

# 성상도 회전과 펄스 성형 벡터를 이용한 M-QAM 변조 기반 DFT-Spread OFDM 신호의 PAPR 저감에 관한 연구

김효승, 조준호  
포항공과대학교

khs2018@postech.ac.kr, jcho@postech.ac.kr

## A Study on PAPR Reduction by Constellation Rotation and Pulse Shaping for DFT-Spread OFDM with M-QAM Symbols

Hyo Seung Kim, Joon Ho Cho  
Pohang University of Science and Technology

### 요 약

본 논문은 M-QAM 심볼 전송을 위한 DFT-Spread OFDM 신호의 PAPR (Peak-to-Average Power Ratio)을 저감하기 위한 성상도 회전 각도와 펄스 성형 벡터의 공동 최적화를 다룬다. BPSK 심볼 분석을 기반으로 QPSK 심볼에 대한 계산 효율적인 PAPR 상한을 유도하고, 결과적으로 얻어지는 목적 함수가 일반적인 M-QAM 심볼에도 동일하게 적용됨을 보인다. 또한, 수치적 탐색을 통해 제안된 최적화 기법의 PAPR 저감 효과를 입증한다.

### I. 서 론

5 세대(5G) 이동통신 시스템의 상향링크에서는 전력 증폭기의 효율성을 높이기 위해 낮은 PAPR 특성을 갖는 DFT-spread OFDM 기술이 핵심적으로 사용된다 [1]. PAPR 을 더욱 낮추기 위한 기법 중, 데이터에 독립적인 성상도 회전과 주파수 영역 스펙트럼 성형(FDSS, Frequency Domain Spectral Shaping)을 통한 펄스 성형은 효과적인 방법 중 하나이다 [2-4]. 특히, 선행 연구 [3], [4]에서는 BPSK 및 QPSK 심볼 전송 시 DFT-s-OFDM 신호의 PAPR 을 저감하기 위해 한 OFDM 심볼에 대한 PAPR 의 상계(upper bound)를 목적 함수로 사용하여 성상도 회전 각도와 펄스 성형 벡터에 대한 공동 최적화를 수행한 바 있다.

본 논문은 선행 연구에서 한 단계 더 나아가, M-QAM 심볼 전송을 위한 일반화된 PAPR 저감 기법을 제안한다. 이를 위해 선행 연구 [3], [4]와 달리 본 논문은 BPSK 및 QPSK 심볼에 대한 PAPR 의 상한(supremum)을 먼저 유도한 후, 이를 기반으로 계산 효율적인 목적 함수를 정의한다. 이렇게 정의된 목적 함수는 일반적인 M-QAM 심볼의 PAPR 상한을 분석하는 데에도 적용 가능하다. 수치적 탐색을 통해 본 논문에서 제시된 최적의 회전 각도와 성형 벡터가 계산 효율성을 확보함과 동시에 기존 선행 연구 [4]의 기법과 동등한 PAPR 저감 성능을 달성함을 보임으로써, 제안된 기법의 M-QAM 확장 유효성을 입증하고자 한다.

### II. 본론

본 논문에서 고려하는 DFT-s-OFDM 심볼의 이산 시간 송신 신호모델은 선행 연구 [2-4]에 기반하며, 식 (1) 및 (2)와 같이 정의된다.

$$x[n] = \frac{1}{\sqrt{MN}} \sum_{m=0}^{M-1} d[m]g[n, m], n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (1)$$

$$g[n, m] = e^{j\varphi m} \sum_{l=0}^{L-1} w[l]e^{j2\pi l(\frac{n}{N} - \frac{m}{M})} \quad (2)$$

$n = 0, 1, \dots, N-1$   
 $m = 0, 1, \dots, M-1$

여기서  $N$  은 한 OFDM 심볼의 전체 부반송파(subcarrier) 개수이며,  $M$  은 전송되는 데이터 심볼의 개수이다.  $d[m]$  은 길이  $M$  의 데이터 심볼 열을 나타내며, Cyclic Prefix 는 고려되지 않았다. 펄스 성형을 수행하는 커널  $g[n, m]$ 은 펄스 성형 벡터  $w[l]$ 와 성상도 회전 각도  $\varphi$  에 대해 정의된다.  $L \geq M$  은 스펙트럼 확장(spectral extension)이 적용된 활성 부반송파의 총 개수이다. 펄스 성형 벡터  $w[l]$ 는 본 논문에서는 실수 값을 갖는 짝대칭(even-symmetric) 벡터로 한정하며, 그 에너지는  $\sum_{l=0}^{L-1} |w[l]|^2 = M$  으로 정규화되었다.

이때 펄스 성형 벡터  $w[l]$ 과 성상도 회전 각도  $\varphi$ 는 PAPR 을 결정짓는 핵심 요소이다. 선행 연구 [2]에서는 펄스 성형 벡터를 MSK (Minimum-Shift Keying) 파형과 같이 연속적인 위상 변조 (Continuous-Phase Modulation) 특성을 갖도록 설계하여 PAPR 절감 효과를 보였다. 또한, 성상도 회전 각도  $\varphi$ 가 0 또는  $\pi/2$ 가 아닌 특정 각도에서 펄스 성형 벡터와 공동으로 최적화될 때 PAPR 저감 성능이 극대화될 수 있음이 BPSK 및 QPSK 심볼에 대한 분석을 통해 제시되었다 [3], [4].

주어진 한 OFDM 심볼에 대한 PAPR 은 선행 연구 [3]의 식 (13)에 의해 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$PAPR \triangleq \frac{\max_n |x[n]|^2}{E[x[n]^2]} = \left( \frac{1}{M} \max_n \sum_{m=0}^{M-1} d[m]g[n, m] \right)^2 \quad (3)$$

식 (4)는 가능한 모든 심볼  $d[m]$ 의 조합에 대한 PAPR의 상한을 나타내며, 이는 변조 차수(modulation order)에 대해 지수적인 연산 복잡도를 가진다.

$$\overline{PAPR} \triangleq \max_n \max_{d[m]} \left( \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} d[m]g[n, m] \right)^2 \quad (4)$$

심볼  $d[m]$ 이 BPSK 인 경우, 새로운 매개변수  $\theta$ 를 도입함으로써 PAPR 상한을 식 (5)와 같이 재구성할 수 있다. 이를 통해 목적 함수가 데이터 심볼에 무관하게 바뀌어 기존의 지수 복잡도를 제거할 수 있게 된다.

$$\overline{PAPR} \triangleq \max_n \max_{\theta \in [0, \pi]} \left( \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} |Re\{g[n, m]e^{j\theta}\}| \right)^2 \quad (5)$$

QPSK 심볼의 경우에는 서로 직교하는 두 BPSK 심볼의 합으로 표현 가능하며, 이에 대한 PAPR 상한을 다음과 같이 유도된다.

$$\overline{PAPR} \triangleq \max_n \max_{\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]} \left( \frac{1}{\sqrt{2}M} \sum_{m=0}^{M-1} |Re\{g[n, m]e^{j\theta}\}| + |Im\{g[n, m]e^{j\theta}\}| \right)^2 \quad (6)$$

M-QAM 심볼은 크기가 다른 여러 QPSK 심볼의 선형 결합으로 나타낼 수 있다. 이를 통해 PAPR 상한을 유도하면 동일한 펄스 성형 커널  $g[n, m]$ 에 대해 M-QAM 심볼과 QPSK 심볼의 PAPR 상한은 다음과 같은 비례 관계를 가진다.

$$\overline{PAPR}(MQAM) = 3 \frac{\sqrt{M} - 1}{\sqrt{M} + 1} \overline{PAPR}(QPSK) \quad (7)$$

따라서 M-QAM 심볼의 PAPR 저감을 위한 공동 최적화의 목적 함수는 QPSK 심볼의 경우와 동일하며, 최종적으로 식 (8)과 같은 공동 최적화 문제를 구성할 수 있다. 이는 목적 함수를 제외하면 선행 연구[4]의 식 (24)와 유사한 형태이다.

$$\underset{w[l], \phi}{\text{minimize}} \max_n \max_{\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]} \overline{PAPR} \quad (8)$$

$$\text{subject to } ISI(g[n, m]) \leq \gamma$$

여기서 심볼 간 간섭(ISI, Inter-Symbol Interference)은 노이즈가 없을 때의 펄스 성형 커널에 대한 정합 필터(matched filter)의 출력과 송신 심볼에 대한 평균 제곱 오차로 계산된다[4]. 일반적으로 더 높은 ISI 값을 허용할수록 PAPR을 더욱 더 감소시킬 수 있으므로, ISI를 제약 조건으로 두고 PAPR 상한을 최소화하도록 문제를 구성하였다.

그림 1은  $N = 256$ ,  $M = 16$ ,  $L = 24$ 인 환경에서 zero-ISI 조건을 만족하는 세 가지 펄스 성형 벡터의 PAPR 성능을 CCDF (Complementary Cumulative Distribution Function)로 비교한 결과이다. 비교 대상은 RRC(Root Raised Cosine) 벡터( $w_{RRC}$ ), 선행 연구[4]에서 제안된 벡터( $w_{ref}$ ), 그리고 본 논문에서 최적화된 벡터( $w_{proposed}$ )이다. 본 논문에서 제시된 벡터는 선행 연구[4]와 매우 유사하였으며, 최적 성상도 회전 각도 또한 동일하게 확인되었다.

그림 1을 통해, 제안된 벡터( $w_{proposed}$ )가 모든 변조 방식에서 선행 연구[4]의 벡터( $w_{ref}$ )와 거의 동일한 PAPR 저감 성능을 보임을 확인할 수 있다. 이는 본 논문에서 제안한 목적 함수가 선행 연구[4]의 목적 함수와 서로 다른 접근 방식을 취했음에도 결과적으로 동일한 최적화 해를 도출함을 시사한다.

이러한 접근법은 선행 연구[4]와 비교하여 계산 효율성과 확장성 두 측면에서 이점을 가진다. 선행 연구[4]의 목적함수는 QPSK 심볼에 대해  $\mathcal{O}(NM^2)$ 의 복잡도를 가질 뿐만 아니라, M-QAM 심볼에는 직접 적용할 수 없다. 반면, 식 (6)은  $\theta$ 를  $T$ 개로 이산화(discretization)

하여 선형 탐색을 적용할 경우  $\mathcal{O}(NMT)$ 의 복잡도를 가진다. 따라서  $T < M$ 인 일반적인 환경에서 더 높은 계산 효율성을 제공함과 동시에, M-QAM 심볼에도 동일하게 적용 가능한 유연성을 확보한다.

한편, 그림 1은 M-QAM 심볼이 QPSK 대비 갖는 PAPR 이득을 명확히 보여준다. 시뮬레이션에서 16QAM과 64QAM은 QPSK 대비 각각 약 2.54 dB, 3.64 dB의 PAPR 이득을 보였다. 이는 식 (7)에 따른 이론적 이득 값인 2.55 dB, 3.68 dB와 유사한 결과이며, 이를 통해 본 논문에서 제시한 PAPR 상한 분석 모델의 타당성을 검증할 수 있다.

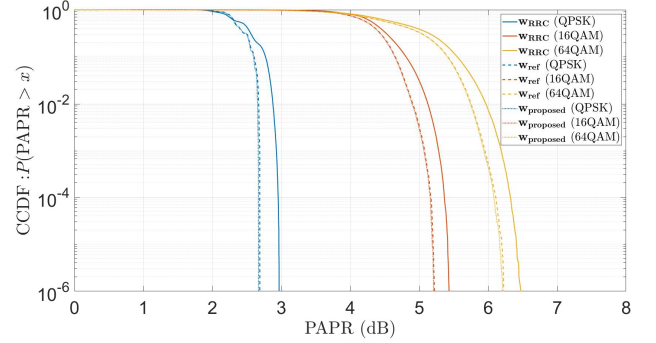


그림 1. 다양한 펄스 성형 벡터에 대한 QPSK, 16QAM, 64QAM 심볼의 PAPR의 CCDF ( $N=256$ ,  $M=16$ ,  $L=24$ ,  $T=10$ )

### III. 결론

본 논문은 M-QAM DFT-s-OFDM 신호의 PAPR 저감을 위해 계산 효율적인 PAPR의 상한에 기반한 목적 함수를 정의하여 성상도 회전 각도와 펄스 성형 벡터를 공동 최적화하는 기법을 제안한다. 이 접근법은 계산에 필요한 지수적인 복잡도를 선형 복잡도로 낮추면서, M-QAM 심볼에도 적용 가능하다는 장점이 있다. 시뮬레이션을 통해, 제안된 최적화 벡터가 선행 연구[4]와 유사한 PAPR 저감 성능을 보임을 확인했다. 또한, M-QAM 심볼의 PAPR 이득에 대한 이론적 분석이 시뮬레이션 결과와 일치함을 보임으로써 제안된 모델의 타당성을 검증했다. 본 연구는 고차 변조를 사용하는 5G 및 미래 통신 시스템의 상향링크에서 PAPR을 효과적으로 낮출 수 있는 일반화된 최적화 방안을 제공한다는 점에서 의의가 있다.

### 참고 문헌

- [1] 3rd Generation Partnership Project, 3GPP TS 38.211 v15.0.0, "Technical specification group radio access network; NR; physical channels and modulation," release 15, Dec. 2017.
- [2] J. Choi, J. H. Cho, and J. S. Lehnert, "Continuous-phase modulation for DFT-spread localized OFDM," IEEE Open J. Commun. Soc., vol. 2, pp. 1405-1418, 2021.
- [3] J. Kim, Y. H. Yun, C. Kim, and J. H. Cho, "Minimization of PAPR for DFT-spread OFDM with BPSK symbols," IEEE Trans. Veh. Technol., vol. 67, no. 12, pp. 11746-11758, Dec. 2018.
- [4] J. Kim, Y. H. Yun, C. Kim, and J. H. Cho, "PAPR reduction by constellation rotation and pulse shaping for DFT-spread OFDM with QPSK symbols," TENCON 2018 - 2018 IEEE Region 10 Conference, pp. 0090-0095, 2018.