1-bit으로 양자화된 다중 측정 벡터 문제에서 희소 신호 복구를 위한 BMP(Bayesian Matching Pursuit) 성능 개선에 관한 연구

노예림, 홍송남*

한양대학교

yrnoh7607@hanyang.ac.kr, *snhong@hanyang.ac.kr

A Study on the BMP(Bayesian Matching Pursuit) Performance for Sparse Signal Recovery in 1-bit Quantized Multi-Measurement Vector Problems

Noh Ye Rim, Hong Song Nam*

Hanyang Univ.

요 약

본 논문은 1-bit으로 양자화된 다중 측정 벡터 문제에서 베이지안 방법에 기반한 확률론적 탐욕 알고리즘인 BMP(Bayesian Matching Pursuit)에 대해 다룬다. 기존의 단일 측정 벡터 문제에 적합한 BMP 알고리즘을 다중 측정 벡터 문제로 확장한다. 이 때 희소 벡터 신호들의 0이 아닌 위치가 같다는 조건과 희소성이 같다는 조건을 이용하여 다른 벡터로부터 정보를 얻는다. 제안하는 알고리즘은 얻은 정보로부터 사전 지식을 추정한다. 추정한 사전 지식을 이용하여 1-bit으로 양자화된 다중 측정 벡터 문제에 적합한 BMP 기반 알고리즘을 제안한다. 제안한 알고리즘은 단일 측정 문제보다 우수한 성능을 보인다.

Ⅰ. 서 론

본 논문에서는 1-bit으로 양자화된 다중 측정 벡터 문제에서의 시스템 모델에 대해 설명한다. 그리고 정의된 시스템 모델에서 희소 신호 복구 문제를 해결하기 위해 1-bit 양자화된 다중 측정 문제에 적합한 확률적 탐욕 기반 알고리즘인 BMP(Bayesian Matching Pursuit)를 개선한 Turbo-BMP 알고리즘을 제안한다. 제안한 알고리즘에서 다중 측정 수에 따른 M(measurement) 대비 BLER(Block Error Rate) 성능과 K(희소성) 대비 BLER 성능을 살펴본다.

Ⅱ. 본론

본 장에서는 1-bit으로 양자화된 다중 측정 벡터 문제에서의 시스템 모델과 제안하는 Turbo-BMP 알고리즘에 대해 설명한다.

A.시스템 모델

$$Y = sign(AX + N)$$

여기서, $Y = [y_1, y_2, \ldots, y_L] \in R^{M \times L}$는 L개의 다중 측정 벡터이고 $X = [x_1, x_2, \ldots, x_L] \in R^{N \times L}$는 L개의 구조화된 다중 희소 벡터이다. $N = [n_1, n_2, \ldots, n_L] \in R^{M \times L}$는 L개의 다중 가오시안 분포를 가진 잡음 벡터이다. $A \in R^{M \times N}(M < N)$는 under-determined 시스템으로 무수히 많은 해가 존재하므로 복구하고자 하는 신호의 두 가지 희소 조건을 이용하여 최적 해를 구한다. 첫 번째 희소 조건은 아래와 같다.

$$S(x_1) = S(x_2) = \cdots = S(x_L) \tag{1}$$

여기서, $S(x_i) = \{ j : x_{i,j} \neq 0 \}$을 의미한다.

두 번째 희소 조건은 모든 희소 측정 벡터의 희소성은 같다는 것이며 식은 다음과 같이 표현한다.

$$|S(x_1)| = |S(x_2)| = \cdots = |S(x_L)| = K \tag{2}$$

B. Turbo-BMP

우리는 다음과 같이 표현되는 MAP MAP(Maximum a posteriori) proxy에 기반한 희소 복구 문제를 해결하기 위해 다중 측정 벡터 문제에 적합한 Turbo-BMP 알고리즘을 제안한다.

$$\log P(S(x_i) = J^{(k)} | y_i, \alpha_i)$$
$$= \sum_{k=1}^{K} \log P(j^{(k)} \in S(x_i) | J^{(k-1)} \subset S(x_i) y_i, \alpha_i) \tag{3}$$

위의 식(3)을 쉽고 빠르게 계산하기 위해 가오시안 근사를 한다. 이는 다음과 같이 표현한다.

$$\log P(j^{(k)} \in S(x_i) | J^{(k-1)} \subset S(x_i) y_i, \alpha_i)$$

$$\approx \sum_{m=1}^{M} \log \Big[\Phi\Big(\frac{-a_{m,n} - \sum_{t \in \hat{S}^{(k)}} a_{m,t} - \mu^{k,n} + u_{i,m}}{\sigma_m^{k,n}} \Big) - \Phi\Big(\frac{-a_{m,n} - \sum_{t \in \hat{S}^{(k)}} a_{m,t} - \mu^{k,n} + l_{i,m}}{\sigma_m^{k,n}} \Big) \Big]$$

$$\triangleq \psi(j^{(k)} | \hat{S}^{(k)}, \lambda_i, y_i, \alpha_i) \tag{4}$$

여기서, l은 하한, u는 상한을 의미한다. μ은 가오시안 분포의 평균을 의미하고 σ는 분산을 의미한다. 또한 α_i는 (1),(2) 포함한다.

본 논문의 다중 측정 벡터 문제에서는 다른 측정 벡터로부터 얻은 정보

λ를 통해 μ와 σ를 추정하여 가오시안 근사를 한다. 위 논문에서는 계산의 복잡성을 줄이기 위해 $\Sigma^{k,n} = \sigma^2$로 계산한다.

$$\mu^{k,n} = \sum_{j \in [N] \setminus \{n\} \cup \hat{S}^{(k)}} (1-\lambda_{i,j}) a_j$$

$$\Sigma^{k,n} = \sum_{j \in [N] \setminus \{n\} \cup \hat{S}^{(k)}} \lambda_{i,j}(1-\lambda_{i,j}) a_j a_j^T + \sigma^2$$

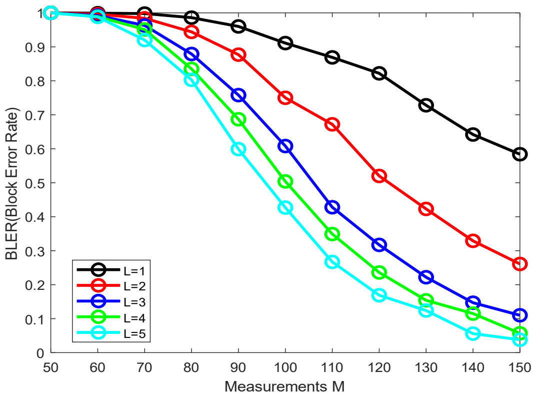
이 때 λ_i는 사전 정보로써 i번째 벡터의 정보이며 다른 측정 벡터의 정보로부터 추정한다. 매 반복마다 가오시안 근사 과정을 거친 후 λ_i를 업데이트 한다.

$$\lambda_i = \prod_{l=1, i \neq l}^{L} \exp(\psi(j \mid \hat{S}^{(k)}, \lambda_l, y_l, a_l))$$

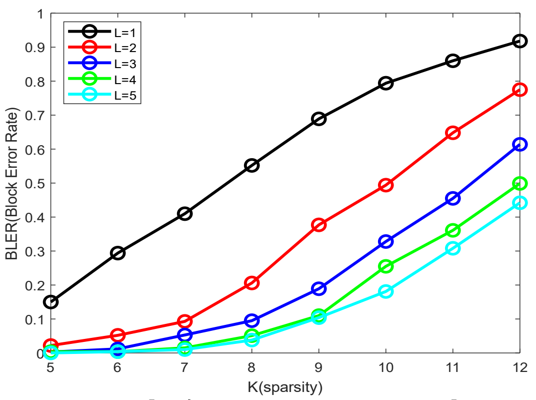
그 후 계산된 (4)식을 통해 총 K개의 순차적으로 서포트를 찾는다. 매 반복마다 (K번 반복) 다음과 같은 식을 통해 서포트를 찾는다.

$$\hat{j}^{(k)} = \underset{j^{(k)} \in [N] \setminus \hat{S}^{(k)}}{\operatorname{argmax}} \sum_{i=1}^{L} \Psi(j^{(k)} \mid \hat{S}^{(k-1)}, \lambda_i, y_i, a_i)$$

C. 실험 결과 및 분석



[그림1. N=150,K=12,SNR=10dB]



[그림2. M=100,N=150,SNR=10dB]

그림 1은 Turbo-BMP 알고리즘에서 M(measurement)수가 증가할수록 BLER이 감소하는 경향성을 확인하였다. 또한 다중 측정 수에 따라 비교를 하였는데 다중 측정 수가 많아질수록 에러율이 작아짐을 볼 수 있다. 그림 2는 K(희소성)만 변화시켜 BLER을 살펴보았는데, K가 커질수록 BLER이 증가함을 살펴볼 수 있다. 이 때 다중 측정 수가 많을수록 같은 K에서 더 작은 에러율을 볼 수 있는데, 이는 같은 K에서 다중 측정 수가 많을수록 높은 복구율을 보임을 알 수 있다.

Ⅲ. 결론

본 논문에서는 다중 측정 벡터 문제에서 기존의 탐욕 기반 알고리즘인 BMP 알고리즘을 개선한 알고리즘을 제안하였다. 단일 측정 벡터 문제에서의 BMP 알고리즘은 사전 정보가 없기에 균일한 확률 분포를 가정한다. 제안한 방법에서는 다른 다중 측정 벡터에서 얻은 정보로부터 사전 정보를 추정하여 적응적으로 변화시킨다. 따라서 동일한 환경에서 측정 벡터의 수가 많을수록 낮은 에러율을 보임을 확인하였다.

ACKNOWLEDGMENT

“본 연구는 과학기술정보통신부 및 정보통신기획평가원의 대학ICT연구센터육성지원사업의 연구결과로 수행되었음”(IITP-2021-2017-0-01637)

참 고 문 헌

[1] Zymnis, Argyrios, Stephen Boyd, and Emmanuel Candes. "Compressed sensing with quantized measurements." IEEE Signal Processing Letters 17.2 (2009): 149-152.

[2] Nam, Yunseo, and Namyoon Lee. "Bayesian matching pursuit: A finite-alphabet sparse signal recovery algorithm for quantized compressive sensing." IEEE Signal Processing Letters 26.9 (2019): 1285-1289.

[3] Chae, Jeongmin, Seonho Kim, and Songnam Hong. "Stacked Bayesian Matching Pursuit for One-Bit Compressed Sensing." IEEE Signal Processing Letters 27 (2020): 550-554.