

구조적 양자 알고리즘을 위한 외삽 기반 오류 완화 기법

김보선, 손일권, 배광일, 송우영, 이창열, 이원혁

한국과학기술정보연구원

{boseon12, d2estiny, kibae, wysong, lcy253898, livezone}@kisti.re.kr

Extrapolation-Based Error Mitigation Method for Structured Quantum Algorithms

Boseon Kim, IlKwon Sohn, Kwangil Bae, Wooyeong Song, ChangYeol Lee, Wonhyuk Lee

Korea Institute of Science and Technology Information.

요약

NISQ 환경에서는 제한된 큐비트 수와 높은 노이즈로 인해 완전한 오류 보정이 불가능하다. 이러한 한계를 극복하기 위한 대표적인 오류 완화 기법으로 ZNE 기법이 제안되었으나, 회로 전체를 여러 노이즈 스케일로 반복 실행해야 하므로 자원 소모가 크고 누적 노이즈에 의해 정확도가 저하된다. 본 논문에서는 반복 연산 구조를 갖는 양자 알고리즘을 대상으로 한 외삽 기반 오류 완화 기법을 제안한다. 제안 기법은 알고리즘의 핵심 단위 연산 블록을 정의하고, 블록의 노이즈 특성 분석을 통해 fidelity를 계산하고 이 결괏값을 외삽 기반의 수학적 모델링을 통해 이상적인 성능을 추정한다. 이를 Grover search 알고리즘에 적용한 결과, 타겟 상태 측정 성공 확률이 41.975%에서 외삽 보정을 통해 96.86%로 향상되었으며, ZNE 기법의 결과인 68.37%보다 높은 이상적인 타겟 상태 측정 성공 확률을 추정하였다. 본 연구는 회로 전체가 아닌 블록 단위의 노이즈 특성 분석을 통해 자원 효율성, 외삽 안정성, 보정 정확도를 확보할 수 있음을 보여준다.

I. 서론

최근 양자 컴퓨팅은 NISQ(Noise Intermediate-Scale Quantum) 시대에 진입하며, 수십에서 수백 큐비트 규모의 양자 프로세서를 활용한 다양한 연구가 활발하게 진행되고 있다[1]. 하지만 제한된 큐비트 수와 높은 노이즈 등의 물리적 제약으로 인해 완전한 오류 보정이 불가능하다. 이러한 한계는 양자 알고리즘의 계산 신뢰도를 저하하며, 현재 단계에 적합한 오류 완화 기법이 현실적인 대안으로 주목받고 있다. 오류 완화의 대표적인 기법은 Zero-Noise Extrapolation으로[2] 동일한 회로를 여러 노이즈 스케일로 실행하여 그 결과를 외삽하여 노이즈가 없는 상태의 결과를 추정한다. 노이즈 스케일을 조절하기 위해 회로를 반복 실행하여 누적 오류가 많고, 노이즈가 강한 환경에서는 과적합 문제로 인해 정확성이 저하될 수 있다. 예를 들어, Grover search 알고리즘과 같이 임의의 타겟 상태를 찾을 때, 반복 횟수가 증가할수록 오류가 누적되어 오히려 타겟 상태를 찾을 확률이 랜덤 추출 확률보다 낮아지는 현상이 발생할 수 있다.

본 연구에서는 이러한 문제점을 해결하기 위해, 반복 연산 구조를 갖는 양자 알고리즘을 위한 외삽 기반 오류 완화 기법을 제안한다. 제안하는 기법은 Grover search 알고리즘과 같이 특정 연산이 반복되는 핵심 연산 블록을 정의하고, 블록의 노이즈 특성 분석을 통해 fidelity를 계산하고 이 결괏값을 외삽 기반의 수학적 모델링을 통해 보정한다. 즉, 전체 회로가 아닌 블록 단위로 노이즈 모델링을 수행함으로써, 회로 깊이 증가에 따른 자원 소모를 줄이고, 외삽 안정성과 보정 정확도를 향상시킨다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는 구조적 양자 알고리즘의 정의와 제안하는 외삽 기반 오류 완화 기법을 설명하고, Grover search 알고리즘을 사례로 하여 ZNE 기법과 성능을 비교한다. III장에서는 실험 결과를 요약하고, 본 연구의 확장 가능성과 향후 연구 방향을 제시한다.

II. 본론

i. 제안하는 외삽 기반 오류 완화 방법론

본 논문에서는 반복적인 연산 구조를 가진 양자 알고리즘을 구조적 양자 알고리즘이라 정의한다. 이러한 알고리즘에서 반복적인 구조를 가진 연산 블록을 핵심 단위 연산 블록이라 정의하며, 본 연구에서는 이를 오류 완화의 기본 단위로 사용한다.

대표적인 구조적 양자 알고리즘은 Grover search 알고리즘으로, 전체 회로는 Hadamard(H), Oracle(O), Diffusion(D), Measurement로 구성된다. 이 중 핵심 단위 연산 블록은 DO 블록으로, 최적 반복 횟수 r 만큼 반복한다. 본 연구에서는 6-큐비트 Grover search 알고리즘을 대상으로 실험을 수행하였다. 최적 반복 횟수 $r = 6$ 일 때, 알고리즘은 타겟 상태 $|111111\rangle$ 을 찾으며, 그 결괏값은 보정 전 알고리즘의 타겟 상태 측정 성공 확률을 P_{raw} 로 정의한다. IBM Aer simulator를 사용하여 $(DO)^6 H$ 을 총 4000회 실행한 결과, 타겟 상태가 1679번 측정되어 $P_{raw} = 41.975\%$ 임을 확인하였다.

핵심 단위 연산 블록의 오류 특성화를 위해 DO 와 $(DO)^\dagger$ 를 결합하여 항등 연산 $DO \cdot (DO)^\dagger = I$ 을 구성하였다. 이 과정을 통해 블록의 fidelity를 추정할 수 있으며, 두 블록을 결합한 경우의 fidelity f^{2k} 로부터 단일 블록의 fidelity f 를 도출한다. 항등 연산이 유지되도록 k 회 반복 실행하며, 초기 상태 $|000000\rangle$ 으로 측정된 횟수를 통해 실험적 fidelity를 계산한다. $(DO \cdot (DO)^\dagger)^k$ 의 결괏값은 표 1과 같으며, 반복 횟수에 따른 fidelity 감쇠를 바탕으로 로그-선형 외삽을 수행하였다. 그 결과, 단일 블록의 fidelity $f = 0.8693$ 으로 추정되었으며, 반복 횟수가 증가함에 따라 블록의 fidelity가 지수적으로 감쇠함을 확인할 수 있었다.

반복 횟수(k)	블록 수($2k$)	fidelity($F(2k) = f^{2k}$)
1	2	0.755
2	4	0.57
3	6	0.436

표 1 항등연산 반복 횟수에 따른 $(DO \cdot (DO)^\dagger)^k$ 의 fidelity 계산

오류 특성화를 통해 얻은 블록 단위 fidelity를 기반으로, 이상적인 타겟 상태 측정 성공 확률 P_{ideal} 을 다음 식 (1)과 같이 계산한다. 이상적인 타겟 상태 측정 성공 확률은 보정된 타겟 상태 측정 성공 확률과 같다. 실험적으로 측정된 P_{raw} 를 블록 fidelity 감쇠율 f^r 로 보정함으로써, 노이즈가 없는 이상적인 측정 성공 확률 P_{ideal} 을 추정할 수 있다. 단순 반복 측정을 통해 얻은 Grover search 알고리즘의 타겟 상태 측정 성공 확률은 41.975%였으나, 핵심 단위 연산 블록의 외삽 기반 보정을 적용한 결과, 이상적인 타겟 상태 측정 성공 확률이 약 96.86%로 향상되었다. 이는 블록 단위의 노이즈 모델링을 통해 회로 전체의 오류 누적을 혁파적으로 보정 할 수 있음을 보여준다.

$$P_{raw} \approx P_{ideal} \times f^r$$

$$P_{ideal} \approx \frac{P_{raw}}{f^r} \quad (1)$$

ii. Zero–Noise Extrapolation 기법과의 비교

제안하는 기법의 성능 검증을 위해, 대표적인 외삽 기반 오류 완화 기법인 ZNE 기법과 비교하였다. 두 기법 모두 Grover search 알고리즘을 기반으로 동일한 회로 구조에서 수행되었으며, 타겟 상태 측정 성공 확률을 지표로 활용하였다. ZNE 기법은 전체 알고리즘을 노이즈 스케일 계수 λ 에 따라 확장 실행함으로써, 노이즈 강도를 인위적으로 조절한다. 각 λ 에 대해 측정된 결괏값을 이용하여, 노이즈가 0인 이상적인 성능을 외삽으로 추정한다. 본 실험에서는 노이즈 스케일 $\lambda = 1, 3, 5$ 로 설정하였다. 각 스케일에서의 회로 구성은 다음과 같다:

- $\lambda = 1$: $(DO)^6 H$
- $\lambda = 3$: $(DO)^6 H \cdot [(DO)^6 H]^\dagger \cdot (DO)^6 H$
- $\lambda = 5$: $(DO)^6 H \cdot [(DO)^6 H]^\dagger \cdot (DO)^6 H \cdot [(DO)^6 H]^\dagger \cdot (DO)^6 H$

이는 회로 길이를 인위적으로 증가시켜 노이즈를 확장시키는 효과를 가지며, 각 케이스에서 측정된 타겟 상태 측정 성공 확률은 0.41868, 0.09045, 0.0312이다. 이 세 점을 이용해 리차드슨 외삽을 적용하면, 노이즈가 없는 이상적인 타겟 상태 측정 성공 확률은 68.37%로 그림 1과 같다.

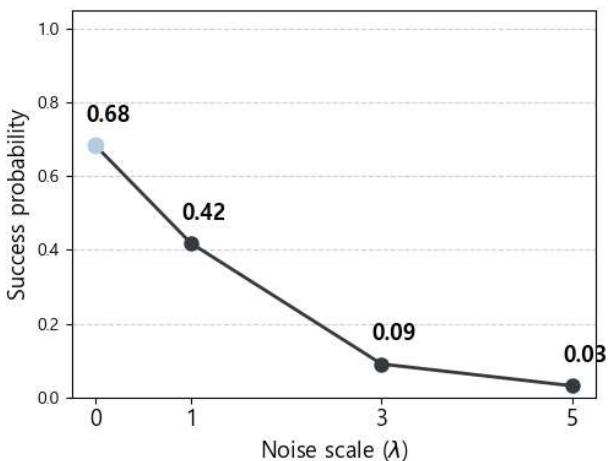


그림 1 Zero–Noise Extrapolation 기법의 외삽 과정 및 결과

그림 2는 Grover search 알고리즘의 타겟 상태 측정 성공 확률을 비교 한 결과를 보여준다. 보정 전 알고리즘의 측정 성공 확률은 41.975%였으며, ZNE 기법을 적용하면 68.37%, 본 연구에서 제안하는 기법을 적용하면 96.86%로 향상되었다. 기존 ZNE 기법은 회로 전체를 반복적으로 확장 실행하기 때문에, 회로 길이가 커질수록 누적 노이즈에 의해 외삽이 불안정해지는 경향을 보인다. 특히 $\lambda = 5$ 의 경우, 측정 성공 확률이 3.2%로, 랜덤 측정할 확률인 1.56%에 근접한 결과를 나타내며 과대 계상될 가능성이 존재한다. 반면, 제안하는 기법은 핵심 단위 연산 블록만을 독립적으로 반복 측정하고, 블록의 fidelity 감쇠를 기반으로 지수 감쇠 모델을 적용하기 때문에, 노이즈 스케일 확장에 따른 불안정성이 줄어든다. 이를 통해 외삽 안정성과 보정 정확도 향상 효과를 입증하였다.

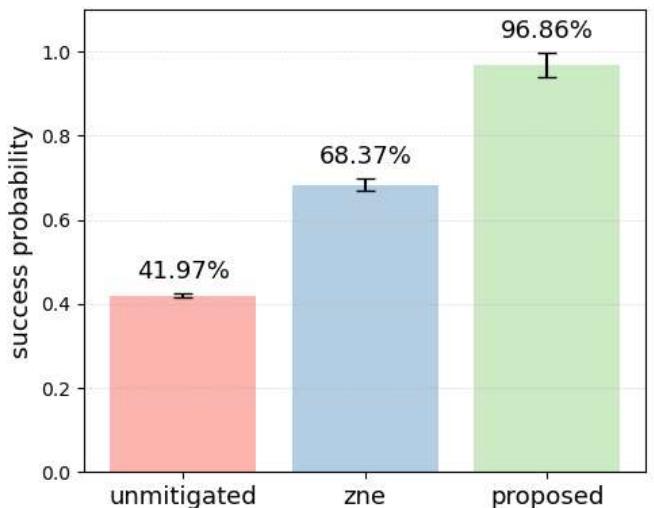


그림 2 보정 전, ZNE, 제안하는 기법의 타겟 상태 측정 성공 확률 비교

III. 결론

본 논문에서 제안하는 외삽 기반 오류 완화 기법은 Grover search 알고리즘의 반복 연산을 가진 블록인 핵심 단위 연산 블록의 노이즈 특성 분석을 통해 fidelity를 구하고 수학적 보정 모델을 통해 노이즈가 없는 이상적인 측정 성공 확률을 구하여 오류를 보정한다. 지수 감쇠 모델 기반의 수학적 외삽을 통한 정량적 검증을 수행하였고, 기존 ZNE 기법과의 비교를 통해 보정 정확도가 향상된 것을 확인할 수 있었다. 향후 Grover search 알고리즘 외에도 구조적 양자 알고리즘인 QAOA에도 적용하여 확장할 계획이다.

ACKNOWLEDGMENT

본 연구는 2025년도 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 국가과학 기술연구회 창의형 융합연구사업(No. CAP22053-000)의 지원을 받아 수행되었습니다.

참 고 문 헌

- [1] Preskill, John. "Quantum computing in the NISQ era and beyond." *Quantum* 2 (2018): 79.
- [2] He, Andre, et al. "Zero-noise extrapolation for quantum-gate error mitigation with identity insertions." *Physical Review A* 102.1 (2020): 012426.