

# 지능형 반사표면 위상 매핑 시스템을 위한 Lloyd 알고리즘 기반 테셀레이션 설계

김재홍, 정진곤\*

중앙대학교 전자전기공학과

{kjhct9606; jgjong}@cau.ac.kr

## Lloyd Algorithm-Based Tessellation Design for Intelligent Reflecting Surface Phase Mapping Systems

Jaehong Kim, Jington Jounng\*

Department of Electrical and Electronics Engineering, Chung-Ang University

### 요약

최근, 지능형 반사표면(IRS: intelligent reflecting surface) 위상제어를 위한 오버헤드를 효과적으로 낮출 수 있는 IRS 위상 매핑 시스템이 제안되었다. IRS 위상 매핑 시스템에선 서비스 커버리지를 테셀레이션 형태에 여러 구역으로 나누어, 각 구역에 해당하는 최적 IRS 위상 제어 벡터를 위상 맵에 저장한다. 이후, IRS는 사용자 단말이 속한 구역 인덱스를 피드백 받고, 이에 해당하는 맵에 저장된 값들로 위상을 제어한다. 본 연구에서는 이러한 IRS 위상 매핑 시스템을 위한 최적 테셀레이션을 설계한다. 평균 수신 신호 대 잡음비(SNR: signal-to-noise ratio)를 최대화하는 테셀레이션 설계는 각 구역 대표점과 사용자 단말 사이 평균 거리를 최소화하는 벡터 양자화 문제로 변형할 수 있다. 이로써, 벡터 양자화에 널리 쓰이는 Lloyd 알고리즘을 써, 평균 수신 SNR을 향상하는 테셀레이션을 제안한다. 사용자 단말과 대표점 사이 거리 지표로 코사인 거리를 사용하여 설계한 Lloyd 알고리즘 기반 테셀레이션이 유클리드 거리를 사용한 테셀레이션 대비 높은 평균 수신 SNR을 얻음을 실험적으로 확인하였다.

### I. 서론

기존 채널 추정 기반 지능형 반사표면(IRS: intelligent reflecting surface) 위상 제어 방식이 갖는 높은 오버헤드를 줄이기 위해, IRS 위상 매핑 기법이 제안되었다 [1]. IRS 위상 매핑 기법에선 주어진 커버리지를  $K$ 개 구역으로 나누며, IRS는 각 구역에 해당하는 최적 IRS 위상 제어 벡터를 미리 계산하여 구성된 IRS 위상 맵을 메모리에 저장한다. 이후, IRS는 사용자 단말이 피드백한 구역 인덱스  $k$ 를 저장한 IRS 위상 맵과 대응하여 반사 빔을 형성한다. 다만, [1]에선 커버리지를 균일한 사각 테셀레이션(tessellation) 형태인 그리드(grid)로 나누었으며, IRS 위상 매핑 기법을 위한 최적 테셀레이션 설계는 연구된 바 없다. 본 연구에선, 사용자 단말이 얻는 평균 수신 신호 대 잡음비(SNR: signal-to-noise ratio)를 최대화하기 위해, Lloyd 알고리즘을 기반으로 설계한 테셀레이션을 제안한다. 모의실험 결과, 코사인 거리를 사용한 Lloyd 알고리즘 기반 테셀레이션이 기존 사각 테셀레이션 대비 높은 수신 SNR을 얻음을 확인하였다.

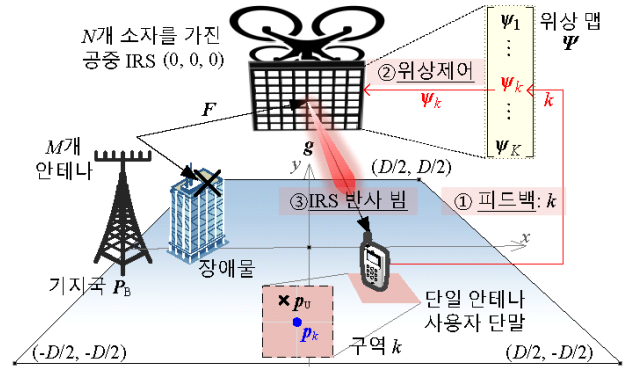


그림 1.  $D \times Dm^2$  커버리지 내 사용자 단말을 지원하는 공중 IRS 위상 매핑 시스템 모델.

### II. 시스템 및 채널 모델

그림 1과 같이,  $M$ 개 안테나를 갖는 기지국과 단일 안테나 사용자 단말 사이에 장애물로 인해 통신 링크가 소실되었을 때,  $N$ 개 반사 소자를 갖는 공중 IRS를 배치하여 가시선 통신 링크를 구축하는 시나리오를 고려한다. 이때, 통신 커버리지는  $\mathbb{D} = \{(x, y) | -D/2 \leq x, y \leq D/2\}$ 이며, 고도  $h_R$ 인 공중 IRS를 커버리지 중앙에 배치한다. IRS에 대한 기지국과 사용자 단말의 위치는 각각  $\mathbf{p}_B = [x_B, y_B, 10 - h_R]^T$ 와  $\mathbf{p}_U = [x_U, y_U, -h_R]^T$ 로 나타내며,  $(x_U, y_U) \in \mathbb{D}$ 이다. 기지국-IRS 채널  $\mathbf{F}$ 와 IRS-사용자 단말 사이 채널  $\mathbf{g}$ 는 각각 다음과 같이 쓸 수 있다 [2]:

$$\mathbf{F} = \sqrt{\eta_f} e^{-j2\pi d_B/\lambda} \mathbf{a}_R(\mathbf{p}_B) \mathbf{a}_B^H(\mathbf{p}_B) \in \mathbb{C}^{N \times M}, \quad (1a)$$

$$\mathbf{g} = \sqrt{\eta_g} e^{-j2\pi d_U/\lambda} \mathbf{a}_R(\mathbf{p}_U) \in \mathbb{C}^{N \times 1}. \quad (1a)$$

이때,  $d_B$ 와  $d_U$ 는 각각 기지국에서 IRS, 그리고 IRS에서 사용자 단말까지 거리를 의미하며,  $\eta_f$ 와  $\eta_g$ 는 각 채널에 경로 손실이다.  $\mathbf{a}_B(\mathbf{p}) \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 은 균등 선형 배열을 갖는 기지국에 대한 조향 벡터이며,  $\mathbf{a}_R(\mathbf{p}) \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 은 균등 평면 배열을 갖는 IRS에 대한 조향 벡터이다. 자세한 조향 벡터 모델은 [2]에서 확인할 수 있다.

기지국이 송신 전력  $P$ 로 심볼  $s$ 를 전송할 때 (즉,  $\mathbf{E}[|s|^2] = P$ ), 사용자 단말이 수신한 신호는  $y = \mathbf{g}^H \text{diag}(\boldsymbol{\psi}) \mathbf{F} \mathbf{w} x + n$ 이다. 이때,  $n$ 은 평균이 0이며 분산이  $\sigma^2$ 인 덧셈곱 백색 잡음이며,  $\boldsymbol{\psi} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 과  $\mathbf{w} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 은 각각 IRS 위상 제어 벡터와 기지국 빔포밍 벡터이다. 기지국이 maximum ratio transmission으로 빔포밍을 수행할 때 (즉,  $\mathbf{w} = \mathbf{F}^H \text{diag}(\boldsymbol{\psi})^H \mathbf{g} / \|\mathbf{F}^H \text{diag}(\boldsymbol{\psi})^H \mathbf{g}\|$ ), 수신 SNR은 다음과 같이 유도할 수 있다:

$$\text{SNR} = \eta_f \eta_g \sigma^{-2} P M \left| \mathbf{a}_R(\mathbf{p}_U)^H \text{diag}(\boldsymbol{\psi}) \mathbf{a}_R(\mathbf{p}_B) \right|^2. \quad (2)$$

### III. Lloyd 알고리즘 기반 테셀레이션 설계

IRS 위상 매핑 시스템에선 테셀레이션을 구성하는 구역마다 대표점을 하나씩 설정한다. IRS는 사용자 단말이  $k$ 째 구역 대표점 위치인  $\mathbf{p}_k$ 에 있을 때 최대 수신 SNR을 얻는 IRS 위상제어 벡터  $\boldsymbol{\psi}_k \in \mathbb{C}^{N \times K}$ 를 미리 계산하며, 이를 위상 맵  $\boldsymbol{\Psi} = [\boldsymbol{\psi}_1 \cdots \boldsymbol{\psi}_K] \in \mathbb{C}^{N \times K}$ 에 저장한다. 이후, 사용자 단말은 외부 측위 기술을 통해 자신이 속한 구역 인덱스  $k$ 를 IRS로 피드백하고, IRS는 이를 써 위상제어 벡터  $\boldsymbol{\psi}_k$ 로 반사 빔을 형성한다.

본 연구에선, 커버리지 내 모든 사용자 단말이 얻는 평균 수신 SNR을 최대화하기 위한 테셀레이션을 설계한다. (2)에 따라,  $k$ 째 구역 대표점에 대한 최적 IRS 위상제어 벡터는 다음과 같이 유도할 수 있다:

$$\boldsymbol{\psi}_k = \mathbf{a}_R(\mathbf{p}_k) \odot \mathbf{a}_R(\mathbf{p}_B)^* \quad (3)$$

여기서,  $\odot$ 는 요소별 곱셈 연산자이다. (3)을 (2)에 대입하면, 수신 SNR은  $\eta_r \eta_g \sigma^{-2} PM \left| \mathbf{a}_R(\mathbf{p}_U)^H \mathbf{a}_R(\mathbf{p}_B) \right|^2$ 과 같으며, 이는 사용자 단말과 대표점 위치가 일치할 때 최대값  $\eta_r \eta_g \sigma^{-2} PMN^2$ 이 되며, 사용자 단말과 대표점 사이 거리가 멀어질수록 감소함을 알 수 있다. 따라서, IRS 위상 매핑을 위한 테셀레이션 설계는 사용자 단말과 대표점 사이 거리인  $D(\mathbf{p}_k, \mathbf{p}_U)$ 의 평균을 최소화하는 벡터 양자화 문제로 변형할 수 있다.

이때, 다음과 같이 최적 대표점  $\mathbf{p}_k^*$ 과 이에 대응하는 구역 집합  $\mathbb{P}_k^*$ 를 구하는 테셀레이션 설계 문제를 세운다 [3]:

$$\{\mathbf{p}_k^*, \mathbb{P}_k^*\} = \arg \min_{\mathbf{p}_k, \mathbb{P}_k} \sum_{k=1}^K \int_{\mathbf{p}_U \in \mathbb{P}_k} D(\mathbf{p}_k, \mathbf{p}_U) f_{\mathbf{p}}(\mathbf{p}_U) d\mathbf{p}_U \quad (4)$$

여기서,  $\mathbb{P}_k$ 는 구역  $k$ 에 속하는 모든 사용자 단말 위치의 집합으로  $\bigcup_{k=1}^K \mathbb{P}_k = \mathbb{D}$ ,  $\bigcap_{k=1}^K \mathbb{P}_k = \emptyset$ 을 만족한다.  $f_{\mathbf{p}}(\mathbf{p}_U)$ 는 사용자 단말 위치 분포를 나타내는 확률 밀도 함수이다. 문제 (4)는 주어진 대표점  $\mathbf{p}_k$ 에 대해 최적 집합  $\mathbb{P}_k$ 를 구한 후, 다시 주어진  $\mathbb{P}_k$ 에 대해 최적 대표점  $\mathbf{p}_k$ 를 반복적으로 구하는 Lloyd 알고리즘으로 준 최적인 해를 구할 수 있다 [3]. IRS는 구한  $\mathbf{p}_k^*$ 를 (3)에 대입하여 최적  $\boldsymbol{\psi}_k$ 를 얻고 위상 맵  $\boldsymbol{\Psi}$ 를 구성한다.

### IV. 모의실험 결과

본 연구에서 고려하는 두 가지 거리 지표  $D(\mathbf{p}_k, \mathbf{p}_U)$ 는 다음과 같다:

$$\text{코사인 거리: } 1 - \mathbf{p}_k^T \mathbf{p}_U / (\|\mathbf{p}_k\| \|\mathbf{p}_U\|), \text{ 유클리드 거리: } \|\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_U\|.$$

한편, 유클리드 거리를 적용한 Lloyd 알고리즘 기반 테셀레이션 설계에선, 모든 대표점이 각 구역 무게중심과 일치하는 centroidal Voronoi tessellation(CVT)이 되며, 초기  $\mathbf{p}_k$ 에 따라 다양한 CVT가 형성될 수 있다 [4]. 이에 본 연구에선 그림 2에 보인 바와 같이 대표적인 CVT인 정삼각, 정사각, 그리고 정육각 테셀레이션에 대한 평균 수신 SNR을 비교한다. 추가로, 이차원 균등분포로 대표점을 정한 무작위 Voronoi 테셀레이션을 비교 기법으로 제시한다.

그림 3에선, 설계한 여러 테셀레이션을 활용하여 얻는 IRS 위상 매핑 기법 평균 수신 SNR을 비교하였다. 모의실험에 고려한 커버리지는  $300 \times 300 \text{ m}^2$ 이며, 공중 IRS 고도는 100 m이다. 또한, IRS 소자 수  $N=100$ , 송신전력  $P=30 \text{ dBm}$ 이다. 모의실험 결과, 고려하는 전체 구역 수  $K$ 가

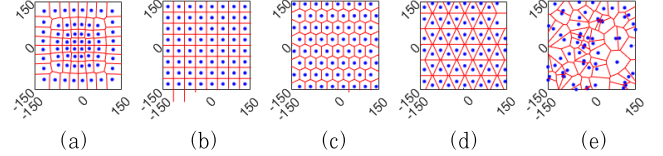


그림 2. 테셀레이션 설계 예시 (파란 점: 대표점,  $K=64$ ,  $D=300$ ). (a) 코사인 거리 기반, (b)-(d) 유클리드 거리 기반 (왼쪽부터) 사각, 육각, 삼각 테셀레이션, (e) 무작위 Voronoi 테셀레이션.

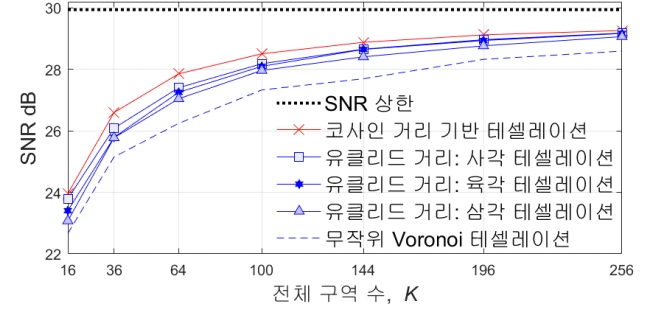


그림 3. IRS 위상 매핑 기법이 얻는  $K$ 에 대한 평균 수신 SNR 비교. ( $D=300$ ,  $h_R=100 \text{ m}$ ,  $N=100$ ,  $P=30 \text{ dBm}$ )

증가함에 따라, 수신 SNR이 증가하며 SNR 상한 (즉,  $\eta_r \eta_g \sigma^{-2} PMN^2$ )에 가까워짐을 확인할 수 있다. 또한, 모든  $K$ 에 대해, 코사인 거리 기반 테셀레이션이 유클리드 거리 기반 테셀레이션보다 높은 SNR 성능을 얻음을 확인할 수 있었다. 한편, 유클리드 거리 기반 테셀레이션 중, [1]에서 활용한 사각 테셀레이션이 다른 테셀레이션을 모두 능가함을 확인하였다.

### V. 결론

본 연구에선 IRS 위상 매핑 기법을 위한 Lloyd 알고리즘 기반 테셀레이션을 제안하였다. 주어진 커버리지 내에서 사용자 단말이 얻는 평균 수신 SNR을 최대화하는 테셀레이션 설계는, 사용자 단말과 대표점 사이 평균 거리를 최소화하는 벡터 양자화 문제로 변형할 수 있어, Lloyd 알고리즘 기반 테셀레이션 설계가 가능하다. 모의실험 결과, 코사인 거리를 거리 지표로 설정하여 얻은 테셀레이션이 유클리드 거리 지표로 얻은 테셀레이션보다 높은 평균 수신 SNR을 얻음을 확인하였다.

### ACKNOWLEDGMENT

이 논문은 과학기술정보통신부의 재원으로 한국연구재단의 지원(2022R1A2C1003750)과 정보통신기획평가원의 지원(2021-0-00874, 시공간 선 부호 기반 차세대 무선 접속 기술 개발, 30%; 2022-0-00635, 28GHz 대역/특화망대역/NR-U 대역을 지원하는 5G 산업용 단말 기술 개발, 20%)을 받아 수행된 연구임.

### 참고 문헌

- [1] J. Kim and J. Joung, "시공간 선 부호 시스템을 위한 격자 기반 IRS 위상 할당 기법," *J-KICS*, vol. 47, no. 10, pp. 1457-1467, Jul. 2022.
- [2] H. Lu et al., "Aerial intelligent reflecting surface: Joint placement and passive beamforming design with 3D beam flattening," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 20, no. 7, pp. 4128-4143, Jul. 2021.
- [3] A. Gersho and R. M. Gray, *Vector Quantization and Signal Compression*, vol. 159, Boston, MA, USA: Springer, 1992.
- [4] Q. Du et al., "Centroidal voronoi tessellations: Applications and algorithms," *SIAM Rev.*, vol. 41, no. 4, pp. 637-676, 1999.