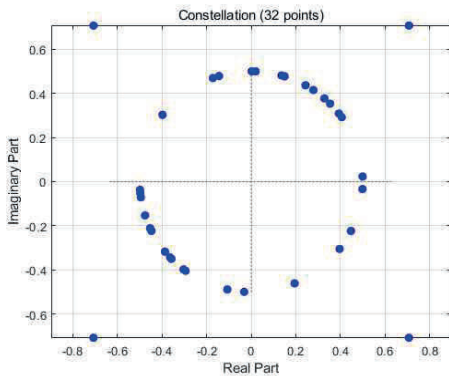


그림 1. 주파수 영역에서 최적해 ζ_i 의 시각화

본 절에서는 시뮬레이션을 통해 이전 절에서 언급한 디더신호 ζ 의 통계적 특성을 시각적으로 확인해 본다. 시뮬레이션 파라미터로 전체 서브캐리어의 개수 $N = 128$, 서브블록의 개수 $g = 32$, 각 서브블록당 활성 서브캐리어의 개수는 $k = 3$, 디더신호의 제약조건 $R = 0.5$ 로 설정하였다. 그림 1은 하나의 입력 샘플 x 에 대해 ζ 를 복소 평면에 시각화한 것을 보여준다. 위 그림을 통해 ζ 의 모든 성분의 크기가 제약조건에 해당하는 R 이 되는 것을 확인할 수 있다.

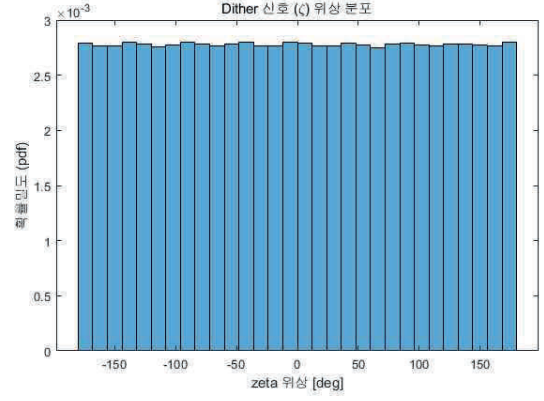


그림 2. 몬테카를로 시뮬레이션을 통한 ζ 의 위상 분포

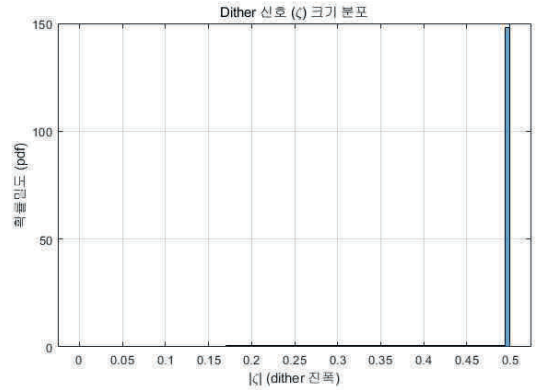


그림 3. 몬테카를로 시뮬레이션을 통한 ζ 의 크기 분포

그림 2와 그림 3은 몬테카를로 시뮬레이션을 통해 ζ_i 의 위상과 크기에 대한 확률 분포를 시각화한 것이다. 그림 2를 통해 ζ_i 의 위상에 대한 분포가 $[-\pi, \pi)$ 사이에 균등하게 분포되는 것을 확인할 수 있다. 또한, 그림 3에서 확인할 수 있듯이 ζ 의 크기는 대부분의 성분이 제약조건에 해당하는 R 로 근사되는 것을 확인할 수 있었다.

$$\zeta_i = Re^{j\theta}, \quad \theta \sim U[-\pi, \pi) \quad (13)$$

ACKNOWLEDGMENT

이 논문은 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 정보통신기획평가원-학·석사연계ICT핵심인재양성의 지원(IITP-2025-RS-2022-00156326, 50%)과 정보통신기획평가원-지역지능화혁신인재양성사업의 지원을 받아 수행된 연구임(IITP-2025-RS-2020-II201741, 50%)

참 고 문 헌

- [1] J. Zheng and H. Lv, "Peak-to-average power ratio reduction in ofdm index modulation through convex programming," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 21, no. 7, pp. 1505 - 1508, 2017.
- [2] M. Grant and S. Boyd, (Sep. 2013). CVX: MATLAB Software for Disciplined Convex Programming, Version 2.0 Beta. [Online]. Available at: <http://cvxr.com/cvx>
- [3] S. Wei, D. L. Goeckel, and P. A. Kelly, "Convergence of the complex envelope of bandlimited OFDM signals," *IEEE Trans. Inf Theory*, vol. 56, no. 10, pp. 4893 - 4903, Oct. 2010.