

# 카오스 맵 기반으로 생성된 이진 수열의 상관특성과 균형특성

최효정, \*노홍준, 송홍엽

연세대학교, \*LIG Nex1

{hjchoi3022, hysong}@yonsei.ac.kr, \*hongjun.noh@lignex1.com

## Correlation property and balance property of binary sequence generated by chaotic map

Hyojeong Choi, \*Hongjun Noh, Hong-Yeop Song

Yonsei Univ., \*LIG Nex1.

### 요약

본 논문은 Chaotic map인 Logistic map, Tent map, 그리고 Chebyshev map을 기반으로 생성된 수열들의 상관특성과 균형특성을 실험을 통해 확인한다. 실험 결과 Chaotic map에 의해 생성된 수열들은 좋은 상관특성과 균형특성을 갖는다.

### I. 서론

Chaotic map은 초기값에 민감한 특성을 가지고 있어 미세한 초기값의 차이만으로도 완전히 다른 값이 도출되는 비선형 함수이다. 이러한 특성으로 인해 초기값의 변화만으로 서로 다른 무한한 수열을 쉽게 생성할 수 있다.

기존 직접 수열 대역 확산(Direct Sequence Spread Spectrum, DSSS) 시스템에서 사용하는 PN 코드는 일정한 주기를 갖기 때문에 수열 집합의 크기가 제한적이다. 반면, Chaotic map으로 생성된 수열은 초기값의 차이만으로도 일정한 주기 없이 좋은 상관관계를 갖는 무한한 수의 신호를 생성할 수 있으므로 PN 코드를 사용하는 기존 DSSS 시스템에서 Chaotic 수열의 사용이 연구되어왔다[1-7].

본 논문에서는 단일 Chaotic map으로 생성된 수열의 특성을 분석하기 위해 먼저 Logistic map, Tent map, 그리고 Chebyshev map의 특성을 알아보고 각 map을 기반으로 생성된 수열들의 이진 변환을 통해 상관특성과 균형특성을 실험을 통해 분석한다. 실험 결과 세가지 map에 의해 생성된 수열 모두 좋은 상관특성과 균형특성을 확인한다.

### II. 본론

본 논문에서는 Chaotic map으로 Logistic map, Tent map, 그리고 Chebyshev map을 고려한다.

Logistic map은 다음 식 (1)로 정의되는 함수이다[2].

$$x_{n+1} = \mu x_n (1 - x_n) \quad (1)$$

여기서  $1 \leq \mu \leq 4$ 이고  $x_n \in (0,1)$ 이다. 초기값의 범위는 (0,1)이며,  $x_{n+1}$ 은 iteration 결과를 의미한다. 이 함수는  $3.5699 \leq \mu \leq 4$ 일 때 Chaotic 상태가 된다.

Tent map은 다음 식 (2)로 정의되는 함수이다[3].

$$x_{n+1} = \begin{cases} \mu x_n, & \text{if } x_n < 0.5 \\ \mu(1 - x_n), & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

여기서  $1 \leq \mu \leq 2$ 이고  $x_n \in [0,1]$ 이다. 초기값의 범위는 [0,1]이며,  $x_{n+1}$ 은 iteration 결과를 의미한다. 이 함수는  $\mu = 2$ 일 때 Chaotic 상태가 된다.

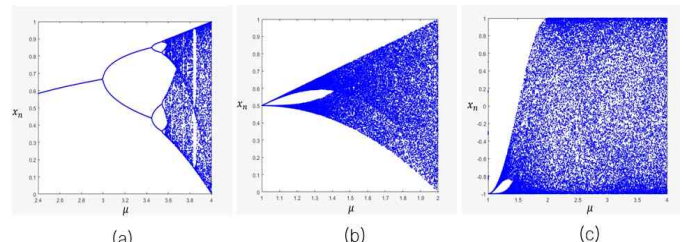


그림 1. Chaotic map의 fractal 파라미터와  $x_n$ 의 관계

Chebyshev map은 다음 식 (3)으로 정의되는 함수이다[5].

$$x_{n+1} = \cos(\mu \cdot \arccos(x_n)) \quad (3)$$

여기서  $0 \leq \mu \leq 4$ 이고  $x_n \in [-1,1]$ 이다. 초기값의 범위는  $[-1,1]$ 이며,  $x_{n+1}$ 은 iteration 결과를 의미한다. 이 함수는  $\mu \geq 2$ 일 때 Chaotic 상태가 된다.

그림 1은 각각 (a) Logistic map, (b) Tent map, 그리고 (c) Chebyshev map의 fractal 파라미터  $\mu$ 에 따른  $x_n$  값의 분포를 보여준다.

Chaotic map의 출력값은 실수 범위이므로 각 map으로 생성된 수열은 실수 수열이 된다. 따라서, 본 논문에서는 각 map에 해당하는  $x_n$  범위의 절반을 임계값으로 설정하여 이진 수열을 생성하였다. 즉, Logistic map과 Tent map은  $x_n$ 의 범위가 각각  $x_n \in (0,1)$ 과  $x_n \in [0,1]$ 이므로 임계값을 0.5로 설정하여 이진수열로 변환하고, Chebyshev map은  $x_n$ 의 범위가  $x_n \in [-1,1]$ 이므로 임계값을 0으로 설정하여 이진수열로 변환하였다.

본 논문에서의 실험은 각 map의 Chaotic 상태를 고려하기 위해 Logistic map은  $\mu = 4$ , Tent map과 Chebyshev map은  $\mu = 2$ 로 설정하고 초기값 0.40001부터 0.41까지의 길이 2048인 1000개의 수열들에 대해 상관특성과 균형특성을 분석하였다.

표 1-3은 위 실험 환경에 대해 각 map의 상관특성 결과를 나타내며, 표 4는 각 map에 대한 균형특성을 보여준다.

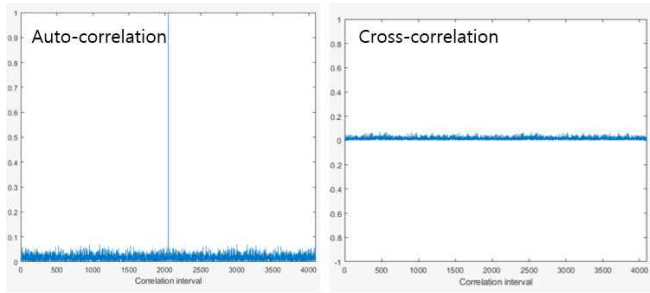


그림 2. Logistic map의 상관 특성

type	Logistic map
실험환경	length: 2048
	$\mu = 4$
	초기값: 0.40001 ~ 0.41000
Auto correlation	평균 sidelobe : 0.017612
Cross correlation	sidelobe max 평균: 0.0760
	평균값: 0.017628
	max 평균: 0.0804

표 1. Logistic map의 상관 특성

type	Tent map
실험환경	length: 2048
	$\mu = 2$
	초기값: 0.40001 ~ 0.41000
Auto correlation	평균 sidelobe : 0.017597
Cross correlation	sidelobe max 평균: 0.0757
	평균값: 0.017626
	max 평균: 0.0803

표 2. Tent map의 상관 특성

type	Chebyshev map
실험환경	length: 2048
	$\mu = 2$
	초기값: 0.40001 ~ 0.41000
Auto correlation	평균 sidelobe : 0.017588
Cross correlation	sidelobe max 평균: 0.0759
	평균값: 0.017614
	max 평균: 0.0784

표 3. Chebyshev map의 상관 특성

type	length : 2048 초기값: 0.40001 ~ 0.41000	
	-1	1
Logistic map	1025.8	1022.2
Tent map	1023.4	1024.6
Chebyshev map	1023.7	1024.3

표 4. Chaotic map의 균형 특성

위 표 1-3.로서 도출되는 결론은 본 논문에서 고려한 Chaotic map들  
로 생성된 이진 수열들은 자기상관 함수의 평균 sidelobe값과 상호상관 함  
수의 평균값이 0에 가까운 값이며, 좋은 상관관계를 갖는다. 이를 직관적  
으로 보이기 위한 예로서, 그림 2.에서 동일 실험환경을 고려한 Logistic  
map의 초기값 0.40001에서의 상호상관 함수와 초기값 0.40001과 0.40002

의 상호상관 함수값을 보여준다. 또한, 위 표 4.에서와 같이 본 논문에서  
고려한 세 가지 Chaotic map으로서 생성된 이진 수열은 좋은 균형 특성을  
가지는 것을 알 수 있다.

### III. 결론

본 논문에서는 Logistic map, Tent map, 그리고 Chebyshev map으로  
생성된 이진 수열들은 좋은 상관특성과 균형특성을 갖는 것을 실험을 통  
해 확인했다. 따라서 Chaotic map의 초기조건에 대한 민감한 특성을 이용  
하여 좋은 상관특성과 균형특성을 갖는 무한히 많은 신호 집합을 생성해  
낼 수 있다.

### ACKNOWLEDGMENT

이 (성과)는 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 한국연구재단의 지  
원을 받아 수행된 연구임(No.2020R1A2C2011969).

### 참 고 문 헌

- [1] H.B. Ghobad and M. Clare D, "A chaotic direct-sequence spread-spectrum communication system," *IEEE Transactions on communications*, vol 42, no. 2/3/4, pp.1524-1527, 1994.
- [2] H. Jiang and C. Fu, "A chaos-based high quality PN sequence generator," *International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation*, pp. 60-64, 20 - 22 October 2008.
- [3] C. Li, G. Luo, K. Qin and C. Li, "An image encryption scheme based on chaotic tent map," *Nonlinear Dyn.*, vol. 87, no. 1, pp. 127 - 133, 2017.
- [4] T. Kohda and A. Tsuneda, "Pseudonoise sequences by chaotic nonlinear maps and their correlation properties," *IEZCE Trans.*, vol. E76-B, no. 8, pp. 855-862, 1993.
- [5] F. Liu, S. Jia, X. Xu and M. Tian, "Improved Chaotic Sequence Generation Method Based on Direct Spread Spectrum." *Journal of Physics: Conference Series*. vol. 1237, no. 4, 2019.
- [6] A. Michaels, "Digital Chaotic Communications," Georgia Institute of Technology Ph.D dissertation, 2009.
- [7] C. Yong, H. Zhao and N. Li. "Study on Chaotic Sequences for Spread Spectrum Communication Based on Nonlinear Digital Filters." *8th international Conference on Signal Processing*. Vol. 3. IEEE, 2006.