

RIS 기반 무선 통신 시스템에서의 적률생성함수 기반 Capacity 및 Outage Probability 분석

최서연, 정민채*

세종대학교 전자정보통신공학과, 세종대학교 지능정보융합학과*
alwaysy02@sju.ac.kr, mcjung@sejong.ac.kr*

Capacity and Outage Probability Analysis of RIS-Aided Communication Systems Using Moment Generating Function

Seoyeon Choi, Minchae Jung*

Department of Electronics and Information Engineering, Sejong University
Department of Artificial Intelligence and Information Technology, Sejong University*

요약

본 논문에서는 6G 무선 통신 시스템의 핵심 기술 중 하나인 재구성 가능한 지능형 표면(RIS, reconfigurable intelligent surface) 시스템의 성능을 분석한다. 특히, 본 논문에서는 적률생성함수 기반으로 RIS 기반 통신 시스템의 평균 capacity와 채널에 대한 outage probability를 분석하여 성능을 수식적으로 유도하였다. 수식적으로 유도한 성능 결과를 통해 RIS 기반 통신 시스템의 성능을 예측할 수 있으며, 실험을 통해 예측 결과가 실제 결과와 일치함을 확인하였다.

I. 서론

향후 6G 무선 통신의 주요 후보 기술로 재구성 가능한 지능형 표면(RIS)기술이 핵심으로 각광받고 있다[1]. RIS 기반 통신 시스템의 성능을 평가할 때, 특히 많은 수의 RIS 소자를 고려하는 경우에는 높은 복잡도의 시뮬레이션이 요구된다. 하지만 RIS 소자 수의 증가에 따라 시뮬레이션 복잡도가 기하급수적으로 커지기 때문에, 본 연구에서는 평균 capacity와 outage probability를 수식으로 도출하여 시뮬레이션 의존성을 줄이고 성능을 신속하고 정확하게 예측할 수 있는 방법을 제시한다.

본 논문에서는 적률생성함수(MGF, moment generating function)에 기반하여 RIS 기반 통신 시스템의 평균 capacity와 outage probability 분석을 수행하였다.

II. 시스템 모델

본 논문에서는 그림 1과 같이 단일 송신기, 수신기, RIS가 배치되어 있는 RIS 기반 통신 시스템 환경을 고려하며, RIS는 N 개의 반사 소자로 구성되어 있다고 가정한다. 송신기와 RIS 간 채널은 $\mathbf{h} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 로 정의하고, RIS와 수신기 간 채널은 $\mathbf{g} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 으로 정의한다. 두 채널은 서로 독립적이고 동일한 분포를 따른다고 가정하였으며, 두 채널 벡터의 $i \in \{1, \dots, N\}$ 번째 원소는 $h_i = |h_i|e^{j\theta_i}$ 와 $g_i = |g_i|e^{j\psi_i}$ 로 표현된다. 또한 두 채널을 구성하는 각각의 성분들은 모두 $\mathcal{CN}(0,1)$ 분포를 따르는 레일리 페이딩 채널을 가정한다. RIS 위상 천이 행렬은 $\Phi = \text{diag}([e^{j\phi_1}, \dots, e^{j\phi_N}]) \in \mathbb{C}^{N \times N}$ 로 표현되고, 잡음 n 은 평균이 0, 분산이 1인 정규분포를 따른다고 가정한다. 이러한 환경에서 수신단에서 받는 신호 $r = \mathbf{g}^T \Phi \mathbf{h} x + n$ 으로 표현된다. 송신기에서 전송하는 전송 전력을 ρ 로 정의하고 최적 위상 정렬 $\phi_i = \theta_i + \psi_i$ 을 가정하면, 합성 채널은 $\mathbf{g}^T \Phi \mathbf{h}$ 로 채널이득은 $A = \sum_{i=1}^N |h_i| |g_i|$ 이다. 따라서 순간 수신 signal-to-noise ratio(SNR) γ 은 다음과 같이 표현된다[1].

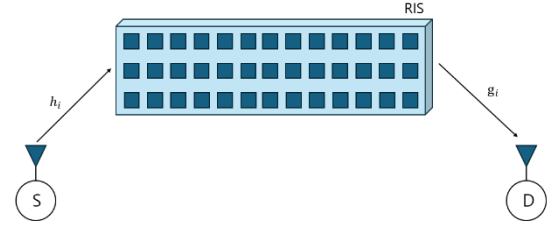


그림 1. 고려하는 RIS 기반 통신 시스템 모델

$$\gamma = \rho \left(\sum_{i=1}^N |h_i| |g_i| \right)^2 = \rho A^2, \quad (1)$$

N 이 충분히 크면 중심극한정리(CLT)에 의해 A 는 평균 $E[A] = \frac{N\pi}{4}$ 이고 분산 $VAR[A] = N \left(1 - \frac{\pi^2}{16} \right)$ 을 갖는 가우시안 확률 변수로 근사화할 수 있다.

III. Capacity 및 outage probability 분석

1. 평균 capacity

시스템의 평균 capacity $E[C]$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$E[C] = \mathbb{E}[\log_2(1 + \gamma)]. \quad (2)$$

그러나 식(2)를 계산하기 위한 γ 의 확률밀도함수를 폐쇄형으로 유도하기 어렵기에[2], 본 논문에서는 γ 의 MGF $M_\gamma(s)$ 와 Hamdi의 보조 정리를 기반으로 다음과 같이 해를 유도하였다. 먼저 $a \triangleq \frac{N(16-\pi^2)}{8}$, $b \triangleq \frac{N^2\pi^2}{16}$ 로 가정하면, (1)의 γ 에 대한 MGF는 다음과 같이 표현된다.

$$M_\gamma(s) = (1 - aps)^{-\frac{1}{2}} \exp\left(\frac{bps}{1 - aps}\right), \quad (3)$$

식(3)에서 $M_Y(S)$ 가 발산하지 않도록 $(1 - \alpha\rho s) > 0$, 즉 $s < \frac{1}{\alpha\rho}$ 로 제한한다. Hamdi 의 보조 정리에 의해 평균 capacity 는 다음과 같이 표현된다[3].

$$E[C] = \frac{1}{\ln 2} \int_0^\infty \frac{e^{-t}}{t} (1 - M_Y(-t)) dt. \quad (4)$$

한편, 식(4)의 타당성을 정량적으로 확인하기 위해 비교 기준 경계를 함께 제시하였다. 본 논문에서는 식 (2)의 $\log_2(1 + \gamma)$ 가 concave 함수임을 이용하여 Jensen 부등식 기반 상계를 사용하였다[4].

$$E[\log_2(1 + \gamma)] \leq \log_2(1 + E[\gamma]). \quad (5)$$

Delta method 에 의해 Jensen 상계와 실제 평균의 차이는 $\frac{VAR[\gamma]}{2\ln 2(1+E[\gamma])^2}$ 가 된다. CLT 에 의해 $E[\gamma] = \Theta(N^2)$ 이고, $VAR[\gamma] = \Theta(N^3)$ 가 되므로 위 근사식의 차이는 $\Theta(\frac{1}{N})$ 이다. 즉, N 이 커질수록 차이가 빠르게 축소되어 Jensen 상계가 실제 평균 capacity 에 근접하는 정량적 경계로 기능하며, 이는 Jensen 상계를 식 (4)에서 얻은 수식적 결과의 타당성을 검증하는 지표로 활용된다.

2. Outage probability

Outage probability 는 순간 채널 capacity C 가 목표 capacity R_{th} 보다 낮을 확률, 즉 $P_{out} = P(C < R_{th})$ 로 정의된다. 이는 SNR 이 특정 임계값 $\gamma_{th} = 2^{R_{th}} - 1$ 보다 낮을 확률과 같다. 본 논문에서는 두 가지 해석적 방법을 고려한다. 첫 번째 방법은 CLT 가정에 따라 γ 의 비중심 카이 제곱 분포의 누적 분포 함수를 직접 계산하는 방법이다. 이는 구현이 간단하며, 중간 확률 영역에서 안정적이다.

$$P_{out} \approx \mathcal{F}_{\chi^2}(\frac{\gamma_{th}}{\rho VAR[A]}; k = 1, \lambda = \frac{E[A]^2}{VAR[A]}). \quad (6)$$

식 (6)에서 k 는 자유도이고 λ 는 비중심성 파라미터이다. MGF 로부터 유도되는 누적생성함수를 활용한 Lugannani-Rice(LR)근사법은, saddle-point \hat{s} 을 통해 확률 분포의 꼬리를 정확히 근사하는 기법이다[5]. $K(s) = \log M_Y(S)$ 로 정의하면, \hat{s} 를 $K'(\hat{s}) = \gamma_{th}$ 를 만족하는 해로 정의한다. 이때 $w = \text{sign}(\hat{s})\sqrt{2(\hat{s}\gamma_{th} - K'(\hat{s}))}$ 이고 $u = \hat{s}\sqrt{K''(\hat{s})}$ 로 가정하면 LR 근사식은 다음과 같이 표현된다.

$$P_{out} \approx \Phi(w) + \phi(w)\left(\frac{1}{w} - \frac{1}{u}\right), \quad (7)$$

식 (7)에서 $\Phi(\bullet)$ 는 표준 정규 CDF 이며 $\phi(\bullet)$ 는 표준 정규 PDF 이다.

IV. 시뮬레이션 결과

그림 2는 $N=128$ 에서 송신 전력에 따른 평균 capacity 를 비교한 결과이다. 그림 2 를 통해 식 (4)에서 유도한 평균 capacity 는 실험을 통해 도출된 capacity 와 동일하게 나타남을 확인할 수 있다. 또한, 실제 평균 capacity 가 Jensen 상계에 근접한 것을 볼 수 있다. 이는 delta method 에 의해 정의되는 실제 평균과 Jensen 상계의 차이가 N 에 따라 수렴한다는 결과와 일치한다.

그림 3 은 $N=128$, 목표 capacity $R_{th} = 19.5$ bpcu 로 설정했을 때 송신 전력에 따른 outage probability 을 비교한 결과이다. 그림 3 을 통해 CLT 기반 해석과 LR 근사가 실제

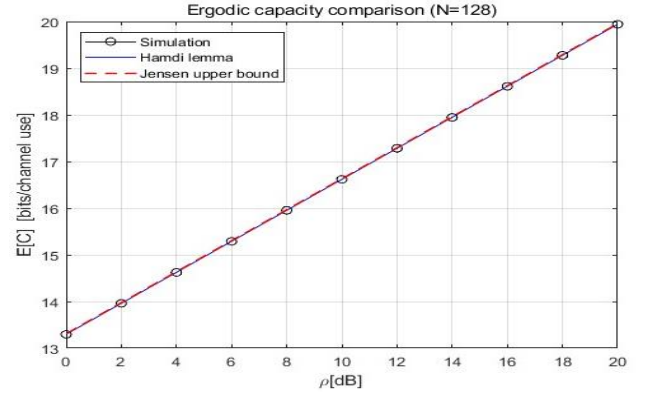


그림 2. 송신 전력에 따른 평균 capacity 비교

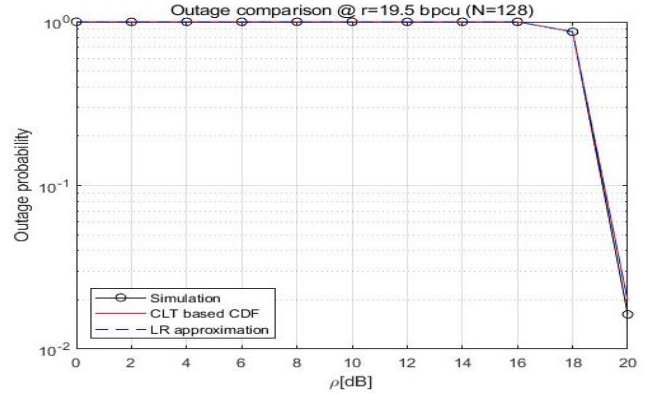


그림 3. 송신 전력에 따른 outage probability

outage 와 근접함을 확인할 수 있다. 이는 제안된 두 분석 기법 모두 시스템의 outage 성능을 정밀하게 예측할 수 있음을 보여준다.

V. 결론

본 논문에서는 MGF 기반의 해석적 기법을 이용하여 RIS 기반 통신 시스템의 평균 capacity 및 outage probability 을 분석하여 수식적으로 성능을 표현하였다. 이는 복잡한 시뮬레이션 없이도 RIS 기반 통신 시스템의 시스템 성능을 높은 정확도로 예측할 수 있음을 확인하였다.

ACKNOWLEDGMENT

이 논문은 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. 2021R1C1C1012950).

참 고 문 헌

- [1] E. Basar, M. Di Renzo, J. De Rosny, M. Debbah, M. -S. Alouini, and R. Zhang, "Wireless communications through reconfigurable intelligent surfaces," *IEEE Access*, vol. 7, pp. 116753-116773, Aug 2019.
- [2] X. Huang, X. Yu, K. Yu, and X. Dang, "Ergodic capacity and outage probability analysis of intelligent reflecting surface aided communication systems," in *Proc. IEEE ICCT*, Tianjin, China, Oct 2021.
- [3] K. A. Hamdi, "A useful lemma for capacity analysis of fading interference channels," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 58, no. 2, pp. 411-416, Feb. 2010.
- [4] T.M. Cover, J.A. Thomas, *Elements of Information Theory*. New York, NY, USA: John Wiley & Sons, 1991.
- [5] M. K. Simon, and M.-S. Alouini, *Digital Communication over Fading Channels*. Hoboken, NJ, USA: Wiley, 2005.