

# 오류환경 variational quantum eigensolver 의 오류경감을 위한 symmetry verification 기법 설계

오현수, 민건식, 허준\*  
고려대학교, \*고려대학교

pypaul@korea.ac.kr, mgs3351@korea.ac.kr \*junheo@korea.ac.kr

## Design of symmetry verification to mitigate errors with variational quantum eigensolver

Hyun Su Oh, Gunsik Min, Jun Heo  
Korea Univ., \*Korea Univ.

### 요약

본 논문은 양자 오류 완화 기법 중 Symmetry verification 을 효과적으로 양자 알고리즘에 적용할 수 있는 기법을 분석했고 복잡한 해밀토니언에서 symmetry 를 구하는 방법을 분석하였다. 앞선 방법을 토대로 symmetry verification 기법을 VQE 알고리즘에 적용하여 오류 환경에서 기대값의 지표가 좋아지는지 시뮬레이션을 통해 확인했다. 또한 이 기법이 여러 오류 환경에서도 알고리즘의 성능을 개선시킬 수 있는지 확인했으며 마지막 후처리 과정에 적용시켜도 정상적으로 작동하며 알고리즘의 후처리 성능이 개선되었음을 확인했다.

### I. 서론

양자 하드웨어의 발전은 디지털컴퓨터가 해결하지 못하는 문제들에 대한 새로운 알고리즘 개발을 촉발시켰지만, 현재 양자 컴퓨팅은 noisy intermediate scale quantum(NISQ) 환경에 머물러 있다.

이러한 NISQ 환경에서도 작동할 수 있도록 양자-디지털 하이브리드 알고리즘이 개발되었는데, 대표적으로 Variational Quantum Eigensolver(VQE)는 구하고자 하는 해밀토니언의 가장 낮은 고유값을 구하도록 하는 최적화 알고리즘이다.

NISQ 환경에 대응하기 위한 다른 방법으로는 양자 오류 자체를 수정하는 Quantum error correction (QEC) 기법들이 제안되어 왔는데, 이 QEC 기법을 적용시키기 위해 많은 양의 비용이 발생하여 현재 양자 컴퓨팅에서 이 기법을 적용시키는데 많은 제한사항이 존재한다. 그 대안으로 적은 비용으로 양자 회로에서의 오류를 경감시키는 Quantum error mitigation(QEM) 기법이 연구되고 있다. QEM 은 회로의 결과값을 온전히 보존하기 때문에 회로 실행 앙상블 전체에 대한 손상을 줄일 수 있으며, 회로의 후처리 과정에서 기대값에서 발생하는 오류에 의한 편향을 감소시킨다. 대표적인 QEM 기법으로는 Zero noise extrapolation (ZNE), Probabilistic error cancellation (PEC), Symmetry verification(SV) 등이 있다.

### II. 본론

#### A. Symmetry Verification

QEM 의 SV 기법은 low cost mitigation 기법으로 적은 수의 리소스를 가지고 양자오류 결과값을 완화시킬 수 있는 기법이다.

Eigenspace  $S$  안에서 정의된 Pauli group  $P$  에 대하여 operator 들을 Pauli basis 로 나타낸 것을 Pauli decomposition 이라 정의하며 다음과 같이 나타낸다.

$$O = \sum_{\alpha} o_{\alpha} O_{\alpha} \quad (1)$$

$N$  qubit 상태  $\rho$  에 대하여 이  $P \in \hat{P}^N$  는 고유값  $p = \pm 1$ ,  $2^{N-1}$  차원의 고유공간을 지니며 고유공간으로의 projector 은  $M_p = \frac{1}{2}(I + p\hat{P})$  이다. 이 projective measurement  $\{M_i\}$  에 대하여 오류가 없는  $|\psi\rangle$  가  $M_S|\psi\rangle = |\psi\rangle$  을 만족할 때, 오류상태  $\rho$  를 projective 측정 이후 post-selection 의 과정을 거쳐 다음과 같은 상태  $\rho_S$  를 만든다.

$$\rho_S = \frac{M_S \rho M_S}{\text{Tr}[M_S \rho]} \quad (2)$$

따라서, SV 가 적용된 상태  $\rho_S$  와 SV 가 적용되지 않은 상태  $\rho$  의 fidelity 를 다음과 같은 부등식으로 비교할 수 있다.

$$\text{Tr}[\rho_S |\psi\rangle\langle\psi|] = \frac{\text{Tr}[\rho |\psi\rangle\langle\psi|]}{\text{Tr}[M_S \rho]} \geq \text{Tr}[\rho |\psi\rangle\langle\psi|] \quad (3)$$

Symmetry Verification 의 구체적인 적용을 위해서는 문제의 해밀토니언  $H_p$  과 Commute 한 Symmetry  $S$  를 알아야한다.  $H_p$  가 복수의 해밀토니언  $H_1, H_2$  로 이루어져 있을 경우,  $[H_1, S] = 0, [H_2, S] = 0$  으로  $S$  는  $H_1, H_2$  와 동시에 commute 해야하는데 이는 알아내기 쉽지 않다. 하지만 해밀토니언  $H_1$  하나로만 이루어져 있을 경우  $H_1$  을 Pauli basis 로 분해하여 각각의 Pauli basis 에 대한

양자연산 이후 이를 합치는 것으로 원하던 결과값을 얻을 수 있다.

[1]에 Pauli basis 들에 대한 symmetry 는 다음과 같다.

Basis	$II$	$XX$	$YY$	$ZZ$
symmetry	$II$	$R_y(\pi)^{\otimes 2}$	$R_x(-\pi)^{\otimes 2}$	$II$

[표 1] Pauli basis 에 따른 SV 를 적용하기 위한 symmetry operator 들이다.

### B. 최적화

그 다음 과정으로 VQE 는 한번의 시행 이후 양자 연산을 통해 얻은 결과값을 Optimizer 를 이용하여 최적화시킨다. 본 논문에서는 최적화 방법으로 Qiskit 의 COBYLA 함수를 사용했으며, 이 COBYLA 함수는 minimize 시키고자 하는 함수를 여러 input 값으로 비교해가며 최소화시킨다.

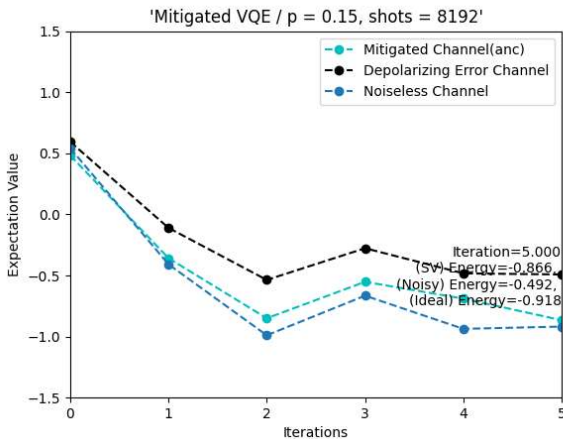
### C. 오류환경

NISQ 환경에서 양자컴퓨터에 발생할 수 있는 오류의 종류는 다양하다. 양자상태를 측정할 때 발생하는 오류, 확률적으로 양자 상태를 한가지 상태로만 편향시키는 damping 오류, 양자 상태의 phase 값이 변하는 phase 오류 등이 존재한다.

$$\epsilon(\rho) = (1-p)\rho + p(X\rho X + Y\rho Y + Z\rho Z) \quad (4)$$

여기서는 확률적으로 X, Y, Z 오류가 발생할 수 있는 (4)식과 같은 depolarizing noise 를 오류환경으로 설정했다. 여기서 X, Z 오류는 각각 bit flip, phase flip 오류이며 Y 오류는 bit flip 과 phase flip 오류가 동시에 발생한 오류이다. 이 depolarizing noise 가 발생하는 구간은 SV 를 적용하기 직전인 VQE 연산 후 끝단에 적용하는 것으로 설정했으며 Parity check 과정에서는 오류가 없는 환경으로 가정했다.

### D. 시뮬레이션



[그림 1] 수소 분자의 가장 낮은 기댓값을 구하는 VQE 시뮬레이션. 오류환경은 depolarizing noise 가 0.15 의 확률로 발생하도록 설정. 세 그래프는 오류가 없는 경우, depolarizing 오류가 적용된 경우, 오류가 적용된 상황에서 SV 를 적용한 경우 각각의 기댓값을 VQE 시행마다 나타낸 것이다.

[그림 1]과 같이 Python 의 Qiskit 을 활용하여 시뮬레이션을 진행했다. 수소 분자의 최소 에너지 레벨을 구하기 위해 랜덤한 상수값들을 매개변수 값에 넣어서

그 값들에 따른 양자 회로의 output state 으로 (5) 식의  $H_1$  함수의 해밀토니언의 기댓값을 구했다. 그 기댓값은 매개변수 값에 따라 달라지는 함수이므로 그 함수를 COBYLA 를 이용하여 H1 해밀토니언의 가장 낮은 기댓값을 구하는 방식으로 시뮬레이션을 진행하였다.

$$H_1 = II + XX + YY + ZZ \quad (5)$$

시뮬레이션 결과 오류가 없는 경우, 오류가 적용된 경우, 오류가 적용된 상황에서 SV 를 적용한 경우 VQE 5 회 시행에서의 기댓값이 각각 -0.918, -0.492, -0.866 이 나왔다. 오류가 있는 경우 기댓값보다 SV 를 적용한 경우의 기댓값이 더 오류가 없는 경우의 기댓값에 가까우므로 SV 는 depolarizing 오류를 잘 완화시켰다고 볼 수 있다.

### III. 결론

SV 는 오류 완화 기법 중 적은 소모값을 사용하는 기법으로 해밀토니언의 symmetry 를 확인하는 것으로 양자회로의 성능을 향상시킬 수 있다. 이 SV 기법을 양자회로 끝에 한번만 삽입할 수도 있고 중간에 삽입할 수도 있기에 사용법이 자유롭다. 다만, 모든 오류환경에서 SV 기법이 효과가 있는지 확인하지 않았기 때문에 다양한 오류환경을 시뮬레이션을 수행해야 하며 양자회로의 해밀토니언이 복수 개의 operation 으로 구성되어 있을 경우이거나 혹은 실수 계수로의 Pauli 분해가 불가능할 경우 앞선 가정들을 사용할 수 없기 때문에 차후 연구주제가 될 수 있다.

### ACKNOWLEDGMENT

이 논문은 2024 년도 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 정보통신기획평가원의 지원을 받아 수행된 연구임 (No. RS-2023-00225385, NISQ 환경에서 저부하, 고효율 양자 오류 경감 기술 개발 및 응용) 본 연구는 과학기술정보통신부 및 정보통신기획평가원의 대학 ICT 연구센터육성지원사업의 연구결과로 수행되었음(IITP-2024-2021-0-01810).

### 참고 문헌

- [1] John Preskill, "Quantum computing in the NISQ era and beyond," Quantum 2, 79 (2018).
- [2] Bonet-Monroig, Xavi, et al. "Low-cost error mitigation by symmetry verification." Physical Review A 98.6 (2018): 062339.
- [3] Kristan Temme, Sergey Bravyi, and Jay M Gambetta, "Error mitigation for Short-Depth quantum circuits," Phys. Rev. Lett. 119, 180509 (2017).
- [4] Kandala, A., Temme, K., Córcoles, A. D., Mezzacapo, A., Chow, J. M., & Gambetta, J. M. (2019). Error mitigation extends the computational reach of a noisy quantum processor. Nature, 567(7749), 491-495.
- [5] Nielsen, Michael A., and Isaac L. Chuang. Quantum computation and quantum information. Vol. 2. Cambridge: Cambridge university press, 2001.