RTT/AoA를 이용한 측위 시스템에서 크래머 하한 기반 성능 예측

김성엽, 정홍석, 박수아, 정민수, 김선우
한양대학교 융합전자공학과
{sy981222, hssjung, paksua1031, qwjms, remero}@hanyang.ac.kr

Analysis of Positioning Performance based on Cramer-Rao lower bound with RTT/AoA

Seongyeop Kim, Hongseok Jung, Suah Park, Minsoo Jeong and Sunwoo Kim
Department of Electronic Engineering, Hanyang University

요 약

본 논문은 RTT(round time trip)/AoA(angle of arrival)를 이용한 LS (least square) 기반 측위 알고리즘으로 단말의 위치를 추정하고, CRLB(Cramér-Rao lower bound)를 이용하여 측위 알고리즘의 성능을 분석한다. 3차원 시뮬레이션 환경을 구현하여 측정값의 표준편차에 따른 LS 기반 측위 알고리즘의 성능을 CRLB를 이용하여 비교하였다. CRLB 분석을 통해 RTT의 표준편차에 따른 LS 측위 기술의 성능을 수치화하였으며, 측정값의 표준편차가 증가함에 따라 CRLB와 RMSE의 차이가 점진적으로 증가하는 것을 확인하였다.

1. 서 론

정확한 위치 추정 기술은 내비게이션, 대중교통, 응급 서비스와 같은 다양한 응용 분야에서 필수적인 요소이다. 특히 최근에는 RTT(round trip time)와 AoA(angle of arrival)를 단독으로 사용하는 측위 알고리즘 연구가 활발히 이루어지고 있다 [1]. RTT와 AoA를 복합적으로 사용하는 측위 연구가 미흡하다 [2]. 따라서, RTT와 AoA 측정 정보를 이용한 LS (least square) 기반의 측위 알고리즘을 구현하고, CRLB(Cramér-Rao lower bound)를 이용하여 RTT와 AoA를 사용한 측위 방법의 이론적 하한을 분석한다 [3], [4]. 3차원 시뮬레이션 환경을 구현하여 LS 기반 측위 알고리즘 및 CRLB 검증한다.

2. 시스템 모델

본 논문에서는 RTT/AoA를 이용한 LS 기반 측위 기술을 제안한다. 3차원 환경에서 추정하고자 하는 단말의 위치는 $\mathbf{u}=[x,\ y,\ z]^\top$이며, N개의 AP는 $\mathbf{s}_i=[x_i,\ y_i,\ z_i]^\top$, $i=1,2,\cdots,N$로 정의된다.

그림 1과 같이 단말은 AP와 통신하여 RTT와 AoA를 측정하며, 단말과 i 번째 AP 사이의 RTT는 다음과 같다.

$$\mathrm{RTT}_i=\frac{t_i+t_j}{2}, \tag{1}$$

여기서, t_i는 i 번째 AP에게 전달하는 신호의 time delay이며, t_j는 AP로부터 전달받은 신호의 time delay이다. RTT를 이용한 단말과 i 번째 AP 사이의 거리 측정 모델은 다음과 같다.

$$r_i=\mathrm{RTT}_i\times c+n_i, \tag{2}$$

여기서, c는 빛의 속도를 의미하며 $n_i\sim N\left(0,\sigma_{n_i}^2\right)$는 가우시안 백색 잡음, $\sigma_{n_i}^2$는 RTT 측정값 오차의 분산이다. AoA는 측정값으로 방위각 θ와 고도 ϕ를 사용하며, 다음과 같이 계산한다.

$$\theta_i=\arctan\left(\frac{y-y_i}{x-x_i}\right)+m_i, \tag{3}$$

$$\phi_i=\arccos\left(\frac{z-z_i}{r_i}\right)+v_i, \tag{4}$$

여기서, $m_i\sim N\left(0,\sigma_{m_i}^2\right)$, $v_i\sim N\left(0,\sigma_{v_i}^2\right)$는 RTT의 경우와 같이 가우시안 백색 잡음이며 $\sigma_{m_i}^2$와 $\sigma_{v_i}^2$는 AoA 측정값 오차의 분산이다.

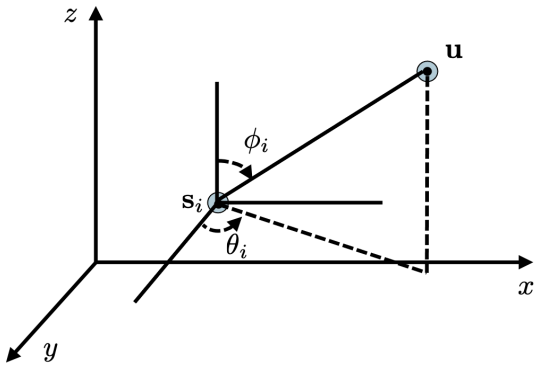

그림 1. 3차원 환경에서의 단말과 AP 위치

3. RTT/AoA를 이용한 LS 알고리즘

LS는 근사적으로 구하려는 해와 실제 해의 오차의 제곱의 합이 최소가 되는 해를 구하는 방법이다. 일반적인 수학적 도구로서 수치해석, 회귀분석, 영상처리 등 다양한 분야에서 활용될 수 있으며. 본 논문에서는 RTT/AoA 측정값을 기반으로 위치를 추정하는 데 사용된다.

RTT의 측정값 r_i와 AoA 측정값 θ_i, ϕ_i를 이용하여 단말의 위치를 추정할 수 있다. $x_i^2+y_i^2=K_i$라 가정할 때, (2)로부터 다음 식으로 유도된다.

$$2(x_i-x_1)x+2(y_i-y_1)y=K_i-K_1+r_1^2-r_i^2, \tag{5}$$

(2), (3), (4), (5)를 결합하여 최소 제곱 행렬과 열벡터를 계산할 수 있다.

$$\mathbf{G}=\begin{bmatrix}2(x_2-x_1) & 2(y_2-y_1)\\ \vdots & \vdots\\ 2(x_M-x_1) & 2(y_M-y_1)\\ \sin\theta\cos\phi & \sin\theta\sin\phi\end{bmatrix},\quad \mathbf{h}=\begin{bmatrix}K_2-K_1+r_1^2-r_2^2\\ \vdots\\ K_M-K_1+r_i^2-r_M^2\\ x_1\sin\theta-y_1\cos\theta\end{bmatrix}, \tag{6}$$

위 행렬을 pseudo inverse 행렬 형태로 변환하여 단말의 위치를 다음과 같이 추정한다.

$$\hat{\mathbf{p}}=(\mathbf{G}^\top\mathbf{G})^{-1}\mathbf{G}\mathbf{h}. \tag{8}$$

4. CRLB 분석

CRLB는 확률적으로 분포하는 데이터의 분산에 대한 이론적인 하한이다.

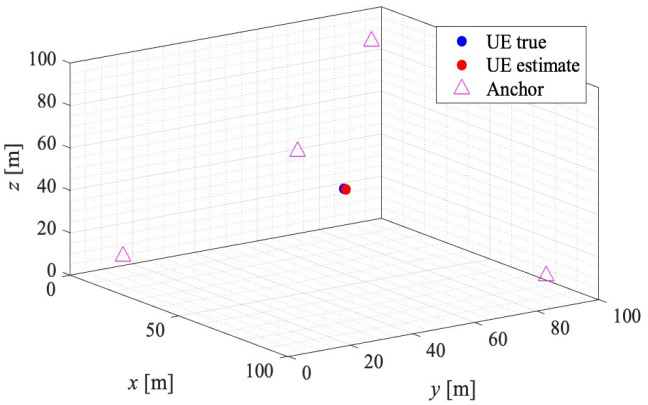

그림 2. LS 알고리즘 기반 UE 위치 추정 결과

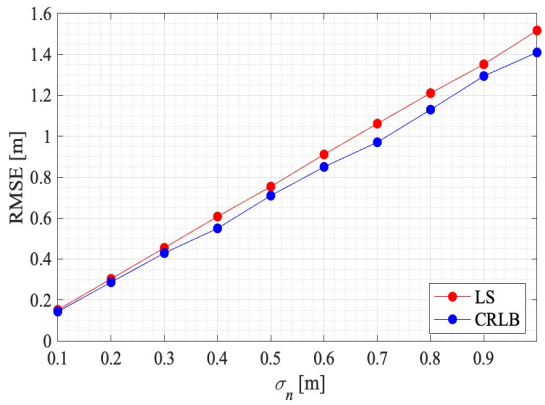

그림 3. RTT의 표준편차에 따른 RMSE 및 CRLB 분석 결과

본 논문에서는 [4]에서 제안된 CRLB 분석 방법을 사용한다.

이때, 각 AP에 대한 RTT와 AoA의 측정값을 $\mathbf{r}=[r_1,\cdots,r_M]^\top$, $\boldsymbol{\theta}=[\theta_1,\cdots,\theta_M]^\top$, $\boldsymbol{\phi}=[\theta_1,\cdots,\theta_M]^\top$와 같이 벡터로 저장한다. 측정값 벡터는 $\boldsymbol{z}=[\mathrm{r}^\top,\theta^\top,\phi^\top]^\top$이며, 측정값 벡터의 오차가 서로 독립적인 가우시안 랜덤 변수일 때 측정값 벡터 $\boldsymbol{z}$에 대한 조건부 확률밀도함수 $p(\mathbf{z};\mathbf{u})$는 아래 식을 만족한다.

$$E\left[\frac{\partial \ln p(\mathbf{z};\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}}\right]=0. \tag{9}$$

위의 조건을 만족할 때 FIM(Fisher information matrix)을 구할 수 있다. FIM은 모델의 매개변수가 변할 때 log-likelihood 함수 $\log p(\mathbf{z};\mathbf{u})$가 얼마나 민감하게 변하는지를 나타낸다. FIM $I(\mathbf{z})$은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$I(\mathbf{z})=-E\left[\frac{\partial^2 \ln p(\mathbf{z};\mathbf{u})}{\partial^2 \mathbf{u}}\right]. \tag{10}$$

측정값 벡터의 추정값은 $\hat{\boldsymbol{z}}=E[\boldsymbol{z}]$을 만족하며, FIM 행렬을 이용하여 추정값의 분산 $\mathrm{Var}(\hat{\mathbf{z}})$에 대한 식을 구할 수 있다.

$$\mathrm{Var}(\hat{\mathbf{z}}) \geq \frac{1}{-E\left[\frac{\partial^2 \ln p(\mathbf{z};\mathbf{u})}{\partial^2 \mathbf{u}}\right]}=\frac{1}{I(\mathbf{z})}. \tag{11}$$

추정값 벡터의 분산 $\mathrm{Var}(\hat{\mathbf{z}})$이 MVUE(minimum variance unbiased estimator)를 만족할 때 측정값 벡터의 CRLB를 구할 수 있다. 측정값 벡터 $\mathbf{z}$의 조건부 확률밀도함수를 이용하여 FIM 행렬을 계산할 수 있으며 $\mathrm{Var}(\hat{\mathbf{z}})$을 통해 CRLB를 구할 수 있다.

5. 시뮬레이션 환경 구성 및 결과

A. 시뮬레이션 환경 구성

본 논문에서는 100m × 100m × 100m 면적에서 4개의 AP가 UE의 위치를 추정하는 3차원 시뮬레이션 환경을 구성하였다. 각 AP는 $AP_1=[10,\ 10,\ 10]^\top$, $AP_2=[90,\ 10,\ 90]^\top$, $AP_3=[10,\ 90,\ 90]^\top$, $AP_4=[90,\ 90,\ 10]^\top$에 위치하며, UE는 $UE=[40,\ 60,\ 40]^\top$에 위치한다. AoA 측정값의 표준편차 $\sigma_{m_i}^2$와 $\sigma_{v_i}^2$는 각각 1°로 설정하였다. 10개의 각 RTT 측정값의 표준편차 σ_{n_i}마다 Monte-Carlo 방법을 활용하여 1,000회 수행하였으며 총 10,000회 수행하였다.

B. 시뮬레이션 결과 및 분석

그림 2는 RTT/AoA 측정값을 이용한 LS 기반 측위로 UE의 위치를 추정한 결과이다. 3개 이상의 AP가 삼변측량을 기반으로 RTT와 AoA의 측정값인 거리, 방위각, 고도의 정보를 활용하여 UE의 위치를 추정한 것을 확인할 수 있었다.

그림 3은 RTT의 표준편차가 증가할 때 Monte-Carlo 1,000회 수행에 따른 측위 성능을 RMSE와 CRLB를 이용하여 분석한 결과이다. CRLB 분석을 통해 RTT의 표준편차에 따른 LS 측위 기술의 성능을 수치화하였다. RTT의 표준편차가 증가함에 따라 CRLB와 RMSE의 차이가 점진적으로 증가하여 성능이 하락하는 것을 확인하였다.

6. 결론

본 논문에서는 RTT/AoA를 이용한 LS 기반 측위 알고리즘을 소개하고 CRLB를 이용하여 측위 성능의 이론적 하한을 분석했다. LS 기반 알고리즘의 측위 성능과 CRLB 분석을 위해 3차원 시뮬레이션 환경을 구성했다. 이를 통해 3차원 단말의 위치를 추정하고, RTT 오차의 표준편차 변화에 따른 이론적 하한을 분석하였다. RTT 측정 정보는 time of arrival 보다 비가시선 환경에 강한 특징으로 최근 5G 네트워크에서 주목받고 있음에 따라, RTT와 AoA를 사용하는 환경에서 CRLB 하한을 만족하는 측위 알고리즘 연구가 필요하다.

ACKNOWLEDGMENT

이 논문은 2024년도 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 정보통신기획평가원의 지원을 받아 수행된 연구임 (No. RS-2024-00337857, 5G 및 다중 GNSS 기반 긴급구조용 복합측위 기술 개발)

참 고 문 헌

[1] 임덕원, et al. “GPS 전파교란원 위치 추정을 위한 TDOA/AOA 복합 기법 설계.” *제어로봇시스템학회 논문지*, 2014.

[2] M. Dakkak, at al. “Indoor localization method based on RTT and AOA using corrdinates clustering.” *Comput. Netw.*, 2011.

[3] V. Y. Zhang, et al. “Hybrid TOA/AOA-based mobile localization with and without tracking in CDMA cellular networks.” in *Proc. IEEE Wirel. Commun. Netw. Conf. (WCNC)*, 2010.

[4] K. Yu, “3-D localization error analysis in wireless networks.” *IEEE Trans. Wirel. Commun.*, 2007.