무선통신 다중안테나 시스템 상향링크에서 Perron-Frobenius Theorem을 이용한 호 수락 제어 및 전력할당 방식

김근영, 이우용
한국전자통신연구원

kykim12@etri.re.kr, wylee@etri.re.kr

Call Admission Control and Power Allocation By Using Perron-Frobenius Theorem in Uplink Wireless Systems

Keunyoung Kim, Woo Yong Lee
Electronics and Telecommunications Research Institute

요 약

무선통신 시스템 상향링크에서 동일한 전송율을 제공하는 전력할당 방안과 호 수락 제어 방안을 제시한다. 이를 위해, 음수가 아닌 양수를 요소로 가진 irreducible 행렬에 대해 양수의 eigen vector가 존재하는 성질을 제시하는 Perron-Frobenius theorem을 이용한다.

Ⅰ. 서 론

무선통신 시스템에서 각 사용자별 가용한 전력 한도 내에서 서비스가 가능한지 판단하는 것은 중요하다. 호 수락 제어는 서비스 가능 여부를 판단하여, 새로운 서비스 요구 수락 여부를 결정한다. 이를 위해, 서비스가 요구하는 신호대간섭잡음비를 만족하는 전력할당이 가능한지 여부 판단이 필요하다. 이러한 전력할당 가능 여부는 Perron-Frobenius theorem을 통해 쉽게 파악 가능하다 [1].

Perron-Frobenius theorem을 이용한 전력할당 방안은 2세대 이동통신 시스템인 code division multiple access 시스템에서 전력 할당에 대한 기본 이론을 제공했다 [2].

본 논문에서는 무선통신 시스템 상향링크에서 동일한 전송율 제공을 위한 호 수락 제어 및 전력할당 방안을 Perron-Frobenius theorem을 기반으로 제시한다.

Ⅱ. 본론

L 개의 안테나로 구성된 무선통신 시스템에서 단일 안테나를 가진 K 명의 사용자가 상향링크로 신호를 전송하고, $L \geq K$인 massive MIMO 상황을 가정한다. 각 사용자는 단일 안테나를 통해 신호를 전송하므로, 송신 빔포밍 없이 할당된 전력으로 신호를 다음과 같이 표현할 수 있다 [3].

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_K \end{bmatrix} = \sqrt{\mathbf{P}}\mathbf{s} = \begin{bmatrix} \sqrt{p_1}s_1 \\ \vdots \\ \sqrt{p_K}s_K \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서, $\mathbf{s}$는 k 사용자 신호 s_k로 구성된 송신신호 벡터이고, 각 사용자에게 할당된 전력은 $0 \leq p_k \leq p^{\max}$이고, $\sqrt{\mathbf{P}} = \mathrm{diag}(\sqrt{p_1}, \sqrt{p_2}, \dots, \sqrt{p_K})$ 이다.

상향링크로 수신되는 신호는 다음과 같이 표현된다 [3].

$$\mathbf{y} = \sum_{k=1}^{K} \mathbf{h}_k x_k = \mathbf{H}\sqrt{\mathbf{P}}\mathbf{s} + \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^{K} h_{1k}\sqrt{p}_k s_k + z_1 \\ \sum_{k=1}^{K} h_{2k}\sqrt{p}_k s_k + z_2 \\ \vdots \\ \sum_{k=1}^{K} h_{Lk}\sqrt{p}_k s_k + z_L \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서 H는 사용자 k에게서 안테나 element l간 채널 이득인 $h_{l,k}$로 구성된 채널행렬이고 full rank라고 가정한다.

상향링크로 수신한 신호는 다음과 같이 수신빔포밍 벡터 $\mathbf{F}^H$를 이용하여 송신신호를 추정한다.

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{F}^H\mathbf{y} = \mathbf{F}^H\mathbf{H}\sqrt{\mathbf{P}}\mathbf{s} + \mathbf{F}^H\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1^H\mathbf{y} \\ \mathbf{f}_2^H\mathbf{y} \\ \vdots \\ \mathbf{f}_K^H\mathbf{y} \end{bmatrix} \quad (3)$$

사용자 k의 신호대간섭잡음비는 다음과 같다 [3].

$$\mathrm{SINR}_k = \frac{p_k\mathbf{f}_k^H\mathbf{h}_k\mathbf{h}_k^H\mathbf{f}_k}{\mathbf{f}_k^H\left(\sum_{i=1,i\neq k}^{K} p_i\mathbf{h}_i\mathbf{h}_i^H + \sigma^2\mathbf{I}\right)\mathbf{f}_k} = \frac{p_k|\mathbf{f}_k^H\mathbf{h}_k|^2}{\sum_{i=1,i\neq k}^{K} p_i|\mathbf{f}_k^H\mathbf{h}_i|^2 + \sigma^2} \quad (4)$$

무선통신 시스템에서 모든 사용자가 동일한 신호대잡음비를 가진다면 다음 식을 만족해야 한다.

$$\gamma^{\mathrm{UL}} = \frac{p_k|\mathbf{f}_k^H\mathbf{h}_k|^2}{\sum_{i=1,i\neq k}^{K} p_i|\mathbf{f}_k^H\mathbf{h}_i|^2 + \sigma^2}, \quad \forall k. \quad (5)$$

위 식을 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$p_k - \sum_{i\neq k}^{K} p_i \frac{\gamma^{\mathrm{UL}}|\mathbf{f}_k^H\mathbf{h}_i|^2}{|\mathbf{f}_k^H\mathbf{h}_k|^2} = \frac{\gamma^{\mathrm{UL}}\sigma^2}{|\mathbf{f}_k^H\mathbf{h}_k|^2}, \quad \forall k. \quad (6)$$

행렬 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$(\mathbf{I} - \gamma^{\mathrm{UL}}\mathbf{A})\mathbf{p} = \gamma^{\mathrm{UL}}\mathbf{b} \quad (7)$$

여기서, $\mathrm{p}=[p_1, p_2, \cdots, p_K]$이고, KxK 행렬인 A는 다음과 같이 양수인 요수를 대각선에 가진 행렬이다.

$$a_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{if } i = j, \\ \frac{|\mathbf{f}_i^H\mathbf{h}_j|^2}{|\mathbf{f}_i^H\mathbf{h}_i|^2} & \text{if } i \neq j, \end{cases} \quad (7)$$

또한, 벡터 b는 다음과 같다.

$$\mathbf{b} = \left[\frac{\sigma^2}{|\mathbf{f}_1^H\mathbf{h}_1|^2}, \frac{\sigma^2}{|\mathbf{f}_2^H\mathbf{h}_2|^2}, \dots, \frac{\sigma^2}{|\mathbf{f}_K^H\mathbf{h}_K|^2}\right]^H. \quad (8)$$

음수가 아닌 요소를 가진 임의의 정방행렬 X는 다음 조건을 만족하면 primitive라고 한다.

$$\exists d\, \forall(i,j) : a_{ij}^d > 0 \quad (9)$$

다음 조건을 만족하면 irreducible이라고 한다.

$$\forall(i,j)\, \exists d : a_{ij}^d > 0 \quad (10)$$

Primitive 행렬은 모든 요소에 대해 동일한 d값을 가져야 하지만, irreducible 행렬은 모든 요소에 대해 0보다 크게 하는 d값이 동일한 필요없이 존재하기만 하면 되기 때문에, 모든 primitive 행렬은 irreducible 행렬이 된다.

행렬 A는 A^2의 모든 요소가 양수를 가지기 때문에 primitive 행렬이다. 따라서, A는 음수가 아닌 요소를 가진 irreducible 행렬이다.

무선통신 시스템에서 요구되는신호대잡음비를 갖도록 하는 전력할당 방안은 Perron-Frobenius theorem을 이용하여 구할 수 있다 [2]. Perron-Frobenius theorem은 음수가 아닌 요소를 가진 정방행렬이면서, irreducible 행렬인 $\mathbf{M}$에 대해 다음과 같은 사항을 제시한다 [4].

- 행렬 $\mathbf{M}$의 가장 큰 eigenvalue, 즉, spectral radius인 $\rho(\mathbf{M}) > 0$ 이다.
- $\rho(\mathbf{M})$는 중근을 가지지 않는 eigenvalue 이다.
- $\mathbf{Mx} = \rho(\mathbf{M})\,\mathbf{x}$를 만족하는 단일 벡터, 즉, eigen vector $\boldsymbol{x}$가 존재하고, $\boldsymbol{x}$의 모든 요소는 양수이다.
- $\mathbf{y}^T\mathbf{M} = \rho(\mathbf{M})\mathbf{y}^T$ 만족하는 단일 벡터 $\boldsymbol{y}$가 존재하고, $\boldsymbol{y}$의 모든 요소는 양수이다

Perron-Frobenius theorem은 음수가 아닌 요소를 가진 행렬에 대해, 음수가 아닌 요소를 가진 eigenvector가 존재하는 것을 의미한다. 무선통신 시스템에서는 할당되는 전력은 모두 양수이어야 한다. Perron-Frobenius theorem은 행렬 $\mathbf{M}$의 eigenvector의 요소가 모두 양수기기 때문에, 전력 할당에 활용될 수 있다는 것을 제시한다.

(7)에서 양수 요소를 가지는 벡터 b에 대해, 양수인 전력할당 벡터 p가 존재하기 위한 필요충분조건은 $\mathbf{A} \geq 0$에 대해, $(\mathbf{I} - \gamma^{UL}\mathbf{A})^{-1} \geq \mathbf{0}$를 만족해야 한다. 만약, $\rho(\mathbf{A}) < 1/\gamma^{\mathrm{UL}}$ 이면, $(\mathbf{I} - \gamma^{UL}\mathbf{A})^{-1} \geq \mathbf{0}$가 되는 되는 것을 보일 수 있다 [2]. $\gamma^{\mathrm{UL}} < 1/\rho(\mathbf{A})$이면, 다음과 같은 유일한 전력 벡터를 구할 수 있다.

$$\tilde{\mathbf{p}}^* = \gamma^{\mathrm{UL}}(\mathbf{I} - \gamma^{\mathrm{UL}}\mathbf{A})^{-1}\mathbf{b}. \quad (11)$$

행렬 A와 행렬 b가 주어지면, 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\tilde{\mathbf{p}}^* = \gamma^{\mathrm{UL}}(\mathbf{I} - \gamma^{\mathrm{UL}}\mathbf{A})^{-1}\mathbf{b} = \gamma^{\mathrm{UL}}\sum_{k=0}^{\infty}(\gamma^{\mathrm{UL}}\mathbf{A})^k\mathbf{b}. \quad (12)$$

또한, $\gamma^1 > \gamma^2$이면, 다음이 성립한다.

$$(\gamma_1\mathbf{A})^k > (\gamma_2\mathbf{A})^k. \quad (13)$$

(12)와 (13)을 통해, 전력 벡터는 신호대간섭잡음비의 증가함수임을 알 수 있다. 따라서, 일정 수순 이하의 신호대간섭잡음비 이하이면, 각 사용자별 최대 전력을 넘지 않으면서 전력할당이 가능하다.

무선통신 시스템에서 호 수락 제어는 시스템이 서비스를 요청하는 사용자에게 서비스가 가능 여부를 판단하여, 서비스 수락 여부를 판단하는 것이다. 서비스 가능 여부 판단에 중요한 요인으로 현재 각 사용자별로 가용한 전력으로 사용자에게 서비스가 가능한지 여부에 대한 판단이 필요하다. 이러한 판단을 위해 채널과 빔포밍 벡터로 구성된 행렬 A의 spectral radius, $\rho(\mathbf{A})$, 서비스를 위해 요구되는 신호대간섭잡음비, γ^{UL}, 및 전력 벡터를 이용하여 판단할 수 있다. 즉, $\rho(\mathbf{A}) < 1/\gamma^{\mathrm{UL}}$를 만족해야 요구 신호대간섭잡음비를 만족하고 양수 값을 가지는 전력 벡터가 존재한다. 이렇게 구한 전력 벡터의 각 요소가 각 사용자별 최대 전송 전력을 넘지 않는다면, 무선통신 시스템이 현재 서비스가 가능함을 의미한다.

Ⅲ. 결론

본 논문에서는 무선통신 시스템에서 동일한 전송율을 제공하기 위한 전력할당 방안과 호 수락 제어 방안에 대해 다루었다. 요구 신호대간섭잡음비를 만족하기 위한 전력할당 문제는 음수가 아닌 양수를 요소로 가지는 irreducible 행렬과 음수가 아닌 양수를 요소로 가지는 벡터로 표현할 수 있다. 이러한 문제는 음수가 아닌 양수를 요소로 가진 행렬에 대해 양수를 eigenvector를 가지는 것을 보인다는 Perron-Frobenius theorem 을 활용하여 양수 값을 가지는 전력할당 벡터가 존재하는 것을 알 수 있다. 또한, 요구되는 신호대간섭잡음비에 대해, 할당되는 전력 값은 증가함수가 되기 때문에, 각 사용자별 최대 전송 전력 한도에서 가능한 신호대간섭잡음비 또한 구할 수 있다.

시스템에서 서비스 가능 여부를 판단하기 위해, 할당되는 전력으로 요구되는 신호대간섭잡음비 달성이 가능한지 여부 판단이 필요하다. 이에 대한 첫번째 판단 조건으로 전력할당 문제에 사용된 행렬의 spectral radius를 이용할 수 있다. 이 spectral radius값을 통해, 양수 값을 가지는 전력 할당 가능 여부 판단이 가능하다.

본 논문에서는 무선통신 시스템의 상향링크 만을 고려하였지만, 향후 하향링크에서도 적절하게 적용할 수 있을 것으로 판단된다.

ACKNOWLEDGMENT

본 논문은 2022 년도 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 해양수산과학기술진흥원의 지원을 받아 수행된 연구이다. [No.2021-0626, IoET를 위한 극한지 통신 및 장비 기술 개발].

참 고 문 헌

[1] S. Pillai, T. Suel, and S. Cha, "The perron-frobenius theorem: some of its applications," IEEE IEEE Signal Process. Mag., vol. 22, no. 2, pp.62-75, 2005.

[2] J. Zander, "Performance of optimum transmitter powercontrol in cellular radio systems," IEEE Trans. Veh. Technol., vol. 41, no. 1, pp. 57-62, 1992.

[3]김근영, 명정호, 고영조, "Cell-free 다중안테나 시스템에서 상향링크 수신신호 최대화 빔포밍 및 전력할당 방식 연구," 2021년도 통신학회 동계학술대회, 2021년 2월.

[4] R. Horn and C. Johnson, Matrix Analysis. Cambridge University Press, 2012. [Online]. Available: https://books.google.co.kr/books?id=O7sgAwAAQBAJ