격자 구조에서의 큐비트 결함 적응형 양자 오류 정정 부호 연구

민건식*, 허준**
*고려대학교

*mgs3351@korea.ac.kr, **junheo@korea.ac.kr

Analysis of Research Trends in Defect-Adaptive Quantum Error Correction Codes on Lattice Structures

Min Gun Sik*, Heo Jun**
Dept. of Electrical Engineering, Korea University* **

요 약

대규모 결함 허용(fault-tolerant) 양자 컴퓨팅의 실현은 양자 오류 정정(QEC) 기술에 달려있으며, 표면 부호(surface code)는 그 가장 유력한 후보로 여겨진다. 하지만 표면 부호의 성능은 완벽한 물리적 큐비트(qubit) 격자를 전제로 하므로, 외부 환경 요인으로 인해 필연적으로 발생하는 하드웨어 결함(defect)은 코드의 위상 구조를 파괴하고 오류 정정 능력을 심각하게 저하시키는 핵심적인 난제로 작용한다. 본 논문은 이러한 한계를 극복하기 위한 슈퍼 안정제 연구의 최신 패러다임을 조망한다.

Ⅰ. 서 론

최근 연구 동향의 핵심은, 비정상적 구조의 신드롬 큐비트들을 보존하면서 비활성화된 영역을 '밴디지'처럼 유연하게 감싸는 저부하 '밴디지형(bandage-like)' 슈퍼 안정제(super-stabilizer)의 개발에 있다[1,2]. 이 방식은 비활성화되는 큐비트 수를 획기적으로 줄이고, 슈퍼 안정제의 평균 무게를 낮추며, 높은 결함률에서도 부호 거리를 최대한 보존하는 데 성공했다[3]. 더 나아가, 본 연구 동향은 정적인 부호화 설계와 동적인 측정 및 디코딩 과정의 '공동 설계(co-design)' 중요성을 강조한다. 복잡하게 얽힌 슈퍼 안정제 그룹의 오류를 효과적으로 진단하기 위해, $(X^n Z^m)^k$ 형태의 '쉘(shell)' 측정 스케줄을 도입하여 측정 신뢰도를 높인다[4]. 이 동적 스케줄은 시간에 따라 안정제가 '분열'하고 '병합'하는 3D 시공간 디코딩 그래프 구조의 변화를 유발하며, 이는 측정 오류와 물리적 오류를 구분하여 해석하는 MWPM(Minimum Weight Perfect Matching) 복호화의 성능을 극대화한다. 결론적으로, 슈퍼 안정제에 대한 연구는 이상적인 격자에 대한 고정된 코드 설계에서 벗어나, 불완전한 실제 하드웨어의 특성에 맞춰 부호화, 측정, 디코딩 전 과정을 동적으로 최적화하는 '하드웨어 적응형' 으로 진화하고 있다. 이러한 접근법은 현실적인 양자 프로세서의 확장성과 신뢰도를 확보하기 위한 필수적인 연구 방향을 제시한다.

Ⅱ. 본 론

위상 양자 오류 정정 부호중 하나인 표면 부호는 안정제 그룹(stabilizer group) S 에 의해 정의된다. 부호 공간(codespace)은 그룹 내 모든 안정제 $S_i \in S$에 대해 +1 의 고유값(eigenvalue)을 갖는 양자 상태 $|\psi\rangle$ 들의 부분 공간이다.

$$S_i|\psi\rangle = |\psi\rangle, \forall S_i \in S$$

표면부호에서 안정제 S_i 는 물리 큐비트 격자 위에서 국소적인 파울리 연산자(Pauli operator)의 텐서 곱으로 정의된다 (예: $X^{\otimes 4}$또는 $Z^{\otimes 4}$). 그러나 큐비트나 커플러에 물리적결함이 발생하면, 해당 위치의 안정제 S_d는 더 이상 측정될 수 없거나 그 의미를 잃게 된다. 이는 부호 공간의 정의를 훼손하고 코드의 핵심적인 오류 정정 능력을 저하시키는 근본적인 문제를 야기한다.

이 문제를 해결하기 위한 초기 접근법은 Auger[1], Strikis[2] 등에 의해 제안된 슈퍼 안정제 방식이다. 이 방식의 핵심은, 결함으로 인해 깨진 여러 안정제를 조합하여 결함을 포함하지 않는 새로운 안정제를 만드는 것이다.

결함 큐비트 d를 공유하는 두 인접 안정제 S_a와 S_b를 가정할 때, 이들은 각각 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$S_a = P_A \otimes P_d \,, S_b = P_d \otimes P_B$$

여기서 P_d는 결함 큐비트 d 에 작용하는 파울리 연산자이며, P_A 와 P_B는 인접한 정상 큐비트들에 작용하는 연산자이다. 이 두 안정제를 곱하여 새로운 슈퍼 안정제 S_{super}를 정의한다.

$$S_{super} = S_a \cdot S_b = (P_A \otimes P_d) \cdot (P_d \otimes P_B)$$

파울리 연산자의 제곱은 항등 연산자 $(P_d^2 = I)$ 이므로, 결함 큐비트에 작용하는 연산자는 상쇄된다.

$$S_{super} = P_A \otimes (P_d^2) \otimes P_B = P_A \otimes I_d \otimes P_B$$

결과적으로 S_{super}는 결함 큐비트 d에 작용하는 유효한 안정제가 된다. 하지만 이 과정에서 '무게-1(weight-1)' 신드롬 큐비트와 같은 비정상적인 구조가 생성될 수 있으며, 이를 해결하기 위해 주변의 결함 없는 큐비트까지 추가로 비활성화시킨다. 이는 높은 오버헤드와 코드 거리 감소의 주된 원인이 된다.

최신 연구 동향은 Zuolin Wei[4] 등이 제안한 밴디지형 슈퍼 안정제와 같이, 그래프 이론을 도입하여 오버헤드를 최소화하는 방식으로 진화하고 있다. 이는 정적인 조합 규칙을 넘어, 결함의 위상 구조에 적응하는 동적인 부호화 과정이다.

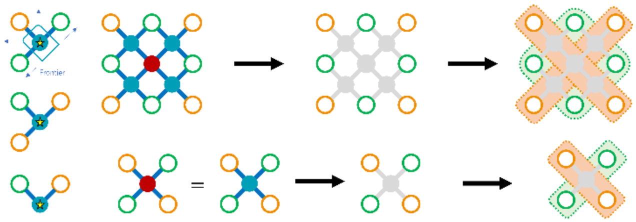

Fig 1. Safe boundary 데이터 큐비트와 그 frontier, 내부 결함 비활성화 규칙, 밴디지형 super-stabilizer 설계법

먼저, 특정 타입(X 또는 Z)의 안정제 탐색 그래프

$G_S = (V_S, E_S)$를 정의한다.

- 정점(Vertices) V_S: 결함 처리 후에도 활성화된 모든 해당 타입의 신드롬 큐비트 집합 $\{s_i\}$.
- 간선(Edges) E_S: 두 정점 $s_i, s_j \in V_S$ 사이에, 비활성화된 데이터 큐비트들로만 구성된 경로 $p(s_i, s_j)$가 존재할 경우, 간선 (s_i, s_j)가 존재한다.

밴디지형 슈퍼 안정제 S_B는 탐색 그래프 G_S에서 찾아낸 하나의 연결 요소(connected component) $C \subseteq V_S$에 의해 정의된다. 즉, S_B는 해당 연결 요소에 속한 모든 신드롬 큐비트 s_i에 대응하는 원래 안정제 $S(s_i)$ 들의 곱이다.

$$S_B = \prod_{s_i \in C} S(s_i)$$

이 비활성화된 영역을 Fig.1 과 같이 '다리'로 간주하여 멀리 떨어진 신드롬 큐비트들을 연결함으로써, 불필요한 큐비트의 희생 없이 결함 영역을 효율적으로 결합하는 효과를 가진다. 결과적으로 슈퍼 안정제의 평균 무게 w_{S_B}가 전통 방식에 비해 현저히 낮아진다.

측정 스케줄은 X-타입과 Z-타입 측정을 반복하는 셸 구조로 구성된다.

$$M = (M_X^n M_Z^m)^k$$

여기서 M_X, M_Z는 각각 모든 X, Z 타입 게이지/안정제 측정 단계를, n, m은 각 셸의 크기(반복 횟수)를, k는 전체 사이클 수를 의미한다. $n, m > 1$ 인 경우, 반복 측정을 통해 측정 오류를 통계적으로 걸러낼 수 있다.

측정 오류를 포함한 디코딩은 3D 시공간 매칭 그래프 $G_M = (V_M, E_M)$ 위에서 수행된다.

- 정점 V_M: 시간 t에 측정된 안정제 s에 해당하는 시공간 좌표 (s,t). 셸 스케줄에 따라 '게이지 고정'이 가능해지면, s 는 3-큐비트 게이지 연산자가 될 수도 있고, 고정이 풀리면 6-큐비트 이상의 슈퍼 안정제가 될 수도 있다. 즉, 안정제 집합 $S(t)$는 시간에 따라 변한다 ($s \in S(t)$).
- 차이 신드롬 (Difference Syndrome) σ: 정점 (s,t)가 신드롬에 포함되는 조건은, 시간 t에서의 측정값 $m(s,t)$ 가 시간 $t-1$ 에서의 대응되는 안정제의 측정값과 다를 때이다.
- 간선 E_M과 가중치:
  - ○ 공간적 간선 $e_s = ((s_1,t),(s_2,t))$: 데이터 큐비트 오류를 나타내며, 가중치는 물리적 오류율 p_s에 기반하여 $w(e_s) = -log(p_s)$로 주어진다.
  - ○ 시간적 간선 $e_t = ((s,t-1),(s,t))$: 측정 오류를 나타내며, 가중치는 측정 오류율 p_m에 기반하여 $w(e_t) = -log(p_m)$로 주어진다.

디코딩은 신드롬 σ에 속한 모든 정점들을 잇는 MWPM P를 찾는 문제로 귀결된다.

$$\min_P \sum_{e \in P} w(e)$$

Ⅲ. 결 론

본 논문에서는 격자 구조의 표면 부호에서 큐비트에 결함이 생겼을 때 안정제들을 조합하여 결함 큐비트를 회피하는 슈퍼 안정제를 정의하는 연구를 분석했다. 이 방식은 오버헤드를 유발하여 코드의 성능을 저하시킬 수 있지만 밴디지형 슈퍼 안정제 기법을 활용하여 높은 결함률에서도 정보의 신뢰성을 유지할 수 있는 기법으로 보여진다. 향후 불완전한 양자컴퓨터를 대규모 연산 장치로 발전시키는데 있어 기여할 수 있는 연구로 기대된다.

ACKNOWLEDGMENT

이 논문은 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 한국연구재단 양자정보과학 인적기반 조성사업의 지원을 받아 수행된 연구임 (Grant No. 2022M3H3A1063074).

이 논문은 2025 년도 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 정보통신기획평가원의 지원을 받아 수행된 연구임 (No. RS-2023-00225385, NISQ 환경에서 저부하, 고효율 양자 오류 경감 기술 개발 및 응용)

참 고 문 헌

[1] James M. Auger, Hussain Anwar, Mercedes Gimeno-Segovia, Thomas M. Stace, and Dan E. Browne. Fault-tolerance thresholds for the surface code with fabrication errors. Physical Review A, 96(4), (2017)

[2] Armands Strikis, Simon C.Benjamin, and Benjamin J. Brown, Quantum computing is scalable on a planar array of qubits with fabrication defects, Physical Review A, (2023)

[3] Adam Siegel, Armands Strikis, Thomas Flatters, and Simon Benjamin, Adaptive surface code for quantum error correction in the presence of temporary or permanent defects, Quantum, (2023)

[4] Zuolin Wei, et.al, Low-overhead defect-adaptive surface code with bandage-like super-stabilizers, npj quantum information, (2025)