

# 오류 완화를 위한 고전 오류정정부호 기반의 양자 데이터 인코딩 기법

손일권\*, 이창열, 송우영, 배광일, 이원혁

\*한국과학기술정보연구원

\*d2estiny@kisti.re.kr

## Classical Error Correction Code based Quantum Data Encoding for Error Mitigation

IlKwon Sohn\*, Changyeol Lee, Kwangil Bae, Wooyeong Song, Wonhyuk Lee

Korea Institute of Science and Technology Information

### 요약

본 연구에서는 양자 계산 과정에서 발생하는 오류를 완화하기 위해 고전 오류 정정 부호를 활용한 새로운 양자 데이터 인코딩 기법을 제안한다. 제안된 기법은 양자 데이터를 고전 부호로 정의된 코드워드 부분 공간으로 인코딩하여 양자 계산을 수행한다. 특히 그로버 알고리즘과 같이 비대칭적 연산 구조를 갖는 알고리즘에 효과적으로, 복잡한 대각 연산자(오라클)는 추가 오버헤드 없이 적용하고, 계산 비용은 상대적으로 단순한 비대각 연산자(확산 연산자)에만 국한시킨다. 계산 과정에서 누적된 비트 플립 오류는 최종 측정 결과에 대한 고전적 디코딩을 통해 정정된다. 잡음 환경을 모사한 시뮬레이션에서 제안된 기법을 Grover 검색 알고리즘에 적용하여, 알고리즘의 성공 확률이 의미 있게 향상됨을 확인함으로써 양자 컴퓨팅 환경에서의 실용적인 오류 완화 기법으로서의 가능성을 보였다.

### I. 서론

양자 컴퓨팅은 특정 문제에 대해 고전 컴퓨팅을 뛰어넘는 계산적 이점을 제공할 잠재력을 보여주었으나 [1], 현재의 양자 장치(NISQ) 성능은 하드웨어 수준의 잡음에 의해 심각하게 제한된다 [2]. 양자 오류 정정(Quantum Error Correction, QEC)이 이러한 오류를 억제하기 위한 이론적 프레임워크를 제공하지만, 실용적인 구현에는 단기적으로 사용하기 어려운 높은 비용이 수반된다. 이러한 한계를 극복하기 위해, 잡음의 영향을 줄이고자 낮은 비용으로 성능 개선이 가능한 다양한 양자 오류 완화(quantum error mitigation) 기법들이 제안되었다.

대표적인 오류 완화 기법으로는 잡음 수준을 의도적으로 높여 오류가 없는 결과를 외삽하는 영점 잡음 외삽(Zero Noise Extrapolation, ZNE) [3, 4]과 오류가 있는 연산의 확률적 모델을 역으로 적용하여 오류를 상쇄하는 확률적 오류 제거(Probabilistic Error Cancellation, PEC) [3, 5]등이 있다. 또한, 측정 과정에서 발생하는 잡음을 완화하는 측정 오류 완화(Measurement Error Mitigation, MEM) [6] 기법도 널리 연구된다. 이 기법은 최종 관측 과정에서 발생하는 오류만을 다루는 경우가 많아, 계산 과정 중에 누적되는 오류에 대한 보호는 제한적일 수 있다. 이러한 기존 기법들은 통계적 후처리에 의존하거나 잡음 모델에 대한 정확한 사전 지식을 요구하는 경우가 많다.

본 논문에서는 고전 오류 정정 부호의 구조를 양자 계산에 직접 통합하는 새로운 오류 완화 프레임워크를 제안한다. 제안된 기법은 계산을 고전 부호의 코드워드(codeword) 공간 내에서 수행하고, 최종 측정 결과에 나타난 비트 플립 오류를 고전적 디코딩으로 직접 정정한다. 이 기법을 Grover 검색 알고리즘에 적용하여 그 효율성을 검증하고, 잡음이 있는 시뮬레이션을 통해 NISQ 컴퓨터의 성능 개선 가능성을 모색한다.

### II. 본론

본 논문에서 제안하는 오류 완화 기법은 양자 계산 프레임워크 내에서 고전 오류 정정 부호(ECC)의 원리를 기반으로 동작한다. 양자 오류 정정 분야와의 용어 혼동을 피하기 위해, 본 논문에서는  $k$ -큐비트의 원본 공간

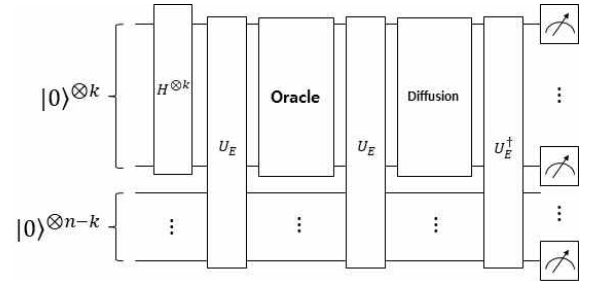


그림 1 제안하는 기법의 Grover 검색 알고리즘 적용 예시

을 ‘계산 공간(computational space)’으로,  $n$ -큐비트의 인코딩된 공간을 ‘코드워드 공간(codeword space)’으로 정의한다.

#### 1. Systematic ECC Encoding

프로토콜은  $k$ -큐비트 계산 공간을  $n$ -큐비트 코드워드 공간으로 매핑하는 것으로 시작한다. 이 매핑은 최소 거리  $d$ 를 갖는 고전적인 systematic linear code  $[n, k, d]$ 를 기반으로 한다. 계산 기저 상태  $|x\rangle$ 는 코드워드 상태  $|C(x)\rangle$ 로 변환되는데, Systematic code의 특성에 따라 처음  $k$ 개의 큐비트는 원본 데이터 비트  $|x\rangle$ 를 그대로 유지하고, 나머지  $n-k$ 개의 큐비트는 패리티 비트  $|p(x)\rangle$ 를 인코딩하는 텐서 곱 구조를 가지며, 이 인코딩 과정은 아래와 같이 유니터리 연산자  $U_E$ 에 의해 구현된다.

$$U_E(|x\rangle \otimes |0\rangle^{\otimes n-k}) |C(x)\rangle = |x\rangle \otimes |p(x)\rangle \quad (1)$$

#### 2. 연산자의 비대칭적 구현

제안하는 기법은 연산자의 종류에 따라 구현 방식을 달리하여 인코딩 오버헤드를 최소화한다.

##### - 대각 연산자 (Diagonal Operators)

Grover 검색 알고리즘의 오라클과 같은 대각 연산자  $O_D$ 는 인코딩과 교환 가능하므로 추가적인 오버헤드 없이 적용된다. 연산자는 코드워드의 첫  $k$ 개 큐비트에만 직접 작용하며, 이는 아래와 같이 표현된다.

$$O_D^E = O_D \otimes I_{n-k} \quad (2)$$

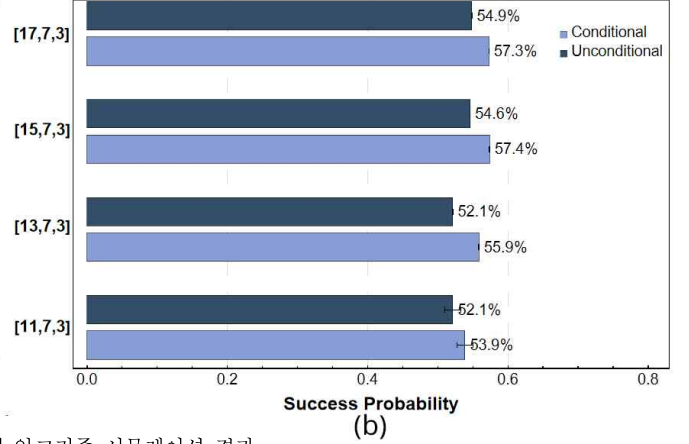
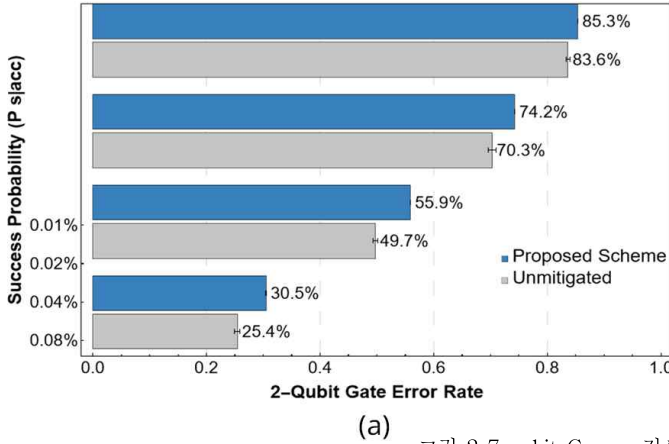


그림 2 7-qubit Grover 검색 알고리즘 시뮬레이션 결과

- 비대각 연산자 (Non-diagonal Operators)

확산 연산자와 같은 비대각 연산자  $O_{ND}$ 는 코드워드 공간에 올바르게 적용하기 위해 인코딩 유니터리와의 켤레(conjugation) 연산이 필요하다. 이 과정이 프로토콜의 주된 구현 오버헤드를 구성한다.

$$O_{ND}^E = U_E(O_D \otimes I_{n-k})U_E^\dagger \quad (3)$$

### 3. 측정 및 고전적 디코딩

양자 계산이 완료되면  $n$ 개의 모든 큐비트에 대해 측정을 수행한다. 측정된 각  $n$ -비트 문자열은 고전 디코딩 알고리즘을 통해 유효한 코드워드로 다시 매핑되어 오류가 수정된다. 만약 오류가 부호의 교정 능력을 벗어나 디코딩에 실패하면, 해당 측정 결과는 폐기된다. 이처럼 매 측정 결과마다 개별적으로 오류를 수정하는 방식은 통계적 후처리에 의존하는 다른 완화 기법들과 차별화되는 장점이다.

### 4. 시뮬레이션 결과

제안하는 기법은 양자 계산 결과를 고전적 디코딩으로 보정하고, 디코딩이 불가능한 결과를 후선택으로 제거한다. 이 방식은 단순히 오류가 의심되는 결과를 버리는 것과 달리, 부호의 교정 능력 내에 있는 오류는 직접 수정하여 정답 횟수를 늘리고, 교정 능력을 벗어난 심각한 오류만 폐기함으로써 전체적인 성공 확률을 높인다. 이 기법의 성능을 평가하기 위해 7-큐비트 Grover 검색 알고리즘에 대해 잡음 시뮬레이션을 수행하였다.

그림 2-(a). 그래프는 2-큐비트 게이트 오류율을 0.08%에서 0.01%까지 변화시키며 제안된 기법([13, 7, 3] 부호 사용)의 성능을 오류 완화를 적용하지 않은 경우와 비교한 결과이다. 모든 잡음 수준에서 제안된 기법이 더 높은 조건부 성공 확률  $P_{succ}$ 을 달성하는 것을 확인할 수 있다. 예를 들어, 0.04% 오류율 환경에서 성공 확률은 기존 49.7%에서 제안된 기법을 통해 55.9%로 약 6.2%p 향상되었다. 이는 제안된 인코딩 및 디코딩 방식이 다양한 잡음 환경에서 안정적으로 오류를 완화하고 알고리즘의 성능을 개선함을 보여준다.

그림 2-(b). 그래프는 고정된 계산 큐비트( $k=7$ )와 최소 거리( $d=3$ ) 하에서 패리티 비트의 수( $n-k$ )를 늘렸을 때의 성능 변화를 보여준다. 패리티 비트가 많아질수록 후선택으로 폐기되는 결과의 비율을 나타내는 수용률은 감소하는 경향을 보이지만, 디코딩을 통과한 결과 내에서의 성공률인 조건부 성공 확률은 [15, 7, 3] 부호에서 57.4%로 가장 높게 나타났다. 폐기된 결과를 포함한 전체 시도 대비 성공률인 무조건부 성공 확률  $P_s^{mit}$ 은 패리티 비트가 가장 많은 [17, 7, 3] 부호에서 54.9%로 가장 높았다. 이는 더 많은 패리티 비트가 오류 교정 능력을 향상시키지만, 회로 복잡도 증가에

따른 비용을 고려한 실용적인 선택이 중요함을 시사한다.

### III. 결론

본 논문에서는 고전 오류 정정 부호를 양자 알고리즘에 직접 통합하는 구조적 오류 완화 기법을 제안하여, NISQ 환경에서의 성능 개선 가능성을 확인하였다. 기존의 통계적 완화 기법들은 많은 측정 횟수나 복잡한 후처리 과정을 요구하는 한계가 있었다. 이를 극복하기 위해, 본 논문에서는 양자 계산을 고전 부호의 코드워드 공간 내에서 수행하고, 최종 측정 결과에 나타난 오류를 고전적 디코딩으로 직접 수정하는 방식을 제안하였다. 이 기법은 오류가 발생한 일부 결과도 폐기하는 대신 직접 보정할 수 있게 하여, 최종적으로 정답을 얻는 횟수를 효과적으로 증가시켰다. 시뮬레이션 결과, 제안된 기법은 Grover 검색 알고리즘의 성공 확률을 크게 향상시켜, NISQ 환경에서의 실용적인 오류 완화 기법으로서의 높은 잠재력을 확인하였다.

### ACKNOWLEDGMENT

본 연구는 2025년도 과학기술정보통신부의 재원으로 한국연구재단 양자 컴퓨팅 기반 양자이득 도전 연구사업의 지원을 받아 수행된 연구임 (RS-2023-00256221).

### 참고 문헌

- [1] Deutsch, D., Jozsa, R.: Rapid solution of problems by quantum computation. Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical and Physical Sciences 439(1907), 553.558 (1992)
- [2] Preskill, J.: Quantum computing in the nisy era and beyond. Quantum 2, 79 (2018)
- [3] Temme, K., Bravyi, S., Gambetta, J.M.: Error mitigation for short-depth quantum circuits. Physical review letters 119(18), 180509 (2017)
- [4] Li, Y., Benjamin, S.C.: Efficient variational quantum simulator incorporating active error minimization. Physical Review X 7(2), 021050 (2017)
- [5] Van Den Berg, E., Mineev, Z.K., Kandala, A., Temme, K.: Probabilistic error cancellation with sparse pauli.lindblad models on noisy quantum processors. Naturephysics 19(8), 1116.1121 (2023)
- [6] Nachman, B., Urbanek, M., Jong, W.A., Bauer, C.W.: Unfolding quantum computer readout noise. npj Quantum Information 6(1), 84 (2020)
- [7] Hicks, R., Kobrin, B., Bauer, C.W., Nachman, B.: Active readout-error mitigation. Physical Review A 105(1), 012419 (2022)