

FEMS 에너지 관리를 위한 볼록 최적화 문제 해결 시간의 비교 연구: 이차 프로그래밍과 선형 프로그래밍 사례

유윤식, 이일우*

한국전자통신연구원 에너지 ICT 연구실, 산업에너지융합연구본부*

{midasyoo, ilwoo}@etri.re.kr

Comparative Study of Convex Optimization Problem Solving Time for FEMS Energy Management: Quadratic and Linear Programming Cases

Yoon-Sik Yoo, Il-Woo Lee*

Energy ICT Research Section, Industry & Energy Convergence Research Division*, ETRI

요약

본 연구에서는 FEMS 에너지 최적 운영을 결정하는데 소요되는 문제 해결 시간 관점에서 비교 분석을 다루고자 한다. 이를 수행하기 위해서 cvxpy 라는 컨벡스 최적화 라이브러리를 활용하여 이차 프로그래밍(QP) 문제와 선형 프로그래밍(LP) 문제를 해결하는 데 소요되는 시간을 비교하였다. 100 개의 변수와 50 개의 제약 조건을 갖는 QP 문제와, 변수들의 합이 1 이 되고 모든 변수가 음수가 아니어야 하는 조건을 갖는 간단한 LP 문제를 설정하여 해결 시간을 측정하였다. 실험 결과, LP 문제가 QP 문제에 비해 현저히 빠른 해결 시간을 보임을 확인할 수 있었다. 본 연구는 다양한 최적화 문제에 대한 해결 전략 선택에 있어 중요한 시사점을 제공한다.

I. 서론

전세계적으로 제조공장에서 필수적으로 사용하고 있는 유틸리티인 공기압축기 시장은 성장하고 있으며, 다양한 산업 분야에서 수요가 증가하고 있다. 특히, 자동차 제조, 건설, 석유 및 가스, 식품 및 의료 분야에서 공기압축기의 필요성이 커지고 있다. 압축공기는 다양한 산업 분야에서 중요한 역할을 하며, 효율적인 생산 및 에너지 절약을 위해 핵심적인 자원 중 하나이다. 특히 압축공기의 공급 및 전달 과정에서 누기(Air Leakage)는 생산성을 저해하고 비용을 증가시킬 수 있으므로, 누기를 분석하고 에너지 최저 운영을 위하여 기능 개선하는 연구는 산업 프로세스의 효율성을 향상시키는데 필수적이다 [1]. 특히 에너지 다소비 제조업 공장에는 FEMS (Factory Energy Management System)와 같은 스마트 에너지 관리 기술을 활용하여 공장 에너지를 더욱 효율적으로 관리할 수 있다. 또한 최근에는 ESG (Environment, Social, Governance) 경영 모델이 전세계적으로 확대되고 있어서 압축공기 누기를 최소화하여 에너지 최적 절감 및 공장의 에너지 효율을 개선할 필요가 급증하고 있다 [2, 3].

이에 따른 FEMS 에너지 최적 운영을 위한 최적화 문제는 공학, 경제학, 물리학 등 다양한 분야에서 중요한 문제 해결 도구로 사용된다. 이차 프로그래밍과 선형 프로그래밍은 이러한 최적화 문제 중 가장 일반적인 두 유형이다. 본 논문에서는 두 문제 유형을 비교하여, 어떤 문제가 더 빠르게 해결될 수 있는지에 대한 연구를 수행하였다. 특히 볼록 최적화는 이러한 문제들 중 특별한 클래스에 속하며, 전역 최적해를 효과적으로 찾는

것이 가능하다는 장점이 있다 [4]. 최근 컴퓨터의 계산 능력 향상에 힘입어, 이러한 문제들은 실제로 점점 더 복잡해지고 있다. 따라서 문제 해결의 시간 복잡성을 이해하는 것은 연구 및 산업 응용 분야에서 중요하다. 본 연구에서는 수치적 방법을 사용하여 두 가지 최적화 문제 - 복잡한 기본 문제와 단순한 부문제 - 를 해결하고, 각각에 대한 시간 비용을 비교한다.

II. 본론

1. 문제정의

우리는 100 개의 변수와 50 개의 제약조건을 가진 기본 문제를 정의하였다. 이차항을 위한 양의 정부호 행렬 P 는 정규분포에서 추출한 무작위 행렬로부터 생성되었다. 선형 항을 위한 벡터 q 와 부등식 제약 조건의 행렬 A 및 벡터 b 역시 무작위로 생성되었다.

행렬 P 는 무작위 행렬 R 을 사용하여 $P = R^T R$ 로 생성되었다. 여기서 $R \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 는 각 요소가 독립적으로 정규 분포에서 추출된 행렬이다. 이렇게 생성된 P 는 그 자체로 대칭이며, R^T 와 R 의 곱으로 인해 양의 정부호가 된다. 수식으로 표현하면 아래와 같다.

$$P = R^T R$$

where $R = [r_{ij}]$, $r_{ij} \sim N(0, 1)$ for $i, j = 1, \dots, n$

벡터 q 는 각 요소가 정규 분포에서 독립적으로 추출된 n 차원 벡터이고, 수식으로 표현하면 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$q = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$$

where $q_i \sim N(0, 1)$ for $i = 1, \dots, n$

행렬 A 는 $m \times n$ 차원이며, 여기서 m 은 제약 조건의 수, n 은 변수의 수이다. A 의 각 요소는 독립적으로 정규 분포에서 추출된다. 벡터 b 는 m 차원 벡터이며, 각 요소는 균등 분포에서 독립적으로 추출된다. 수식으로 표현하면 아래와 같다.

$$A = [a_{ij}]$$

where $a_{ij} \sim N(0, 1)$ for $i=1, \dots, m$ and $j=1, \dots, n$

$$b = [b_1, b_2, \dots, b_m]^T$$

where $b_i \sim U(0, 1)$ for $i=1, \dots, m$

2. 최적화 절차

최적화 문제는 cvxpy 라이브러리를 사용하여 정의 및 해결되었다. 기본 문제의 목적 함수는 이차 함수였으며, 부문제는 선형 목적 함수를 가진 단순화된 버전이었다. 각 문제는 Python의 time 모듈을 사용하여 솔버의 실행 시간을 기록했다.

3. 시간 측정 및 비교

각 문제를 해결하는 데 걸린 시간은 디셔너리에 기록되었고, 이를 matplotlib를 사용하여 막대 그래프로 시각화하였다.

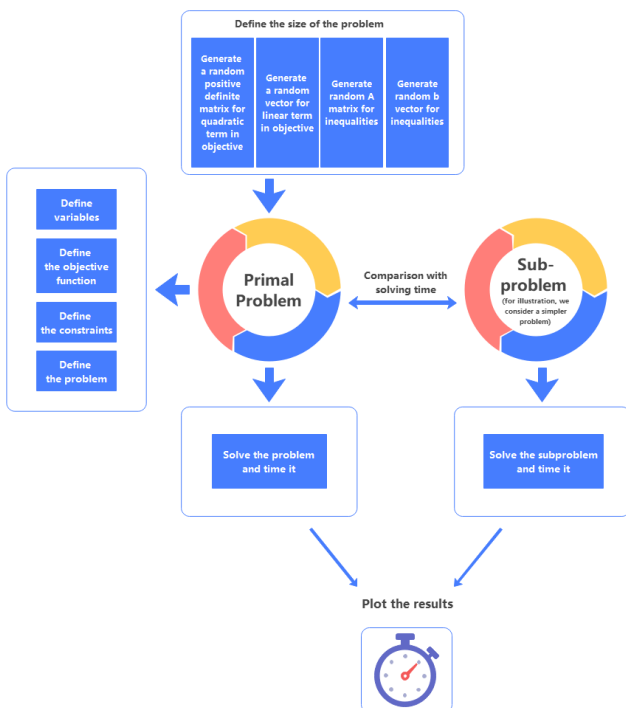
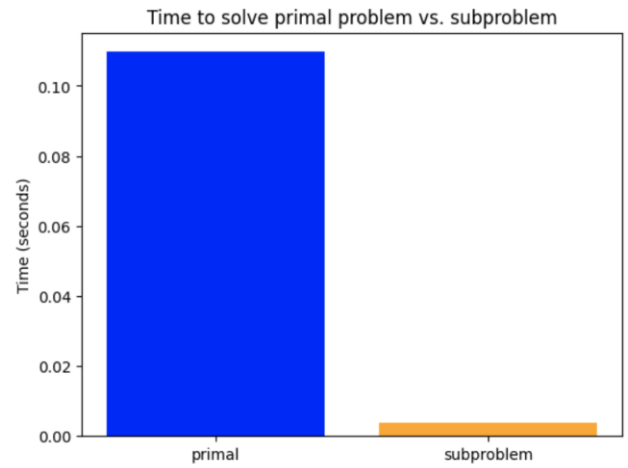


그림 1. Primal Problem과 Subproblem의 블록 최적화 해결 시간 비교를 위한 흐름도

4. 결과

QP 문제는 평균 0.1097 초가 소요되었으며, LP 문제는 평균 0.0039 초가 소요되었다. 그림 2는 LP 문제가 QP 문제보다 훨씬 빠르게 해결될 수 있음을 시사한다.



{'primal': 0.10970950126647949, 'subproblem': 0.003959178924560547}

그림 2. QP 영역의 Primal Problem과 LP 영역의 Subproblem의 해결 시간 비교

5. 논의

QP 문제가 LP 문제보다 시간이 더 걸린 이유를 분석하여, 이러한 차이가 변수의 수, 제약 조건의 복잡성, 그리고 문제의 구조에 기인하는지에 대해 논의하였다.

III. 결론

본 논문에서는 FEMS의 에너지 최적 운영을 위하여 복잡한 기본 문제와 단순한 부문제 관점에서 이차 프로그래밍과 선형 프로그래밍 사례를 통하여 최적화 문제 해결 시간의 비교 연구 및 방법론을 제시하였다. 본 연구는 최적화 문제를 선택할 때, 문제 유형에 따른 시간 효율성을 고려할 필요가 있음을 보여준다. 향후 연구에서는 더 다양한 최적화 문제 유형과 더 큰 문제 규모에 대한 비교 연구가 필요할 것으로 보인다.

ACKNOWLEDGMENT

본 연구는 산업통상자원부(MOTIE) 및 한국에너지기술연구원(KETEP)의 에너지기술개발사업의 일환으로 수행하였음(No. 20202020900290)

참고 문헌

- [1] Kyle Abela, Paul Refalo, Emmanuel Francalanza, "Analysis of pneumatic parameters to identify leakages and faults on the demand side of a compressed air system," Cleaner Engineering and Technology, Vol. 6, Feb. 2022, (https://doi.org/10.1016/j.clet.2021.100355).
- [2] 유윤식, 이일우, "FEMS 기반의 에너지 분야 ESG 경영 지원 기능을 위한 요구사항," 한국통신학회 추계종합학술 발표회, pp. 1-2, 2022.
- [3] 유윤식, 이일우, "FEMS 기반 공기압축기 시스템의 통계적 압축공기 누기 분석," 한국통신학회 추계종합학술 발표회, pp. 1-2, 2023.
- [4] Boyd S, Vandenberghe L. Convex optimization. Cambridge university press; 2004.