

시뮬레이션 결과, [Figure 1]과 같이 Z-Ancilla 는 16 번, X-Ancilla 는 7 번의 time 에 걸쳐 측정되었다.

(4) 오류 삽입 후, 디코더 활용하여 오류 정정

우선, 오류 없이 안정화 작업 수행한 다음 모든 Ancilla 값을 측정한다. 그 후, 한 개의 Data Qubit 에 오류를 추가한 뒤 안정화 작업을 수행하여 Ancilla 값을 다시 측정한다. 이 때, Ancilla 측정 값이 달라져 있을 것이며, 두 값을 비교하여 디코더를 활용하여 오류를 탐지 및 정정한다.

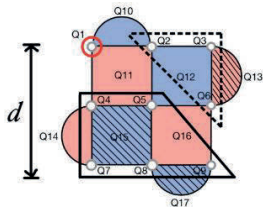
예시로 Data Qubit q3 에 X 오류를 삽입하였으며, 이 때 7, 10, 11 번 째 Z-Ancilla 측정 값에 변화를 감지하였다. 추후에는, 오류 정보 없이 디코더를 활용하여 Ancilla 값을 토대로 오류의 위치를 감지할 수 있다.

B. 거리 증가에 따른 필요한 물리 Qubit 수 비교

(Surface Code VS QC-LDPC Code)

(B-1) Surface Code

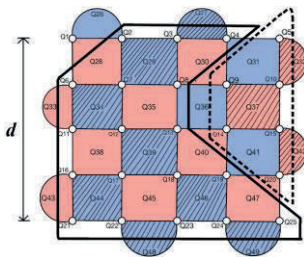
우선, Surface Code 중 거리 3의 Corner Rotated (CR) 구조는 아래와 같은 모양을 가진다.



[Figure 2] CR distance-3($d=3$) 논리 Qubit[3]

[Figure 2]의 논리 Qubit 는 Data Qubit 9 개, Ancilla 8 개를 사용하여 총 17 개의 물리 Qubit 으로 구성된다.

나아가, 거리 5의 CR Surface Code 는 [Figure 3]의 구조를 가진다.



[Figure 3] CR distance-5($d=5$) 논리 Qubit[3]

[Figure 3]의 논리 Qubit 는 Data Qubit 25 개, Ancilla 24 개를 사용하여 총 49 개의 물리 Qubit 으로 구성된다.

(B-2) QC-LDPC Code

QC-LDPC Code 는 Surface Code 와 달리 특정 구조가 있는 게 아니며, 따라서 각 거리에 따라 사용될 수 있는 물리 Qubit 수의 편차가 있다. 우선, 거리 3인 QC-LDPC Code 는 [A] 실험에서 보였듯 Data Qubit 28 개, Ancilla 14 개(X, Z-Ancilla 중복 사용)를 사용하여 총 42 개의 물리 Qubit 를 사용한 걸 확인하였다. 나아가, 거리가 5 일 때 Data Qubit 42 개, Ancilla 21 개

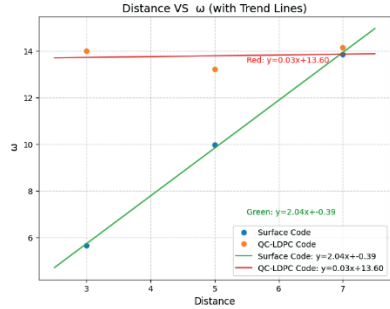
로 총 63 개의 물리 Qubit 을 사용하여 인코딩에 성공하였으며($p=7, m=3, n=3$), Data Qubit 66 개, Ancilla 33 개로 총 99 개의 물리 Qubit 을 사용해 거리 6의 Code 를 설계할 수 있었다($p=9, m=3, n=3$).

III 결론

(Eq 4)와 같이 ω 를 정의한다면,

$$\omega = \frac{\text{사용된 물리 Qubit 수}}{\text{distance}} \quad (\text{Eq 4})$$

거리에 따른 ω 값을 [Figure 4]와 같이 표현 가능하다..



[Figure 4] Distance VS ω

[Figure 4]를 통해 거리의 증가에 따라 QC-LDPC 와는 달리 Surface Code 에서는 ω 값 크게 증가함을 확인할 수 있다. 이는, QC-LDPC 는 거리 증가에 따라 사용되는 물리 Qubit 수가 선형적으로 증가하고, Surface Code 는 더 가파른 폭으로 증가함을 의미한다.

즉, QC-LDPC Code 가 Surface Code 의 거리 증가에 따른 인코딩 효율 저하라는 한계점을 보완하는 대안임을 확인할 수 있고, 추후에는 QC-LDPC 에 다양한 물리 오류 파라미터를 삽입하여 Surface Code 와 비교하였을 때 Logical Error Rate 의 변화가 상대적으로 어떠한 지로 연구를 확장할 수 있다.

ACKNOWLEDGEMENT

이 논문은 2025 년도 정보(과학기술정보통신부)의 재원으로 한국연구재단 양자기술연구개발선도(양자컴퓨팅)사업(RS-2024-00431853, 50%), 2025 년도 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 정보통신기획평가원의 지원을 받아 수행된 연구임 (No. RS-2023-00225385, NISQ 환경에서 저부하, 고효율 양자 오류 검출 기술 개발 및 응용) (50%)의 지원을 받아 수행된 연구임

참고 문헌

- [1] Mondal, Arijit, and Keshab K. Parhi. "Quantum circuits for stabilizer error correcting codes: A tutorial." *IEEE Circuits and Systems Magazine* 24.1 (2024): 33-51.
- [2] D. Gottesman, "Stabilizer Codes and Quantum Error Correction," Phd Thesis, Caltech (1997)
- [3] Kim, Hong Jun., "A Study on Designing 5x5 Surface Code and Analysis on Logical Error Rate based on Asymmetric Error Environment" *한국통신학회 하계학술대회* (2025)