

## 극부호의 오류마루를 낮추기 위한 CRC 연접 극 부호화 기술 소개

주효상, 박지상, 김상호\*

성균관대학교 전자전기컴퓨터공학과

\*iamshkim@skku.edu

## On CRC Concatenation Method for Lowering the Error Floor of Polar Codes

Hyosang Ju, Jisang Park, Sang-Hyo Kim\*

Department of Electrical and Computer Engineering, Sungkyunkwan University

## 요약

극부호는 순환중복검사(cyclic redundancy check: CRC) 부호가 연접된 연속제거 리스트 복호를 통해 타 채널부호에 필적하는 성능을 가진다. 하지만 CRC 부호의 검출효율을 더 높이기 위해 일부 비트에만 선택적 CRC를 적용하는 부분 보호[5] 기법이 제안된 바 있다. 본 논문에서는 기존 CRC 연접 기법과 부분 보호 기법의 성능을 분석하고, 부분 보호 기법이 낮은 해밍 무게를 갖는 부호어를 효과적으로 줄여 복호 성능을 개선해줄 수 있음을 보인다.

## I. 서론

극부호(polar codes)는 낮은 부호, 복호 복잡도를 가지고 부호길이  $N$ 이 증가함에 따라 채널용량을 점근적으로 달성하는 것이 증명된 최초의 오류 정정부호이다[1]. 극부호는 수년 내에 많은 발전을 이룩해 냈으며, 특히 순환중복검사(cyclic redundancy check: CRC) 부호를 활용한 연속제거 리스트(successive cancellation list: SCL) 복호를 통해 LDPC (low-density parity check) 부호나 터보 부호에 필적하는 복호 성능을 가지게 되었다. 특히 CRC 부호의 활용은 부호 관점에서는 기존 극부호의 짧은 최소거리 특성을 개선하고, 복호 관점에서는 CRC 검사를 통해 유효하지 않은 부호 어들을 효과적으로 제거해줌으로써 복호 성능 개선에 큰 도움을 주었다.

통상 CRC 부호는 부호화 시 정보블록 끝에 연접되고, 복호 시 모든 정보 비트들에 대해 CRC 검사를 수행하여 부호어의 유효성을 검증한다[2]. 혹은 정보블록을 여러 서브블록으로 분할하고, 각 서브블록을 작은 크기의 CRC로 보호하게 하여 메모리 공간 및 복호지연을 줄이는 방법도 제안된 바 있으며[3], 이를 ‘전체 보호(full protection)’ 기법이라 한다. 하지만, 높은 신호 잡음 비(signal to noise ratio: SNR) 영역에서 극부호의 최대우도(maximum likelihood: ML) 복호 성능은 최소 해밍 무게를 가지는 부호어들의 수와 밀접한 관련이 있다. 이에 Qingshuang은 CRC를 통한 검출 효율을 높이기 위해 복호 성능에 큰 영향을 줄 수 있는 일부 비트들에만 CRC를 적용하는 ‘부분적 보호(partial protection)’ 기법을 제안하였다.

본 논문에서는 전체 보호[2-4] 및 부분 보호[5] 기법들을 포함한 극부호의 CRC 연접 방법들을 소개하고, 복호 성능을 분석한다. 실험 결과, 부분적 보호 방법은 CRC 부호의 미검출 오류율 측면에서 손해를 볼 수 있음에 반해 오류 성능 관점에서 이득이 발생함을 확인하였다.

## II. 본론

## (1) 극부호 소개

극부호의 채널양극화는 채널 합성과 분리로 구성되는데, 채널 합성은 극부호의 생성행렬  $G_N = G_2^{\otimes n}$  ( $G_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $\otimes^n$ 은 크로네커 곱) 과정에 의해 정의된다. 소스비트  $\mathbf{u}$ 는 생성행렬과의 곱을 통해  $\mathbf{x}$ 비트를 생성하고, 각 코드워드 비트들은 독립적인  $N$ 개의 채널  $\mathbf{W}$ 를 통해 수신신호  $\mathbf{y}$ 를 얻게 된다. 이 때  $\mathbf{u}$ -도메인과  $\mathbf{y}$ -도메인 내 비트들을 연결 짓는 커다란 합성 채널  $\mathbf{W}_N$ 을 얻을 수 있다. 채널분리의 경우 합성채널  $\mathbf{W}_N$ 으로부터 각각의

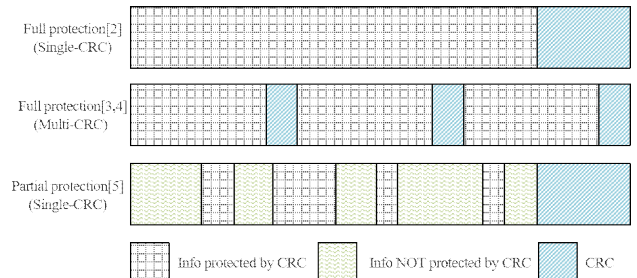


그림 1. 다양한 CRC 연접 기법의 정보블록 구성 (각 정보블록 내 비트들은 소스비트에 상응함)

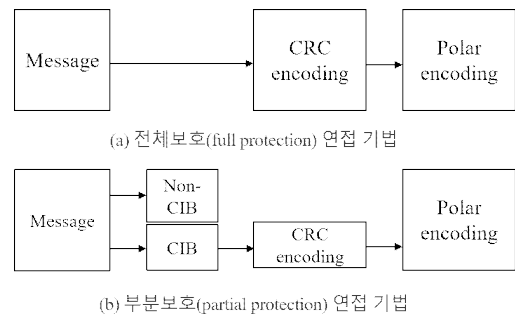


그림 2. 전체 보호 기법과 부분 보호 기법의 부호화 과정

비트들이 겪게 되는 가상의 분리채널  $\mathbf{W}_N^{(i)}$ 들을 얻는 과정을 일컫으며, 이 과정을 통해 모든 분리채널들의 퀄리티를 평가하거나 근사할 수 있다.

극부호의 복호 방법으로 최초로 제안된 SC 복호[1]는 매 비트의 복호 시 0 혹은 1의 한 가지 경로만을 고려함에 따라 복호 성능이 매우 저하되었다. 하지만 1개가 아닌 최대  $L$ 개의 복호 경로들을 동시에 관리하고, 마지막 비트의 복호 후 살아남은  $L$ 개 경로들 중 가장 신뢰도가 높은 복호 경로에 해당하는 부호어를 선택함으로써 SC 복호의 복호 성능을 매우 개선하였으며, 리스트 크기  $L$ 이 커짐에 따라 ML 성능에 도달할 수 있다.

## (2) 전체 보호(full protection) 기반의 CRC 연접 극부호[2-4]

하지만 프리코딩이 적용되지 않은 극부호는 짧은 최소거리를 가져 높은 SNR 영역에서 오류마루가 발생한다. 이러한 오류마루를 해결하기 위해 극부호에 CRC 부호를 외부부호 연접할 수 있다[2]. 구체적으로, 부호화

시에는 메시지 블록 전체에 CRC 부호화를 수행하여 CRC 부호어를 생성하고, 극부호화를 통해 극부호어를 만든다. 복호 시에는 SCL 복호 후 얻어진  $L$ 개 복호 경로들에 대해 CRC 검사를 수행하고, 그들 중 가장 신뢰도가 높은 복호 경로에 해당하는 부호어를 최종 부호어로 선택한다. CRC 부호의 활용을 통해 극부호의 짧은 최소거리 특성을 개선하였다. 또한, 메시지 블록을 여러 개의 서브블록으로 분할하고, 각 서브블록을 작은 크기의 CRC 부호로 보호하는 다중-CRC 극부호 기술이 논문 [3][4]에서 차례로 제안되었다. CRC 부호의 진진 배치를 통해 복호 중간 과정에서 유효한 부호어가 탐색되지 않는 경우 복호를 중단함으로써, 메모리 공간 및 복호 지연(latency)을 저감하는 효과를 가진다.

위에서 제안된 단일-CRC[2] 및 다중-CRC[3][4] 기법들은 모두 CRC 부호가 모든 메시지 비트들에 CRC 검사를 수행하는 공통점을 가지며, 이를 ‘전체 보호’라 한다. CRC 부호에 의해 보호되는 비트들의 인덱스 집합을  $A_{prot}$ , 정보 인덱스 집합을  $A_i$ 라 할 때, 전체 보호 기법의  $A_{prot}$ 은  $A_{prot} = A_i$ 이다. 그림 1(상)(중)에 전체 보호 기반 CRC 연결 극부호의 정보블록 구성을, 그림 2(a)는 전체 보호 기법의 부호화 과정을 나타내었다.

### (3) 부분 보호(partial protection) 기반의 CRC 연결 극부호[5]

모든 정보비트들이 빠짐없이 CRC 부호에 의해 보호되는 위 기법들과는 다르게, 논문 [5]에서는 복호 성능에 크리티컬한 영향을 줄 수 있는 CIB (crucial information bits)에만 CRC를 적용하는 부분 보호 기법을 제안하였다. 높은 SNR 영역에서 극부호의 ML (혹은 준-ML) 복호 성능  $P_e$ 은

$$P_e \approx N_{d_{min}} Q \left( \sqrt{2d_{min} R \frac{E_b}{N_0}} \right) \quad (1)$$

와 같이 근사될 수 있다. 이 때  $d_{min}$ 은 정보집합 내 비트들에 상응하는 행 무게들 중 최소값,  $N_{d_{min}}$ 은  $d_{min}$ 을 해밍무게로 가지는 부호어들의 수를 의미한다. 즉,  $N_{d_{min}}$ 의 값이 작을수록 높은 SNR 영역에서 더 낮은 오류율을 달성할 수 있게 된다. 논문 [5]는  $N_{d_{min}}$ 의 값에 큰 영향을 줄 수 있는 비트들에 선택적으로 CRC 부호화를 적용하였으며, 이 비트들은 최소 무게를 가지는 비트들이다. 정보집합  $A_i$  내 비트들 중 최소 해밍 무게에 상응하는 정보비트들의 인덱스 집합을

$$A_m^1 = \{i \in A_i | w_N^{(i)} = d_{min}\} \quad (2)$$

와 같이 정의한다고 할 때 ( $w_N^{(i)}$ 는  $i$ 번째 비트의 극부호 생성행렬에 상응하는 행 무게), 부분 보호 기법[5]의 보호영역  $A_{prot,2}$ 는  $A_{prot,2} = A_m^1$ 이다. 부분 보호 기법의 부호화 과정은 그림 2(b)에 나타나 있다.

### III. 실험 결과

본 절에서는 CRC 연결 방법에 따른 CRC 연결 극부호의 복호 성능을 분석한다. 부호길이는  $N=256$ , 리스트 크기는  $L=8$ , 그리고 8비트 CRC를 고려하였다. 또한 QPSK (quadrature phase shift keying) 및 AWGN (additive white Gaussian noise) 채널을 가정하였고, 양극화 가중치[6] 기반 부호설계를 통한 부호 시퀀스를 이용하였다. 전체 보호 기법[2-4]들은 복호 복잡도나 지연시간의 차이가 있을 뿐, 복호 성능 관점에서는 성능 손실이 거의 없으므로 [2]의 복호 성능을 기준으로 실험을 수행하였다.

그림 3은 전체 보호[2] 기법과 부분 보호[5] 기법의 복호 성능을 비교한 것이다.  $K \in \{83, 167\}$ 이며, 전체 보호 기법의 성능을 실선으로, 부분 보호 기법의 성능을 점선으로 표시하였다. 실험 결과 부분 보호에 기반한 CRC 연결 극부호의 복호 성능이 더 우수하였으며, 이는 최소무게를 가지는 부

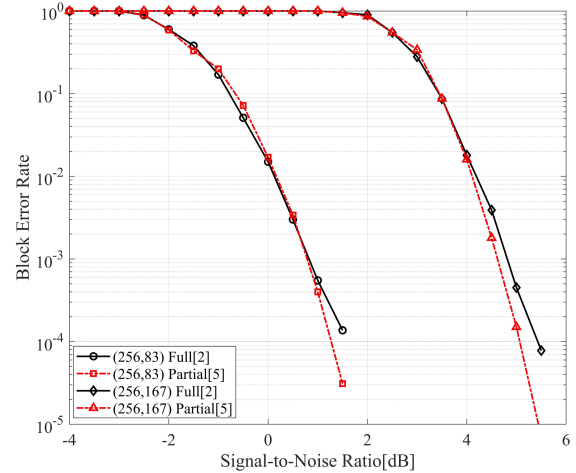


그림 3. 전체 보호 방법과 부분 보호 방법의 블록 오류 성능 비교

호어들의 수를 효과적으로 줄일 수 있었기 때문이다.

### IV. 결론

본 논문에서는 다양한 CRC 연결 방법에 따른 극부호의 복호 성능을 분석하였다. CRC 부호의 연결은 극부호의 짧은 최소거리를 개선하고, 오류 검출능력을 높였다. 하지만 통상 모든 정보비트들에 CRC 부호화를 적용하는 전체 보호 기법과는 달리, CRC 부호의 검출 효율성을 높이기 위해 복호 성능에 큰 영향을 미치는 일부 정보비트들에만 CRC를 걸어주는 부분 보호 기법이 제안된 바 있다. 실험 결과, 부분 보호 기법이 최소 해밍 무게를 가지는 부호어들의 수를 효과적으로 줄여주어 전체 보호 기법에 비해 우수한 복호 성능을 가짐을 확인하였다. 하지만, 부분 보호 기법을 적용함으로써 필연적으로 검출되지 못하는 오류가 발생할 수 있다. 따라서 추후연구로는 미검출 오류율(undetected error probability)과 복호 성능 간의 영향에 대해 분석할 필요가 있다.

### ACKNOWLEDGMENT

이 논문은 2018년도 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 글로벌박사양성사업임(NRF-2018H1A2A1062163)

### 참고 문헌

- [1] E. Arikan, "Channel Polarization: A Method for Constructing Capacity Achieving Codes for Symmetric Binary-Input Memoryless Channels," in *IEEE Trans. on Inf. Theory*, vol. 55, no. 7, pp. 3051-3073, July 2009.
- [2] K. Niu and K. Chen, "CRC-aided Decoding of Polar Codes," in *IEEE Commun. Lett.*, vol. 20, no. 10, pp. 1668-1671, Oct. 2012.
- [3] J. Guo et al., "Multi-CRC Polar Codes and Their Applications," in *IEEE Commun. Lett.*, vol. 20, issue: 2, pp. 212-215, Dec. 2015.
- [4] J. Kim, S. Kim, J. Jang, Y. Kim, "Low Complexity List Decoding for Polar Codes with Multiple CRC Codes," in *MDPI Entropy*, vol. 19, no. 4, Apr. 2017.
- [5] Z. Qingshuang, L. Aijun, P. Xiaofei, "Efficient CRC Concatenation Scheme for Polar Codes," in *IEEE Elec. Lett.*, vol. 53, issue: 13, pp. 860-862, June. 2017.
- [6] G. He et al., " $\beta$ -expansion: A Theoretical Framework for Fast and Recursive Construction of Polar Codes," in *Proc. IEEE Global Commun. Conf. (GLOBECOM)*, Dec. 2017.