Classical Shadow 기반의 정교한 양자 노이즈 채널 모델링과 Probabilistic Error Cancellation 을 이용한 오류 완화 기법의 결합

이상욱, 허준*
고려대학교, *고려대학교
sbr06008@korea.ac.kr, *junheo@korea.ac.kr

Integration of Advanced Quantum Noise Channel Modeling and Error Mitigation via Probabilistic Error Cancellation with Classical Shadows

Lee Sang Uk, Heo Jun*
Korea Univ., *Korea Univ.

요 약

본 논문은 양자 오류 채널을 모델링하기 위한 기법 중 하나인 Pauli Twirling 기법을 소개하고, 보다 정교한 노이즈 모델을 제공하는 Quantum Process Tomography 기법을 함께 다룬다. Pauli twirling 을 통해 모델링 된 노이즈를 완화하기 위해 Quantum Error Mitigation(QEM) 기법 중 하나인 Probabilistic Error Cancellation(PEC)을 적용하였다. 또한 측정 효율을 높이기 위해 Classical Shadow 기법을 결합하여, 여러 observable 을 동시에 추정할 때의 복잡도를 감소시킨다. 더 나아가, Classical Shadow 를 활용하여 QPT 의 복잡도를 줄이고, 이를 PEC 와 결합하여 보다 정밀한 노이즈 모델에 기반한 오류 완화의 이론적 프레임워크를 제안한다.

Ⅰ. 서 론

양자컴퓨터는 소인수분해, 탐색 문제, 물리 시스템 시뮬레이션 등 특정 분야에서 고전컴퓨터에서의 지수적인 복잡도를 다항시간 안에 풀 수 있다고 알려져 많은 연구가 이루어졌다. 이러한 알고리즘들이 신뢰도 있게 동작하기 위해서 많은 수의 큐비트가 필요한데, 양자 하드웨어는 결맞음 손실(decoherence)와 다양한 노이즈에 취약하여 제약이 따른다. Quantum Error Correction(QEC)는 추가적인 큐비트 자원을 소모하여 양자 회로에서 알고리즘이 동작할 때 발생하는 오류를 탐지하고 정정하여 알고리즘이 신뢰도 있게 동작하도록 한다. 하지만 지금의 Noisy Intermediate-Scale Quantum(NISQ) 환경에서 논리적 큐비트를 신뢰도 있게 구현하는 것이 어렵고 비효율 적이다. Quantum Error Mitigation(QEM)은 추가적인 큐비트를 필요로 하지 않고, 오류를 탐지하고 정정하는 과정 없이, 이상적인 기댓값을 얻는 것을 목표로 하기 때문에 NISQ 환경에 적합한 기법이다 [1-3].

양자 오류 완화 기법은 IBM 에서 제안한 Zero Noise Extrapolation(ZNE)와 Probabilistic Error Cancellation(PEC)를 시작으로 다양하게 연구되어왔다 [4-5]. 이 중 PEC 는 노이즈 모델링이 완벽할 때, 노이즈가 없는 이상적인 기댓값을 얻을 수 있기 때문에 활발히 연구되어왔다. 하지만 실제 양자컴퓨팅에선 여러가지 노이즈가 복합적으로 작용하기 때문에 노이즈를 정확히 모델링하는 것이 어려워 노이즈를 근사하는 방식이 많이 사용된다. Pauli twirling 은 회로의 게이트에서 발생하는 노이즈를 probabilistic Pauli channel 로 근사화 하기 때문에 PEC 를 적용하기에 적합하다. 하지만 Pauli twirling 을 하기 위해 게이트의 전후에 또 다른 Pauli gate 를 추가해야 하고, 이로 인해 depth 가 빠르게 증가하여 더 많은 오류가 발생할 수 있어 정확한 모델링이 어렵다. 본논문에서는 기존의 quantum process tomography 기법에 classical shadow 를 결합하여 노이즈를 정교하게 모델링하고, PEC 를 통해 기댓값을 이상적인 값에 가깝게 얻는 이론적 배경을 설명한다.

Ⅱ. 본론

A. Pauli Twirling

Pauli twirling 기법은 임의의 노이즈 채널을 stochastic Pauli operator 의 혼합으로 간소화하는 기법이다. 임의의 양자채널은 Kraus operator 를 이용하여 $\Lambda(\rho) = \sum_i K_i \rho K_i^\dagger$ 로 나타낸다. Pauli twirling 을 적용하면 Kraus operator 로 표현된 임의의 양자 채널을 $\Lambda(\rho) = p_0 I\rho I + p_1 X\rho X + p_2 Y\rho Y + p_3 Z\rho Z$ 형태로 변환할 수 있다. 이 때 Pauli twirling 기법의 이점은 아무리 복잡한 노이즈들이 게이트에 작용하더라도 Pauli channel 로 근사할 수 있다는 것이다. 이렇게 근사화 된 채널은 PEC 를 적용하기에 적절한 형태를 갖는다. Pauli twirling 을 구현하기 위해 임의의 게이트가 있을 때, 게이트의 전후에 동일한 임의의 Pauli operator 를 가해준다. 이 때 이상적으로 게이트의 전후에 Pauli operator 를 가하기 전과 후의 최종 연산이 같지만, 실제 양자 환경에서는 다양한 노이즈가 발생하기 때문에 전과 후의 연산 결과가 달라진다. 임의의 Pauli operator 를

랜덤하게 선택하여 측정하고 post processing 을 통해 게이트가 지나는 채널을 근사화 한다. Pauli twirling 은 게이트 앞뒤에 Pauli operator 를 가해주기 때문에 기존에 1 개의 게이트가 사용된다면 Pauli twirling 을 위해서 3 개의 게이트가 사용되어야 한다. 이에 따른 cost 와 depth 증가로 인한 추가적인 오류를 해결하기 위한 연구가 활발히 진행중이다.

B. Quantum Process Tomography

Quantum Process Tomography 는 측정 기법 중 하나로 Quantum State Tomography 가 출력 상태의 밀도 행렬을 완전히 추정하는 기법이라면 QPT 는 양자 시스템의 물리적인 프로세스 자체를 정교하게 추정한다. QPT 를 이용하여 채널을 추정하는 과정은 다음과 같다. 먼저 Initial state 를 준비한다. Initial state 는 다음과 같이 n 개의 큐비트가 있을 때 $\{|0\rangle, |1\rangle, |+\rangle, |+i\rangle\}^n$ 로 준비한다. 이후 실행하고자 하는 회로에 해당하는 게이트를 준비하고, 각 qubit 를 Pauli basis X,Y,Z 로 측정한다. 측정된 데이터를 바탕으로 Pauli transfer matrix R 를 재구성한다. 이를 바탕으로 χ matrix 를 계산할 수 있고, 마지막 단계에 Choi matrix 를 재구성함으로써 QPT 를 이용한 채널 추정이 완료된다. QPT 를 이용하여 추정하는 Choi matrix 는 다음과 같다.

$$\Lambda = (id \otimes \mathcal{E})(|\phi^+\rangle\langle\phi^+|) \quad (1)$$

QPT 는 initial sate 에서 4^n, 측정 단계에서 3^n가지의 측정이 필요하여 총 12^n 가지의 서로 다른 측정이 필요하다. 따라서 큐비트 수가 조금만 늘어나더라도 복잡도가 너무 커 현실적으로 어려운 기법이다. 하지만 classical shadow 와 결합한다면 이러한 단점을 보완할 수 있다. Classical shadow 는 M개의 observable 에 대한 기댓값을 $\log M$ 번의 측정만으로 알아낼 수 있어 QPT 에서 큐비트가 늘어남에 따라 생기는 큰 복잡도를 보완할 수 있다 [6].

C. Probabilistic Error Cancellation

PEC 는 노이즈 채널을 역 연산한 채널의 weight 에 따라 recovery gate 를 적용하여 게이트 오류에 의한 기댓값의 편향을 제거하는 기법이다. 실제 양자컴퓨터에서 PEC 를 적용하기 위해서는 게이트에 작용하는 여러가지 노이즈 채널을 정교하게 모델링 해야 하고, Pauli twirling 을 이용하여 노이즈를 모델링 하는 방법이 활발히 연구되고 있다. 이때 classical shadow 를 이용하여 QPT 의 복잡도를 완화하고 더 정교한 노이즈 모델을 바탕으로 PEC 를 적용하면 이상적인 기댓값에 더 가까운 기댓값을 얻을 수 있다. 간단한 예시로 1-qubit 회로에 Pauli X 연산이 하나 있는 회로에서 PEC 를 적용했을 때 최종적으로 얻고자 하는 이상적인 기댓값은 다음과 같다.

$$\langle M \rangle = \gamma(S_I P_I M_I + S_X P_X M_X + S_Y P_Y M_Y + S_Z P_Z M_Z) \quad (2)$$

이 때 S 는 weight 의 부호, P 는 각 recovery gate 연산을 적용하는 확률, γ는 회로 전체의 overhead 이다.

Ⅲ. 결론

본 논문에서는 양자 노이즈 채널의 모델링과 오류 완화를 위한 접근으로 Pauli Twirling, QPT 그리고 PEC 기법을 다루었다. Pauli Twirling 은 복잡한 노이즈를 Pauli 연산자의 확률적 혼합으로 단순화하여 다루기 용이하게 하고, QPT 는 노이즈 채널을 정밀하게 복원할 수 있으나 측정 복잡도가 급격히 증가하는 한계를 가진다. 이를 해결하기 위해 Classical Shadow 기법을 결합하여 다수의 observable 을 효율적으로 추정하고 QPT 의 복잡도를 완화하는 방법을 제안하였다. 또한, classical shadow 기반의 노이즈 모델을 활용하여 PEC 을 적용함으로써 이상적인 기댓값에 보다 근접한 결과를 얻을 수 있음을 보였다. 본 연구는 노이즈 모델링의 정밀성과 오류 완화의 효율성을 동시에 향상시키는 새로운 방향을 제시하며, 향후 실제 양자 하드웨어에서의 실험적 검증과 대규모 시스템으로의 확장이 기대된다.

ACKNOWLEDGMENT

이 논문은 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 정보통신기획평가원-대학 ICT 연구센터(ITRC)의 지원(IITP-2025-RS-2021-II211810, 50%)과 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 한국연구재단 양자정보과학 인적기반 조성사업의 지원을 받아 수행된 연구임 (Grant No. 2022M3H3A106307411, 50%).

참 고 문 헌

[[1] Shor, Peter W. "Scheme for reducing decoherence in quantum computer memory." Physical review A 52.4 (1995): R2493.

[2] Steane, Andrew M. "Error correcting codes in quantum theory." Physical Review Letters 77.5 (1996): 793.

[3] Endo, Suguru, Simon C. Benjamin, and Ying Li. "Practical quantum error mitigation for near-future applications." Physical Review X 8.3 (2018): 031027.

[4] Temme, Kristan, Sergey Bravyi, and Jay M. Gambetta. "Error mitigation for short-depth quantum circuits." Physical review letters 119.18 (2017): 180509.

[5] Koczor, Bálint. "Exponential error suppression for near-term quantum devices." Physical Review X 11.3 (2021): 031057.

[6] Seif, Alireza, et al. "Shadow distillation: Quantum error mitigation with classical shadows for near-term quantum processors." PRX Quantum 4.1 (2023): 010303.