

## 파일럿 OTFS 시스템을 위한 저복잡도 최소평균제곱오차 등화기

이한결, 정진곤

중앙대학교, 전자전기공학부

forener@cau.ac.kr; jgjoung@cau.ac.kr

## Low Complexity MMSE Equalizer for Pilot Embbeded OTFS Systems

Han-Gyeol Lee and Jingon Joung

School of Electrical and Electronics Engineering, Chung-Ang University

## 요약

본 연구에서는 orthogonal time frequency space time (OTFS) 시스템을 고려한다. 채널 추정을 위하여 guard interval과 파일럿을 사용한 OTFS 시스템 지연-도플러 영역 유효 채널 행렬은 블록 순환 행렬이 된다. 이러한 블록 순환 행렬 구조를 활용하여 시스템 복잡도를 줄이기 위한 최소평균제곱오차 (MMSE: minimum mean square error) 등화기를 제안한다. 모의실험을 통해 제안한 저복잡도 MMSE 등화기 유효성을 비트 오류율 (BER: bit error rate) 성능으로부터 확인할 수 있었다.

## I. 서론

4세대/5세대 통신에 널리 사용되는 orthogonal frequency-division multiplexing (OFDM)은 이동통신 환경에서 발생하는 도플러 효과에 매우 취약하다. 이러한 이동통신 환경에서 OFDM이 가진 근본적 문제를 해결하기 위하여 최근 orthogonal time frequency space (OTFS) 변조가 제안되었다 [1]. OTFS 변조는 지연-도플러 (DD: delay-Doppler) 영역에서 신호를 처리하기 때문에 도플러 효과에 의한 주파수 편이를 효과적으로 처리할 수 있다. 또한, 시변 시간-주파수 (FT: time-frequency) 영역 채널은 시불변 DD 영역 채널로 변환되어 채널 추정 오버헤드와 수신기 복잡도를 크게 줄일 수 있다는 장점이 있다. 최근 OTFS 변조를 위한 저복잡도 최소평균제곱오차 (MMSE: minimum mean square error) 등화기가 제안되었다 [2]. 하지만 [2]에서 제안한 MMSE 등화기는 TF 영역 채널 정보가 필요하므로 채널 추정에 의한 시스템 복잡도가 상당히 증가한다. 따라서, 본 연구에서는 [3]에서 제안한 채널 추정을 위해 파일럿을 포함한 프레임 구조를 활용하는 OTFS 변조를 위한 저복잡도 MMSE 등화기를 설계한다. 제안한 저복잡도 MMSE 등화기 유효성과 채널 추정 오류에 강한 정도를 비트 오류율 (BER: bit error rate) 성능으로부터 확인하였다.

## II. 시스템 모델

프레임당 OTFS 블록 수를  $M$ 과  $N$ 이라 할 때, OTFS 변조는  $M \times N$  DD 영역에서 신호처리를 수행한다. 구체적으로 송신 심볼 벡터  $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{MN \times 1}$ 를 2차원 DD 영역에 구성하고, 이를 OTFS 변조를 통해 시간 영역 신호로 변환하여 송신한다. DD 영역 채널을 통과하여 수신기에 수신된 시간 영역 송신 신호는 OTFS 복조를 통해 다시 DD 영역 심볼  $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{MN \times 1}$ 로 변환된다. 송·수신 파형으로 사각 펄스를 고려하였을 때, 수신 심볼 벡터  $\mathbf{y}$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다:

$$\mathbf{y}(l+kM) = \sum_{i=1}^P h_i \alpha_i(l, k) \mathbf{x}([l-l_i]_M + [k-k_i]_N M) + \mathbf{n}(l+kM), \quad (1)$$

$$\alpha_i(l, k) = \begin{cases} e^{j2\pi \frac{(l-l_i)k_i}{MN}} & \text{if } l_i \leq l < M \\ e^{j2\pi \frac{(l-l_i)k_i}{MN}} e^{-j2\pi \frac{[k-k_i]_N}{N}} & \text{if } 0 \leq l < l_i. \end{cases} \quad (2)$$

여기서,  $P$ 는 총 다중 경로 수,  $h_i$ ,  $\tau_i$ ,  $\nu_i$ 는 각각  $i$ 번째 다중경로 계수, 지연 확산, 도플러 확산이며,  $\tau_i = \frac{l_i}{M\Delta f}$ ,  $\nu_i = \frac{k_i}{NT}$ 을 만족한다.  $l_i$ 와  $k_i$ 는 각각  $i$ 번째 지연 탭과 도플러 탭이다.  $\Delta f$ 는 부반송파 간격이며,  $T\Delta f=1$ 을 만족한다. 본 연구에서는  $N$ ,  $M$ 이 충분히 크다고 가정하고, 부분 지연 탭 (fractional delay tap), 부분 도플러 탭 (fractional Doppler tap)은 고려하지 않는다.  $l \in \{1, \dots, M-1\}$ 과  $k \in \{1, \dots, N-1\}$ 는 각각 지연, 도플러 샘플 인덱스이다.  $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{MN \times 1}$ 은 덧셈뺄셈 정규 잡음 벡터이고,  $[\cdot]_N$ 과  $[\cdot]_M$ 은 각각 modulo  $N$ 과 modulo  $M$  연산이다.

한편, DD 영역 채널을 추정하기 위한 최근 제안된 파일럿 기반 OTFS 시스템에 송신 심볼 벡터는 다음과 같다 [3]:

$$\mathbf{x}(l+kM) = \begin{cases} \mathbf{x}_d(l+kM), & \text{if } 0 \leq l \leq Q, 0 \leq k < N, \\ x_p, & \text{if } l=l_p, k=k_p, \\ 0, & \text{if } Q+1 \leq l < M, l \neq l_p, 0 \leq k < N, k \neq k_p. \end{cases} \quad (3)$$

여기서,  $\mathbf{x}_d \in \mathbb{C}^{QN \times 1}$ 는 데이터 심볼 벡터;  $Q=M-2l_{\max}-1$ ;  $l_{\max}$ 은 최대 지연 탭;  $x_p$ 는 파일럿 심볼; 2차원 DD 영역 파일럿 심볼 위치는  $(l_p, k_p)$ 이다. 이때,  $l_p < M-l_{\max}$ 과  $k_p < N-k_{\max}$ 를 만족하며,  $k_{\max}$ 는 최대 도플러 탭을 나타낸다.

식 (3)에 송신 심볼을 전송하였을 때, 수신 심볼 벡터 guard interval region ( $k \in \{k_p - k_{\max}, k_p + k_{\max}\}$ ,  $l \in \{l_p, l_p + l_{\max}\}$ )에 DD 영역 채널 임펄스 응답이 나타나는 것을 확인할 수 있다 [3]. 이때, DD 영역 채널을 추정하기 위해 문턱값 기반 알고리즘 1을 사용한다.

---

**알고리즘 1: 문턱값 기반 DD 영역 채널 추정 알고리즘**


---

```

1  입력:  $\eta, x_p, l_{\max}, k_{\max}$ 
2  출력:  $h_i, l_i, k_i$ 
3  초기화:  $i = 1$ 
4  for  $k = k_p - k_{\max}$  to  $k_p + k_{\max}$  do
5    for  $l = l_p$  to  $l_p + l_{\max}$  do
6      if  $|\mathbf{y}[l, k]| > \eta$  then
7         $k_i = k - k_p$ 
8         $l_i = l - l_p$ 
9         $h_i = \frac{\mathbf{y}[l, k]}{x_p \alpha_i(l, k)}$ 
10        $i = i + 1$ 
11    end
12  end

```

---

### III. 제한한 저복잡도 MMSE 등화기

DD 영역 유효 채널 행렬을  $\mathbf{H}_{DD} \in \mathbb{C}^{QN \times QN}$ 라 할 때, 수신 데이터 심볼 벡터  $\mathbf{y}_d$ 는 (1)로부터  $\mathbf{y}_d = \mathbf{H}_{DD} \mathbf{x}_d + \mathbf{n}$ 과 같이 쓸 수 있다. 수신 데이터 심볼 벡터  $\mathbf{y}_d$ 로부터 데이터 벡터  $\mathbf{x}_d$ 를 추정하기 위한 MMSE 등화기 행렬은  $(\mathbf{H}_{DD}^H \mathbf{H}_{DD} + \sigma^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}_{DD}^H$ 이며, 이는  $O(Q^3 N^3)$ 의 계산 복잡도를 요구한다. 일반적으로 OTFS 시스템  $QN$ 값은 매우 커, OTFS 수신기의 복잡도 문제를 유발한다. 이를 해결하기 위해 역행렬  $(\mathbf{H}_{DD}^H \mathbf{H}_{DD} + \sigma^2 \mathbf{I})^{-1}$  계산 복잡도를 줄여야 한다. 이를 위해  $\mathbf{H}_{DD}$ 가 블록 순환 행렬임에 주목한다 [4, 5].

블록 순환 행렬은 덧셈, 곱셈, 역연산에 닫혀있으므로  $\mathbf{C} = \mathbf{H}_{DD}^H \mathbf{H}_{DD} + \sigma^2 \mathbf{I} = \text{bc}\{\mathbf{C}_0, \dots, \mathbf{C}_{N-1}\}$ 와  $\mathbf{C}^{-1} = \text{bc}\{\mathbf{B}_0, \dots, \mathbf{B}_{N-1}\}$ 도 블록 순환 행렬이다. 여기서  $\mathbf{B}_i$ 와  $\mathbf{C}_i \in \mathbb{C}^{Q \times Q}$ 는 다음을 만족한다 [5]:

$$\mathbf{B}_q = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \mathbf{S}_n^{-1} e^{-j2\pi \frac{qn}{N}} = \text{BDFT}(\mathbf{S}_i^{-1}), i, q \in 0, \dots, N-1, \quad (4)$$

$$\mathbf{S}_p = \sum_{n=0}^{N-1} \mathbf{C}_n e^{j2\pi \frac{pn}{N}} = \text{BIDFT}(\mathbf{C}_i), i, p \in 0, \dots, N-1. \quad (5)$$

BDFT, BIDFT는 fast Fourier transform (FFT) 알고리즘을 활용하면  $O(Q^2 N \log N)$  계산 복잡도를 가진다. (1)로부터 모든  $i$ 에 대하여  $\mathbf{C}_i$ 는 sparse banded 행렬임을 알 수 있다. 또한, 모든  $p$ 에 대하여  $\mathbf{S}_p$ 가 sparse banded 행렬임을 확인할 수 있다. LU decomposition을 활용하면  $\mathbf{S}_p^{-1}$  계산 복잡도는  $O(Q^2 P)$ 이다.  $\mathbf{C}^{-1} \mathbf{H}_{DD}^H$  계산 복잡도는  $O(Q^2 N^2)$ 이다. 이로부터 제안한 MMSE 등화기 계산 복잡도는  $O(Q^2 N \log N) + O(NQ^2 P) + O(Q^2 N \log N) + O(Q^2 N^2) = O(Q^2 N^2)$ 임을 알 수 있다. 따라서 제안한 MMSE 등화기로 기존 MMSE 등화기 복잡도를 크게 줄일 수 있음을 알 수 있다.

### III. 모의실험 결과

본 연구에서는 제한한 MMSE 등화기 성능을 확인하기 위하여 QPSK 변조 방식에 대한 BER 성능 모의실험 결과를 그림 1에 보였다. 모의실험에 사용된 파라미터는 다음과 같다.  $M = 128, N = 128$ , 반송파 주파수  $f_c = 4\text{GHz}$ , 채널 모델 extended vehicular A model,  $l_{\max} = 5, k_{\max} = 9$ 이다. 그림 2에서 SNRd는 데이터 신호 대 잡음비, SNRp는 파일럿 신호 대 잡음비를 나타낸다. 송수신기 상대 속도는 300 km/h이다. 채널 추정 알고리

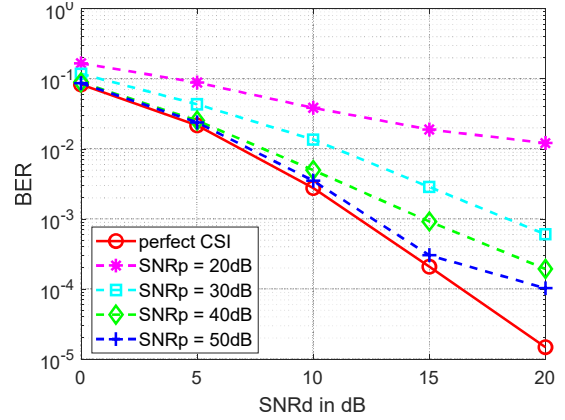


그림 1. 다양한 SNRp 환경에서 SNRd에 따른 BER 성능.

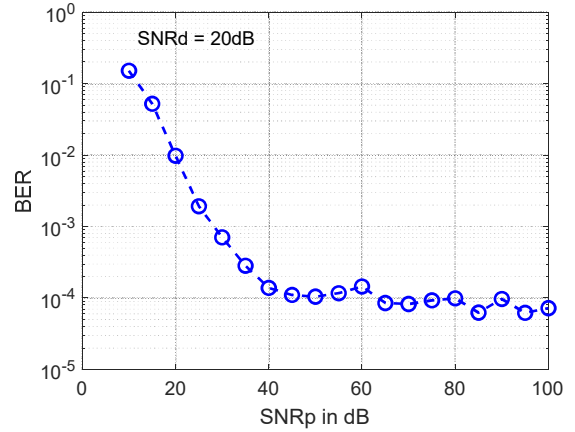


그림 2. SNRd=20dB일 때 SNRp에 따른 BER 성능.

즘을 위한 문턱값은  $\eta = \frac{3}{\sqrt{SNRp}}$ 이다. SNRp가 충분히 높다면 SNRd = 15dB 까지 BER 성능 열화가 크지 않지만, 20dB 이상부터 BER 성능 열화가 크다. 그림 2로부터 채널 추정 오류에 의한 BER 성능 한계를 확인하였다.

### ACKNOWLEDGMENT

이 논문은 과학기술정보통신부의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (2019R1A2C1084168 & 2021R1A4A2001316)

### 참 고 문 헌

- [1] R. Hadani and A. Monk, "OTFS: A new generation of modulation addressing the challenges of 5G," Santa Clara, CA 95051, USA: OTFS Physics White Paper Coherence Technologies, Feb. 2018.
- [2] S. Tiwari, S. S. Das, and V. Rangamgari, "Low-complexity LMMSE receiver for OTFS," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 23, no. 12, pp. 2205-2209, Dec. 2019.
- [3] P. Raviteja, K. T. Phan, and Y. Hong, "Embedded pilot-aided channel estimation for OTFS in delay-Doppler channels," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 68, no. 5, pp. 4906-4917, May 2019.
- [4] T. Thaj and E. Viterbo, "Low complexity iterative rake decision feedback equalizer for zero-padded OTFS systems," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 69, no. 12, pp. 15606-15622, Dec. 2020.
- [5] P. J. Davis, *Circulant Matrices*, Providence, R. I., USA: AMS, 2012.