

# RIS 기반 무선 통신 시스템에서의 적률생성함수 기반 Capacity 및 Outage Probability 분석

최서연, 정민채\*

세종대학교 전자정보통신공학과, 세종대학교 지능정보융합학과\*  
 alwaysy02@sju.ac.kr, mcjung@sejong.ac.kr\*

## Capacity and Outage Probability Analysis of RIS-Aided Communication Systems Using Moment Generating Function

Seoyeon Choi, Minchae Jung\*

Department of Electronics and Information Engineering, Sejong University  
 Department of Artificial Intelligence and Information Technology, Sejong University\*

### 요 약

본 논문에서는 6G 무선 통신 시스템의 핵심 기술 중 하나인 재구성 가능한 지능형 표면(RIS, reconfigurable intelligent surface) 시스템의 성능을 분석한다. 특히, 본 논문에서는 적률생성함수 기반으로 RIS 기반 통신 시스템의 평균 capacity와 채널에 대한 outage probability를 분석하여 성능을 수식적으로 유도하였다. 수식적으로 유도한 성능 결과를 통해 RIS 기반 통신 시스템의 성능을 예측할 수 있으며, 실험을 통해 예측 결과가 실제 결과와 일치함을 확인하였다.

### I. 서 론

향후 6G 무선 통신의 주요 후보 기술로 재구성 가능한 지능형 표면(RIS)기술이 핵심으로 각광받고 있다[1]. RIS 기반 통신 시스템의 성능을 평가할 때, 특히 많은 수의 RIS 소자를 고려하는 경우에는 높은 복잡도의 시뮬레이션이 요구된다. 하지만 RIS 소자 수의 증가에 따라 시뮬레이션 복잡도가 기하급수적으로 커지기 때문에, 본 연구에서는 평균 capacity와 outage probability를 수식으로 도출하여 시뮬레이션 의존성을 줄이고 성능을 신속하고 정확하게 예측할 수 있는 방법을 제시한다.

본 논문에서는 적률생성함수(MGF, moment generating function)에 기반하여 RIS 기반 통신 시스템의 평균 capacity와 outage probability 분석을 수행하였다.

### II. 시스템 모델

본 논문에서는 그림 1 과 같이 단일 송신기, 수신기, RIS 가 배치되어 있는 RIS 기반 통신 시스템 환경을 고려하며, RIS 는  $N$  개의 반사 소자로 구성되어 있다고 가정한다. 송신기와 RIS 간 채널은  $\mathbf{h} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$  로 정의하고, RIS 와 수신기 간 채널은  $\mathbf{g} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$  으로 정의한다. 두 채널은 서로 독립적이고 동일한 분포를 따른다고 가정하였으며, 두 채널 벡터의  $i \in \{1, \dots, N\}$  번째 원소는  $h_i = |h_i|e^{j\theta_i}$  와  $g_i = |g_i|e^{j\psi_i}$  으로 표현된다. 또한 두 채널을 구성하는 각각의 성분들은 모두  $\mathcal{CN}(0,1)$  분포를 따르는 레일리 페이딩 채널을 가정한다. RIS 위상 천이 행렬은  $\Phi = \text{diag}([e^{j\phi_1}, \dots, e^{j\phi_N}]) \in \mathbb{C}^{N \times N}$  로 표현되고, 잡음  $n$  은 평균이 0, 분산이 1 인 정규분포를 따른다고 가정한다. 이러한 환경에서 수신단에서 받는 신호  $r = \mathbf{g}^T \Phi \mathbf{h} x + n$  으로 표현된다. 송신기에서 전송하는 전송 전력을  $\rho$  로 정의하고 최적 위상 정렬  $\phi_i = \theta_i + \psi_i$  을 가정하면, 합성 채널은  $\mathbf{g}^T \Phi \mathbf{h}$  로 채널이득은  $A = \sum_{i=1}^N |h_i| |g_i|$  이다. 따라서 순간 수신 signal-to-noise ratio(SNR)  $\gamma$  은 다음과 같이 표현된다[1].

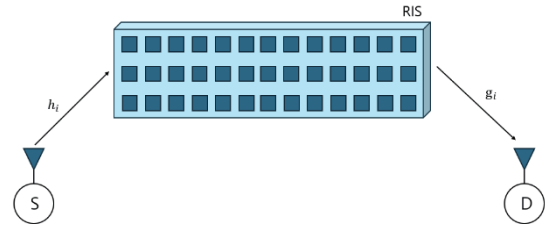


그림 1. 고려하는 RIS 기반 통신 시스템 모델

$$\gamma = \rho \left( \sum_{i=1}^N |h_i| |g_i| \right)^2 = \rho A^2, \quad (1)$$

$N$  이 충분히 크면 중심극한정리(CLT)에 의해  $A$  는 평균  $E[A] = \frac{N\pi}{4}$  이고 분산  $VAR[A] = N \left( 1 - \frac{\pi^2}{16} \right)$  을 갖는 가우시안 확률 변수로 근사화할 수 있다.

### III. Capacity 및 outage probability 분석

#### 1. 평균 capacity

시스템의 평균 capacity  $E[C]$  는 다음과 같이 정의된다.

$$E[C] = \mathbb{E}[\log_2(1 + \gamma)]. \quad (2)$$

그러나 식(2)를 계산하기 위한  $\gamma$  의 확률밀도함수를 폐쇄형으로 유도하기 어렵기에[2], 본 논문에서는  $\gamma$  의 MGF  $M_\gamma(s)$  와 Hamdi 의 보조 정리를 기반으로 다음과 같이 해를 유도하였다. 먼저  $a \triangleq \frac{N(16-\pi^2)}{8}$ ,  $b \triangleq \frac{N^2\pi^2}{16}$  로 가정하면, (1)의  $\gamma$  에 대한 MGF 는 다음과 같이 표현된다.

$$M_\gamma(s) = (1 - aps)^{-\frac{1}{2}} \exp\left(\frac{bps}{1 - aps}\right), \quad (3)$$

식(3)에서  $M_Y(S)$  가 발산하지 않도록  $(1 - \alpha \rho s) > 0$ , 즉  $s < \frac{1}{\alpha \rho}$ 로 제한한다. Hamdi의 보조 정리에 의해 평균 capacity는 다음과 같이 표현된다[3].

$$E[C] = \frac{1}{\ln 2} \int_0^\infty \frac{e^{-t}}{t} (1 - M_Y(-t)) dt. \quad (4)$$

한편, 식(4)의 타당성을 정량적으로 확인하기 위해 비교 기준 경계를 함께 제시하였다. 본 논문에서는 식 (2)의  $\log_2(1 + \gamma)$ 가 concave 함수임을 이용하여 Jensen 부등식 기반 상계를 사용하였다[4].

$$E[\log_2(1 + \gamma)] \leq \log_2(1 + E[\gamma]). \quad (5)$$

Delta method에 의해 Jensen 상계와 실제 평균의 차이는  $\frac{VAR[\gamma]}{2\ln 2(1+E[\gamma])^2}$ 가 된다. CLT에 의해  $E[\gamma] = \Theta(N^2)$ 이고,  $VAR[\gamma] = \Theta(N^3)$ 가 되므로 위 근사식의 차이는  $\Theta(\frac{1}{N})$ 이다. 즉,  $N$ 이 커질수록 차이가 빠르게 축소되어 Jensen 상계가 실제 평균 capacity에 근접하는 정량적 경계로 기능하며, 이는 Jensen 상계를 식 (4)에서 얻은 수식적 결과의 타당성을 검증하는 지표로 활용된다.

## 2. Outage probability

Outage probability는 순간 채널 capacity  $C$ 가 목표 capacity  $R_{th}$ 보다 낮을 확률, 즉  $P_{out} = P(C < R_{th})$ 로 정의된다. 이는 SNR이 특정 임계값  $\gamma_{th} = 2^{R_{th}} - 1$ 보다 낮을 확률과 같다. 본 논문에서는 두 가지 해석적 방법을 고려한다. 첫 번째 방법은 CLT 가정에 따라  $\gamma$ 의 비중심 카이 제곱 분포의 누적 분포 함수를 직접 계산하는 방법이다. 이는 구현이 간단하며, 중간 확률 영역에서 안정적이다.

$$P_{out} \approx \mathcal{F}_{\chi^2_2}(\frac{\gamma_{th}}{\rho VAR[A]}; k=1, \lambda = \frac{E[A]^2}{VAR[A]}). \quad (6)$$

식 (6)에서  $k$ 는 자유도이고  $\lambda$ 는 비중심성 파라미터이다. MGF로부터 유도되는 누적생성함수를 활용한 Lugannani-Rice(LR)근사법은, saddle-point  $\hat{s}$ 을 통해 확률 분포의 꼬리를 정확히 근사하는 기법이다[5].  $K(s) = \log M_Y(s)$ 로 정의하면,  $\hat{s}$ 를  $K'(\hat{s}) = \gamma_{th}$ 를 만족하는 해로 정의한다. 이때  $w = \text{sign}(\hat{s})\sqrt{2(\hat{s}\gamma_{th} - K'(\hat{s}))}$ 이고  $u = \hat{s}\sqrt{K''(\hat{s})}$ 로 가정하면 LR 근사식은 다음과 같이 표현된다.

$$P_{out} \approx \Phi(w) + \phi(w)\left(\frac{1}{w} - \frac{1}{u}\right), \quad (7)$$

식 (7)에서  $\Phi(\cdot)$ 는 표준 정규 CDF이며  $\phi(\cdot)$ 는 표준 정규 PDF이다.

## IV. 시뮬레이션 결과

그림 2는  $N=128$ 에서 송신 전력에 따른 평균 capacity를 비교한 결과이다. 그림 2를 통해 식 (4)에서 유도한 평균 capacity는 실험을 통해 도출된 capacity와 동일하게 나타남을 확인할 수 있다. 또한, 실제 평균 capacity가 Jensen 상계에 근접한 것을 볼 수 있다. 이는 delta method에 의해 정의되는 실제 평균과 Jensen 상계의 차이가  $N$ 에 따라 수렴한다는 결과와 일치한다.

그림 3은  $N=128$ , 목표 capacity  $R_{th} = 19.5$  bpcu로 설정했을 때 송신 전력에 따른 outage probability을 비교한 결과이다. 그림 3을 통해 CLT 기반 해석과 LR 근사가 실제

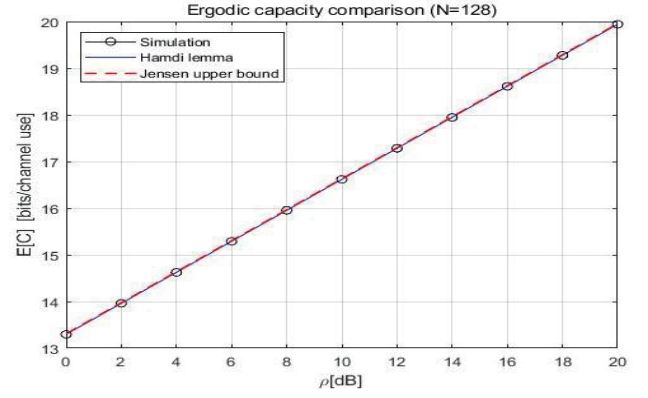


그림 2. 송신 전력에 따른 평균 capacity 비교

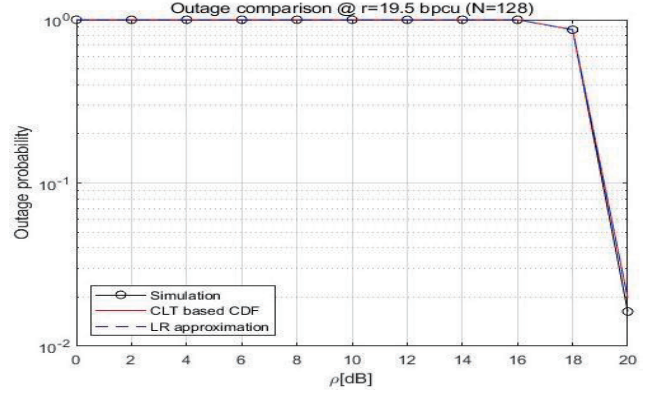


그림 3. 송신 전력에 따른 outage probability

outage와 근접함을 확인할 수 있다. 이는 제안된 두 분석 기법 모두 시스템의 outage 성능을 정밀하게 예측할 수 있음을 보여준다.

## V. 결론

본 논문에서는 MGF 기반의 해석적 기법을 이용하여 RIS 기반 통신 시스템의 평균 capacity 및 outage probability을 분석하여 수식적으로 성능을 표현하였다. 이는 복잡한 시뮬레이션 없이도 RIS 기반 통신 시스템의 시스템 성능을 높은 정확도로 예측할 수 있음을 확인하였다.

## ACKNOWLEDGMENT

이 논문은 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. 2021R1C1C1012950).

## 참고 문헌

- [1] E. Basar, M. Di Renzo, J. De Rosny, M. Debbah, M. -S. Alouini, and R. Zhang, "Wireless communications through reconfigurable intelligent surfaces," *IEEE Access*, vol. 7, pp. 116753-116773, Aug 2019.
- [2] X. Huang, X. Yu, K. Yu, and X. Dang, "Ergodic capacity and outage probability analysis of intelligent reflecting surface aided communication systems," in *Proc. IEEE ICCT*, Tianjin, China, Oct 2021.
- [3] K. A. Hamdi, "A useful lemma for capacity analysis of fading interference channels," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 58, no. 2, pp. 411-416, Feb. 2010.
- [4] T.M. Cover, J.A. Thomas, *Elements of Information Theory*. New York, NY, USA: John Wiley & Sons, 1991.
- [5] M. K. Simon, and M.-S. Alouini, *Digital Communication over Fading Channels*. Hoboken, NJ, USA: Wiley, 2005.