

# LDPC 부호의 사이클 분포를 고려한 정규화된 최소합 알고리즘

곽웅신, 김재원

경상국립대학교

kwakws@gnu.ac.kr, jaewon07.kim@gnu.ac.kr

## Normalized Min-Sum Algorithm Considering Cycle Distrubution of LDPC code

Woong-Shin Kwak, Jae-Won Kim

Gyeongsang National Univ.

### 요 약

본 논문은 저밀도 패리티 검사(low-density parity check, LDPC) 부호의 간소화된 복호 방식인 정규화된 최소합(normalized min-sum) 알고리즘의 정규화 계수를 사이클(cycle) 분포에 따라 차등 적용하는 방법을 제안한다. 제안한 방식은 사이클이 주로 분포하는 변수 노드의 로그 우도 비(log-likelihood ratio, LLR)가 검사 노드 갱신 과정에 사용될 경우 낮은 정규화 계수를 적용하여 사이클의 영향을 최소화함으로써 성능을 개선하고자 한다. 기존 알고리즘과의 프레임 오류율(frame error rate, FER)을 비교하여 제안한 방식의 효과를 분석한다.

### I. 서 론

저밀도 패리티 검사 (low-density parity-check, LDPC) 부호는 로그 우도 비(log-likelihood ratio, LLR)를 활용한 반복 복호 방식인 합곱 알고리즘(sum-product algorithm, SPA)을 통해 우수한 오류 정정 성능을 보이며 최신 통신 표준과 저장 매체의 신뢰성 있는 데이터 전송과 효율적인 오류 정정을 위해 채택되었다[1]. SPA의 높은 계산 복잡도는 실시간 응용 및 하드웨어 구현에 어려움을 초래하며, 이를 해결하기 위해 정규화된 최소합(normalized min-sum, NMS) 알고리즘이 대안적인 복호화 방법으로 제안되었다[2]. NMS 알고리즘은 SPA를 근사화하여 검사 노드(check node, CN)의 갱신 과정을 단순화하고 정규화 계수의 도입은 복호 성능 저하를 최소화하면서 계산 복잡도를 크게 줄일 수 있다.

초저지연과 높은 대역폭을 요구하는 최신 통신 시스템에서는 짧은 길이의 저밀도 패리티 검사 부호가 요구된다. 짧은 길이의 패리티 검사 행렬은 테너(Tanner) 그래프에서 필연적으로 사이클(cycle)을 발생시키게 되며, 사이클은 반복 복호 과정에서 수렴을 방해하여 오류 정정 성능을 저하시킨다. 이에 본 논문에서는 [3]에서 제안한 저밀도 패리티 검사 부호의 테너 그래프에서 발생하는 사이클을 효율적으로 계산하는 parallel vector message passing (PMP) 알고리즘을 활용하여 사이클의 분포를 확인한다. 확인된 사이클 분포를 고려하여, NMS 알고리즘의 정규화 계수를 차등 적용하는 방식을 제안한다.

### II. 본 론

#### 1. 시스템 모델

저밀도 패리티 검사 부호의 부호기를 통해 부호화된 이진 비트들은 이진 위상 천이(binary phase shift keying, BPSK) 변조기를 통과하여  $x_j \in \{+1, -1\}$ 으로 맵핑 된다. 가산성 백색 가우시안 잡음(additive white Gaussian noise, AWGN) 채널을 통과하여 수신된 신호  $y_j$ 는

$$y_j = x_j + n_j \quad (1)$$

으로 나타낼 수 있다.  $n_j$ 는 평균은 0, 분산  $\sigma^2 = N_0/2$ 를 따르는 가우시안 잡음을 나타낸다. 수신된 신호  $y_j$ 는 복조기를 통과하여 LLR로 계산되며 연관정 복호기인 NMS 알고리즘을 통해 복호가 진행된다.

#### 2. 제안하는 NMS 알고리즘

SPA의 높은 계산 복잡도 문제를 해결하기 위해 도입된 NMS 알고리즘의 연산 과정은 다음과 같다.

Step 1) 채널 초기화 단계: AWGN 채널을 통과하여 수신된 신호  $y_j$ 가 복조기를 통해 다음과 같은 초기 채널 LLR  $L_j^{t=0}$ 로 계산되며, 반복 복호 수  $t$ 는 0으로 초기화 한다.

$$L_j^0 = \ln \frac{\Pr(x_j = +1|y_j)}{\Pr(x_j = -1|y_j)} = \frac{2}{\sigma^2} y_j. \quad (2)$$

Step 2) 검사 노드 갱신 단계:  $t$ 번째 반복 복호 수에서  $i$ 번째 검사 노드는 연결 관계에 있는  $j$ 번째 변수 노드(variable node, VN)로 다음의 메시지를 전송한다.

$$L_{ij}^{(t)} = \alpha_j \left( \prod_{j' \in N(i) \setminus j} \text{sgn}(Z_{ij'}^{(t-1)}) \right) \min_{j' \in N(i) \setminus j} |Z_{ij'}^{(t-1)}|, \quad (3)$$

여기서,  $N(i)$ 는  $i$ 번째 검사 노드와 연결되어 있는 변수 노드의 집합을 나타내며,  $Z_{ij'}^{(t-1)}$ 은  $j$ 번째 변수 노드를 제외한 변수 노드의 메시지를 나타내며,  $\alpha_j$ 는  $j'$ 번째 변수 노드의 LLR 값이 최소값으로 선택되면 적용하는 NMS 알고리즘의 정규화 계수이다.

Step 3) 변수 노드 연산 단계:  $t$ 번째 반복 복호 수에서  $j$ 번째 변수 노드는 연결 관계에 있는 검사 노드에서 전달 받은 메시지  $L_{ij}^{(t)}$ 와 초기 채널 LLR인  $L_j^0$ 를 통해 다음의 연산 과정을 진행한다.

$$Z_{ij}^{(t)} = L_j^{(0)} + \sum_{i' \in M(j) \setminus i} L_{i'j}^{(t)}, \quad (4)$$

여기서,  $M(j)$ 는  $j$ 번째 변수 노드와 연결되어 있는 검사 노드의 집합을 나타낸다.

Step 4) 강판정 및 복호 중단 검사 단계: LLR을 기반으로 강판정된 메시지가 패리티 행렬 검사식을 만족하면 반복 복호를 중단하고, 만족하지 않으면  $t$ 를 1 증가시켜 설정한 최대 반복 복호 수까지 Step 2) ~ 4)를 반복한다.

정규화 계수가 검사 노드 갱신 단계에서 하나의 값으로 고정되어 계산되는 기존 NMS 알고리즘과는 달리 본 논문에서 제안하는 NMS 알고리즘은 주어진 Tanner 그래프의 사이클 분포를 계산하는 PMP 알고리즘을 활용하여 패리티 검사 행렬의 변수 노드에 생성된 사이클 분포를 확인한다. 검사 노드 갱신 단계에서 사이클이 많이 분포하는 변수 노드의 메시지가 최소값으로 선택되면 낮은 정규화 계수를 활용하는 방법을 적용한다. 낮은 정규화 계수의 활용을 통해 해당 메시지의 신뢰도를 낮추어 사이클의 영향을 최소화하고자 한다.

### 3. 시뮬레이션 결과

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 3 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

식 (5)는 본 논문의 시뮬레이션에서 사용한 부호율(code-rate)이 0.5인 프로토그래프(protograph)의 기본 행렬이다. 해당 프로토그래프는 protograph extrinsic information transfer(PEXIT) 분석 알고리즘[4]을 통해 AWGN 채널에서 최대 반복 복호 수 100으로 설정하여  $E_b/N_0$  기준 복호 임계값(decoding threshold) 0.5dB를 갖는다. 저밀도 패리티 검사 부호는 식 (5)의 프로토그래프를 부호어 길이 512로 리프팅(lifting)한다. 해당 저밀도 패리티 검사 부호를 기존의 NMS 알고리즘과 제안한 NMS 알고리즘을 활용하여 복호한 후 프레임 오류율(frame error rate, FER) 성능을 비교한다. 그림 1은 시뮬레이션에서 사용한 패리티 검사 행렬의 사이클의 개수를 PMP 알고리즘을 통해 계산한 결과를 나타낸다. 리프팅에 사용한 quasi-cyclic progressive edge-growth(QC-PEG) 알고리즘의 로컬 탐욕적(greedy) 성질에 의해 후 순위로 리프팅된 449번째 변수 노드부터 사이클의 수가 크게 증가하는 것을 알 수 있다. 따라서 제안한 알고리즘의 낮은 정규화 계수가 적용되는 변수 노드는 449번째 변수 노드부터 64개의 변수 노드로 설정하였다. 그림 2는 최대 반복 복호수를 100으로 설정하여 기존 NMS 알고리즘과 제안한 NMS 알고리즘의 FER을 비교한 그래프이다. 먼저 기존 NMS 알고리즘의 최적화된 정규화 계수를 찾기 위해  $\alpha_j = 0.55, 0.85, 0.90$ 으로 설정하여 FER 성능 비교를 진행하였다. 프레임 오류 개수 400개에서의 성능 결과를 통해 최적의 정규화 계수( $\alpha_j = 0.85$ )를 선택하였다. 그림 1의 결과를 바탕으로 후 순위에 있는 64개의 변수 노드의 정규화 계수를 조절하여 사이클에 의한 영향을 비교하기 위해 최적의 정규화 계수와 차이가 많은 값을 선정하여 시뮬레이션을 진행하였다. 다시 그림 2의 FER 성능 결과를 확인해 보면 사이클이 많이 분포하는 후 순위에 위치한 변수 노드의 LLR 값이 검사 노드 갱신 단계에서 최소값으로 선택될 경우 높은 정규화 계수를 적용한 FER 곡선(그림 2의 Proposed(0.85/0.90))과 낮은 정규화 계수를 적용한 FER 곡선(그림 2의 Proposed(0.85/0.55))을 비교하면 제안한 방식대로 낮은 정규화 계수를 적용한 알고리즘의 FER 성능이 우수한 것을 볼 수 있다. 또한, 기존 NMS 알고리즘처럼 정규화 계수를 고정한 방식들과 비교해도 FER 성능이 크게 개선된 것을 알 수 있다.

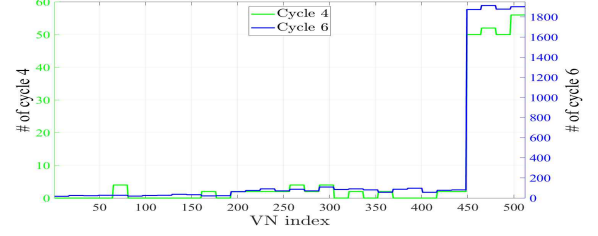


그림 1. PMP 알고리즘을 통해 계산한 변수 노드 별 사이클 4, 6의 개수

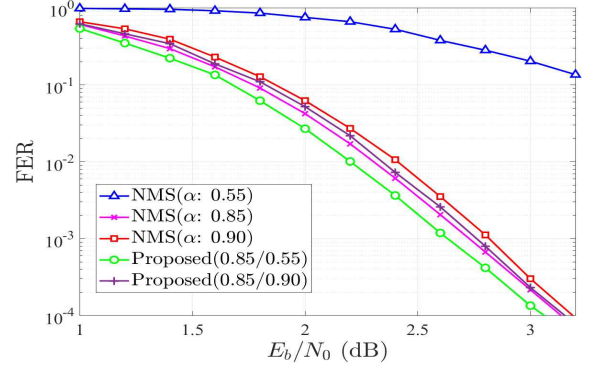


그림 2. 부호율 0.5, 최대 반복 복호 수 100에서 부호어 길이 512인 저밀도 패리티 검사 부호의 복호 방식에 따른 FER 성능

### III. 결론

본 논문에서는 저밀도 패리티 검사 부호의 NMS 알고리즘에서 패리티 검사 행렬에 발생한 사이클의 부정적인 영향을 최소화하기 정규화 계수를 차등 적용하는 방식의 NMS 알고리즘을 제안하였다. 하나의 정규화 계수를 적용하는 기존 알고리즘과 제안한 알고리즘에 대해 AWGN 채널에서 FER 성능을 비교한 결과 제안한 알고리즘의 성능이 우수함을 확인하였다. 제안한 알고리즘은 사이클로 인한 부정적인 영향을 최소화하고자 사이클이 많이 분포하는 변수 노드의 LLR 값이 검사 노드 갱신 단계에서 최소값으로 선택될 경우 정규화 계수를 조절하는 방식을 적용하였다.

### ACKNOWLEDGMENT

본 연구는 과학기술정보통신부 및 정보통신기획평가원의 ICT혁신인재4.0 사업의 연구결과로 수행되었음 (IITP-2024-RS-2022-00156409).

### 참고 문헌

- [1] H. Zhang and W. Tong, "Channel coding for 6G extreme connectivity-requirements, capabilities, and fundamental tradeoffs," *IEEE BITS Inf Theory Mag.*, vol. 3, no. 1, pp. 54 - 66, Mar. 2023.
- [2] J. Chen and M. P. Fossorier, "Near optimum universal belief propagation based decoding of low density parity check codes," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 50, no. 3, pp. 406 - 414, Mar. 2002.
- [3] X. Liu, F. Xiong, Z. Wang, and S. Liang, "Design of binary LDPC codes with parallel vector message passing," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 66, no. 4, pp. 1363-1375, Apr. 2018.
- [4] G. Liva and M. Chiani, "Protograph LDPC codes design based on EXIT analysis," in *Proc. IEEE Global Telecommun. Conf (GLOBECOM)*, pp. 3250 - 3254, Washington, DC, USA, Nov. 2007.