

LEO-PNT 시스템 도플러 측정값을 이용한 확장칼만필터 기반 측위 알고리즘

이정행, 강정완 김선우

한양대학교 융합전자공학과

{arkiad2, rkdwjddhks77, remero}@hanyang.ac.kr

Extended Kalman Filter-Based Localization Algorithm with Doppler Measurements in LEO-PNT System

JeongHaeng Lee, Jeongwan Kang and Sunwoo Kim

Department of Electronic Engineering, Hanyang University

요약

본 논문은 LEO(Low Earth Orbit)-PNT (Positioning, Navigation, and Timing) 시스템에서 Starlink 위성의 도플러 측정값을 이용하여 확장칼만필터 기반 측위 알고리즘을 제안한다. LEO 위성의 빠른 이동성 때문에 속도 기반 측정값의 활용성이 중요하다. 제안 알고리즘은 위성의 위치 및 속도 정보를 통해 얻은 도플러 측정값을 EKF (extended Kalman filter)를 활용하여 수신기의 위치를 추정한다. 시뮬레이션을 통해 LEO-PNT 시나리오에서 도플러 측정값을 사용한 EKF 위치 추정 결과를 확인하였다. 위성 수에 따른 측위 오차에 대한 RMSE를 통하여 성능을 분석한다.

1. 서론

PNT (Positioning, Navigation, and Timing) 기술은 국방, 교통, 통신 등 다양한 분야에서 핵심적인 역할을 하고 있다. 대표적인 PNT 기술인 GNSS (Global Navigation Satellite Systems)의 한계를 극복하기 위해 저궤도 (Low Earth Orbit) 위성을 활용한 LEO-PNT 시스템이 주목받고 있다[1]. 기존 연구에서는 LEO-PNT 시스템에서 도플러 기반 위치 측위에 대한 다양한 접근 방식을 제안하였다. [2]에서는 GNSS와 유사한 항법 시스템을 위한 도플러 전용 point-solution 알고리즘을 제안하였다. [3]에서는 LEO-PNT에서 GNSS보다 높은 측위 성능을 제공할 수 있다는 것을 확인하였다. 본 논문은 LEO-PNT 시스템에서 TLE (Two Line Element) 파일을 통해 얻은 Starlink 위성 신호를 활용한다. 위성 신호로부터 얻은 도플러 측정값을 통해 EKF 기반 측위 성능을 시뮬레이션을 통해 확인한다. 또한, 위성 수에 따른 분석을 통해 향후 많은 수의 위성을 활용한다면 측위의 정확도를 향상시킬 것으로 예상된다.

2. 시스템 모델

본 논문에서는 L 개의 LEO 위성과 단일 수신기로 구성된 LEO-PNT 시스템을 고려한다. 그림 1과 같이 수신기는 $L \geq 1$ LEO 위성의 커버리지에 고정되어 있다고 가정한다. 3차원 좌표를 고려하며, 수신기의 위치 및 속도 벡터는 각각 $\mathbf{p} = [x, y, z]^T$, $\mathbf{v} = [v_x, v_y, v_z]^T$ 이며, ℓ 번째 위성의 위치 및 속도 벡터는 각각 $\mathbf{p}_\ell^s = [x_\ell^s, y_\ell^s, z_\ell^s]^T$, $\mathbf{v}_\ell^s = [v_{x,\ell}^s, v_{y,\ell}^s, v_{z,\ell}^s]^T$ 이다. 의사 거리 비율 $\dot{\rho}_\ell$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$\dot{\rho}_\ell = -\frac{c}{f_c} f_{D_\ell} \quad (1)$$

여기서, f_{D_ℓ} 는 ℓ 번째 LEO 위성에 대해 추정된 도플러이며, f_c 는 반송파 주파수이며 (1)을 미분하면 의사 거리 비율에 대한 등가 모델은 (2)와 같이 나타낼 수 있다.

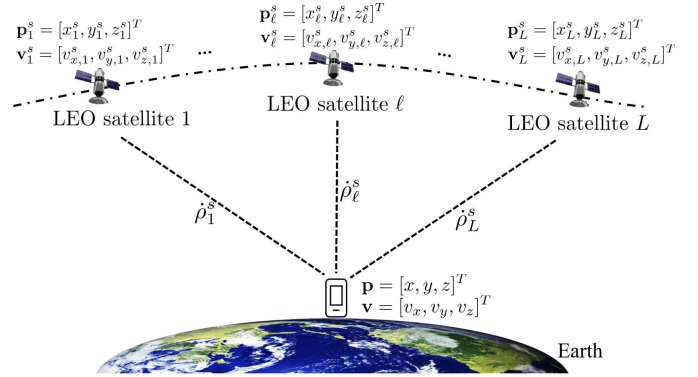


그림 1 LEO-PNT 시나리오

$$\dot{\rho}_\ell = \frac{\mathbf{v}_\ell^{sT} (\mathbf{p}_\ell^s - \mathbf{p})}{\|\mathbf{p}_\ell^s - \mathbf{p}\|} + c(\delta \dot{t}_r - \delta \dot{t}_s) + c\beta_\ell + n_\ell \quad (2)$$

여기서, $\dot{\rho}_\ell$ 은 의사 거리 비율, $\delta \dot{t}_r$, $\delta \dot{t}_s$ 는 각각 위성과 수신기의 clock drifts, β_ℓ 은 L 번째 위성의 이온층, 대류층 지연, n_ℓ 은 백색 가우시안 잡음이며 $CN(0, \sigma_n^2)$ 의 분포를 따른다. 전리층 및 대류권 지연의 변화는 위성 추정 속도의 오류에 비해 무시할 수 있다[4]. 따라서 $\{\beta_\ell\}_{\ell=1}^L$ 은 고려하지 않는다. 또한 수신기와 위성의 clock drift는 일정하다고 가정한다.

3. 도플러 측정값을 이용한 확장칼만필터 기반 측위 알고리즘

본 논문에서는 비선형 시스템에 적용 가능한 확장 칼만 필터(extended Kalman filter, EKF)를 사용한다. 다음은 k 번째 시간 슬롯에서 상태 벡터를 다음과 같이 정의한다.

$$\mathbf{s}[k] = [\mathbf{p}[k]^T, \mathbf{v}[k]^T]^T \in \mathbb{R}^6 \quad (2)$$

수신기의 속도는 짧은 시간동안 일정하다고 가정하여 상태 전이 모델을 활용하며, 상태 전이 모델과 측정 모델은 다음과 같다.

$$\mathbf{s}[k] = \mathbf{A} \mathbf{s}[k-1] + \mathbf{w}[k] \quad (3)$$

여기서, $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ 는 선형 모델 식 상태 전이 모델 사용하였으며, $\mathbf{w}[k] \sim \mathcal{CN}(0, \mathbf{Q}) \in \mathbb{R}^6$ 는 상태 전이 모델의 잡음이다.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \Delta t \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (4)$$

(4)의 Δt 는 두 개의 연속된 시간 단계 사이의 시간 기간을 의미하며, process 오차 공분산 $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{Q} = \sigma_q^2 \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{Q}} & \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{0}_{2 \times 2} \\ \mathbf{0}_{2 \times 2} & \bar{\mathbf{Q}} & \mathbf{0}_{2 \times 2} \\ \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{0}_{2 \times 2} & \bar{\mathbf{Q}} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$\text{where } \bar{\mathbf{Q}} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta t^3}{3} & \frac{\Delta t^3}{2} \\ \frac{\Delta t^3}{2} & \Delta t \end{bmatrix}$$

(5)에서 σ_q^2 는 측정 오차 분산을 의미하며, 도플러로부터 도출한 ℓ 번째 LEO 위성의 의사 거리 비율 측정값은 (6)과 같다.

$$\mathbf{z}_\ell[k] \triangleq f(\mathbf{p}[k] | \mathbf{p}_\ell^s[k], \mathbf{v}_\ell^s[k]) + n_\ell[k] \quad (6)$$

여기서, $f(\cdot)$ 는 상태 변수의 비선형 함수이며, 도플러 측정값 $\mathbf{z}[k]$ 를 자코비안으로 행렬 $\mathbf{H}[k] = [\mathbf{h}_1[k], \mathbf{h}_2[k], \dots, \mathbf{h}_L[k]]$ 를 구하여 선형화된 측정 모델을 생성한다.

$$\mathbf{h}_\ell[k] = \frac{\partial f(\mathbf{x}[k], \mathbf{p}_\ell^s)}{\partial \mathbf{x}} \quad (6)$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{x}}[k|k-1], \mathbf{p}_\ell^s[k] = \hat{\mathbf{p}}_\ell^s[k], \mathbf{v}_\ell^s[k] = \hat{\mathbf{v}}_\ell^s[k]$$

이전 상태에 대한 오차 공분산을 예측하면 (7)과 같다.

$$\mathbf{P}[k+1|k] = \mathbf{P}[k] + \mathbf{Q} \quad (7)$$

칼만 이득(Kalman gain) \mathbf{G} 을 구하기 위해 (8)를 사용한다.

$$\mathbf{G}[k] = \mathbf{P}[k|k-1] \mathbf{H}[k]^T [\mathbf{S}[k]]^{-1} \text{ where,} \quad (8)$$

$$\mathbf{S}[k] = \mathbf{H}[k] \mathbf{P}[k|k-1] \mathbf{H}[k]^T + \mathbf{R}[k]$$

(8)에서 구해진 칼만 이득 \mathbf{G} 를 이용하여 (9)과 같이 k 번째 예측된 상태 $\hat{\mathbf{x}}[k]$ 를 계산하고 이전 상태에 대한 오차 공분산 $\mathbf{P}[k]$ 를 계산한다.

$$\hat{\mathbf{x}}[k] = \hat{\mathbf{x}}[k|k-1] + \mathbf{G}(\mathbf{z}[k] - \hat{\mathbf{z}}[k]) \quad (9)$$

$$\mathbf{P}[k] = (\mathbf{I} - \mathbf{G}[k] \mathbf{H}[k]) \mathbf{P}[k|k-1]$$

4. 시뮬레이션 결과 분석

LEO 위성의 위치와 속도는 TLE (two-line element) 파일을 사용하여 생성하였다. 중심 주파수 f_c 는 11.325 GHz로 설정하였다. clock drift $\hat{\delta}$ 는 $[-50, 50]$ m/s의 균일하게 분포된 난수로 시뮬레이션하였다. LEO-PNT 시나리오에서 Doppler 측정값을 사용한 시뮬레이션 결과를 확인하였으며, 그림 2는 위성 수에 따른 EKF 기반 측위 오차에 대한 RMSE 결과이다. (a)는 위성의 수가 32일 때, 약 3 m의 오차를 가지며, (b)는 16일 때는 약 9 m 오차를 가지는 것을 확인하였다. 위성의 수가 많을수록 오차의 수치가 작아짐을 확인할 수 있다.

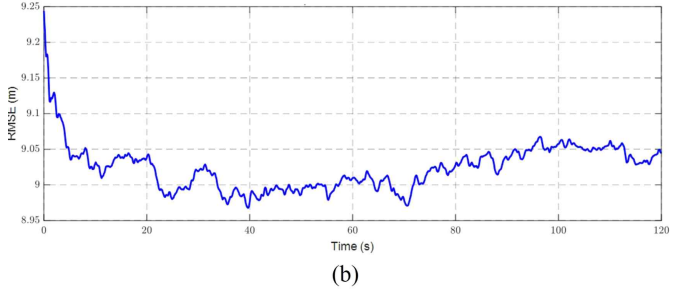
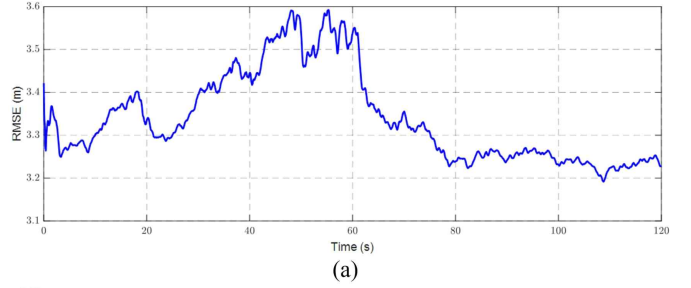


그림 2 위성 수에 따른 측위 오차에 대한 RMSE 결과

(a) $L = 32$, (b) $L = 16$

5. 결론

본 논문은 LEO-PNT 시스템의 위치 오차를 도플러 측정값을 사용한 EKF를 통하여 도출하였다. 시뮬레이션을 통하여 LEO-PNT 시나리오에서 많은 수의 위성을 활용한다면 더 정밀한 측위가 가능함을 확인하였다. 향후 실제적인 LEO 위성을 통한 측위 연구 및 다른 PNT 모델을 통한 측위 성능 분석이 필요하다.

ACKNOWLEDGMENT

이 성과는 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (No. NRF-2023R1A2C3002890).

참고 문헌

- [1] F. S. Prol et. al., "Position, navigation, and timing (PNT) through low earth orbit (LEO) satellites: A survey on current status, challenges, and opportunities," *IEEE Access*, vol. 10, pp. 83, 2022.
- [2] Chuang Shi, et. al., "Revisiting Doppler positioning performance with LEO satellites," *GPS Solutions* 27.3 (2023): 126.
- [3] J. Kang, et al. "Fundamental Performance Bounds for Carrier Phase Positioning in LEO-PNT Systems," *ICASSP 2024-2024 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, 2024.
- [4] F. Kunzi and O. Montenbruck, "Precise onboard timesynchronization for LEO satellites," *NAVIGATION: Journal of the Institute of Navigation*, vol. 69, no. 3, 2022.