

빠른 페이딩 채널에서 부호 설계 방법에 따른 복호 성능 분석

박지상, 주효상, Tuyet Mai Dang, 김태우, 김상호*

성균관대학교 전자전기컴퓨터공학과

iamshkim@skku.edu*

On the Performance of Polar Codes in Fast Fading Channel

Jisang Park, Hyosang Ju, Dang Thi Tuyet Mai, Taewoo Kim, Sang-Hyo Kim*

Department of Electrical and Computer Engineering, Sungkyunkwan University

요약

본 논문은 빠른 페이딩 채널을 위해 설계된 양극성 스펙트럼 기반[5]의 부호 설계 시 성능을 기존 설계 방법의 복호 성능과 분석한다. 실험 결과 양극성 스펙트럼(polar spectrum) 기반의 극 부호 설계 방법은 기존 극 부호 설계 방법보다 우수한 성능을 달성한다. 그러나 순환 중복 검사 부호와 연결할 경우 기존 설계 방법보다 저하된 성능을 가짐에 따라, 빠른 페이딩 채널에서 연결 부호를 고려한 최적 부호설계가 필요함을 확인하였다.

I. 서론

클로드 섀넌(Claud E. Shannon)의 채널 부호화 이론에 의하면, 메시지 전송 시 적절한 채널 부호를 사용하여 채널 용량을 달성할 수 있다. 다양한 채널 부호들이 연구되어 왔으며, 그 중 한 가지인 극 부호는 부호 길이가 증가함에 따라 채널 용량에 수렴하는 특징이 있다. 최초 제안 당시에는 표준 경쟁 채널 부호들인 저밀도 패리티(low density parity check: LDPC), 터보(turbo) 부호에 비해 낮은 성능을 보였으나, 복호 방법 개선 및 순환중복검사(cyclic redundancy check: CRC) 부호 연결 등을 통해 기존 채널 부호에 필적하는 수준으로 발전하였다.

극 부호의 복호 방법으로 최초 제안되었던 연속 제거(successive cancellation: SC) 복호는 각 소스 비트를 순차적으로 0과 1 중 하나의 값으로만 추정하여 높은 성능을 달성하지 못하였다[1]. 이를 개선하고자 제안된 연속 제거 리스트 복호(SC-list: SCL)는 신뢰도가 높은 여러 개의 부호어 추정 후보를 동시에 관리함으로써 복호 성능을 개선하였다[2]. 더 나아가 부호화 시 CRC 부호를 연결하고, SCL 복호 과정의 마지막 단계에서 CRC 검사를 수행함으로써 오류검출능을 더욱 개선하였다[3].

극 부호는 부호 설계 방법에 의해 성능이 달라지기도 한다. 다양한 부호 파라미터에 대응할 수 있는 설계 방법으로는 밀도 진화나 가우시안 근사 및 양극화 가중치(polarization weight: PW)[4] 방법이 있다. 위 방법은 페이딩을 겪게 되는 경우 성능 저하 현상이 불가피하다. 이를 개선하기 위한 방법 중 하나인 양극성 스펙트럼 기반의 부호 설계[5]는 빠른 페이딩 채널에서 PW 기반 부호 설계 시 복호 성능에 비해 우수한 성능을 달성한다. 하지만 두 부호 설계 방법에 대해 우수한 오류검출능력을 위해 CRC와 같은 외부부호를 연결할 때의 복호 성능 분석이 이루어지지 않았다. 시뮬레이션 결과 외부부호 연결 시 양극성 스펙트럼 기반의 설계 방법이 PW 기반 설계 방법보다 낮은 성능을 가짐을 확인하였다.

II. 본론

A. 극 부호 개요

극 부호는 각 소스 비트에 대응하는 분리 채널(split channel) $W_N^{(i)}$ 가 기존 N 개의 전송 채널 W 에 비해 채널 용량이 증가한 그룹과 감소한 그룹으로 구분되는 현상이다[1]. 이는 N 개의 동일한 전송 채널 W 를 W_N 으로 합성 후, 다시 N 개의 분리 채널 $W_N^{(i)}$ ($i = 1, \dots, N$)로 분리하는 과정

을 통해 유도한다. N 이 증가할수록 채널 용량이 증가한 채널의 수가 전송률 $NI(W)$ 에 수렴하여 오류 발생률을 저감한다. 합성 채널 W_N 의 구조는 소스 비트의 부호화 과정으로부터 정의되므로 $W_N^{(i)}$ 의 신뢰도를 i 번째 소스 비트의 신뢰도로 활용할 수 있다. 이를 근거로 비트 채널 $W_N^{(i)}$ 의 신뢰도가 우수한 K 개의 비트를 정보집합 \mathcal{A} , 나머지 $N-K$ 개 비트를 고정집합 \mathcal{F} 의 요소로 선택하여 부호율 $R=K/N$ 인 극부호를 설계한다. 극부호와 다른 채널부호를 연결하는 경우 K_p 개 오류정정 비트가 \mathcal{A} 에 추가된다.

극 부호의 SCL 복호는 SC 복호와 달리 i 번째 비트를 추정할 때 추정 부호어 후보들 중 신뢰도가 높은 L 개를 확보한다[2]. N 번째 소스 비트 위치에서 최종 확보한 L 개 후보 중 가장 신뢰도가 높은 것을 복호 결과로 선택한다. CRC 부호는 SCL 복호 시 부호의 오류검출 효율을 높이기 위해 사용될 수 있으며, CRC 부호의 활용을 통해 프리코딩이 적용되지 않은 SCL 복호 성능을 매우 향상시킬 수 있다[3].

B. 양극화 가중치(polarization weight) 기반의 부호 설계[4]

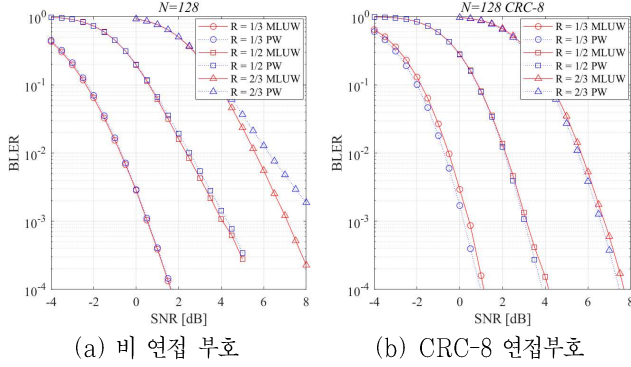
부가백색 가우시안 잡음(additive white Gaussian noise: AWGN) 채널을 위한 설계 방법으로 최초 제안되었던 PW 기반 부호 설계 방법[4]은 각 비트의 인덱스의 신뢰도 우위 관계를 나타내는 범용적 부분 순서(universal partial order: UPO)에 기반해 신뢰도 메트릭을 정의한다. 먼저 각 비트 채널에 대한 메트릭을 인덱스의 2진 표현 $((b_{n-1} \dots b_1 b_0)_2)$ 을 $\beta=2^{1/4}$ 의 거듭제곱으로 표현된 가중치 합으로 계산한다. 이 값은 각 소스 비트의 신뢰도 판단 기준으로 활용하며, 크기가 클수록 해당 비트의 신뢰도가 우수한 것으로 판단한다. 인덱스가 i 인 비트채널의 PW 값은

$$PW_N^{(i)} = \sum_{j=1}^n b_{i-1} \beta^{j-1} \quad (1)$$

와 같이 표현할 수 있다.

C. 양극성 스펙트럼(polar spectrum) 기반의 부호 설계[5]

양극성 스펙트럼 기반의 부호 설계 방법은 최초 AWGN 채널을 위한 부호 설계 방법으로 제안되었다[6]. 해당 논문에서는 극 부호의 생성 행렬 $G = F^{\otimes n}$ ($n = \log_2 N$, $F = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$)에 대해, 소스 비트의 첫 번째 위치부터 i 번째 위치까지의 비트가 특정 패턴을 갖는 극 부호어의 집합을 아래와 같은 subcode로 정의하였다.

그림 1. $N=128$ 에서 MLUW, PW 기반 부호 설계 방법의 성능 비교

$$\mathbb{D}_N^{(i)} = \{\mathbf{c}^{(1)} | \mathbf{c}^{(1)} = (0_0^{-1}, 1, u_{i+1}^N)G, u_{i+1}^N \in \{0, 1\}^{N-i}\} \quad (2)$$

$$\mathbb{C}_N^{(i)} = \{\mathbf{c}^{(0)} | \mathbf{c}^{(0)} = (0_0^{-1}, 0, u_{i+1}^N)G, u_{i+1}^N \in \{0, 1\}^{N-i}\} \quad (3)$$

이 때 해밍 가중치가 d 인 $\mathbf{c}^{(1)}, \mathbf{c}^{(0)}$ 의 수를 각각 $A_N^{(i)}(d), S_N^{(i)}(d)$ 로 표기하며, $\{A_N^{(i)}(d)\}$ 를 극 부호의 양극성 스펙트럼이라 정의하였다.

각 비트 채널의 오류 상한은 양극성 스펙트럼과 subcode의 쌍간 오류(pairwise error probability)의 곱으로 표현된다. 구체적으로 0 벡터 $\mathbf{c}^{(0)}$ 를 채널 상태 정보가 $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N]$ 인 채널을 통해 전송하는 경우 비트 채널 $W_N^{(i)}$ 의 오류 상한은 다음과 같다.

$$P(W_N^{(i)}) \leq \sum_{d=d_{\min}}^N A_N^{(i)}(d) E_{\alpha} [P_N^{(i)}(\mathbf{c}^{(0)} \rightarrow \mathbf{c}^{(1)}, d | \boldsymbol{\alpha})] \quad (4)$$

이 때, $E_{\alpha} [P_N^{(i)}(\mathbf{c}^{(0)} \rightarrow \mathbf{c}^{(1)}, d | \boldsymbol{\alpha})]$ 는 채널 상태 정보에 대한 $\mathbf{c}^{(0)}, \mathbf{c}^{(1)}$ 의 쌍간 오류 평균을 의미하며, d_{\min} 은 모든 $\mathbf{c}^{(0)}, \mathbf{c}^{(1)}$ 의 쌍에 대한 해밍 거리의 최소값을 뜻한다. 이를 근거로 [5]는 LUW (logarithmic upper-bound weight), MLUW (minimum-weight LUW)를 정의하여 비트채널의 신뢰도 분석에 이용한다. 두 메트릭 중 한 가지를 이용하여 신뢰도를 분석하며, 비트의 메트릭 값이 낮을수록 신뢰도가 높은 것으로 판단한다. 페이딩 유형에 따라 메트릭 값이 달라지며 레일리(Rayleigh) 채널의 경우

$$LUW_N^{(i)} = \max_d \left\{ L_N^{(i)}(d) - d \ln \frac{E_s}{N_0} \right\} \quad (5)$$

$$MLUW_N^{(i)} = L_N^{(i)}(d_{\min}^{(i)}) - d_{\min}^{(i)} \ln \frac{E_s}{N_0} \quad (6)$$

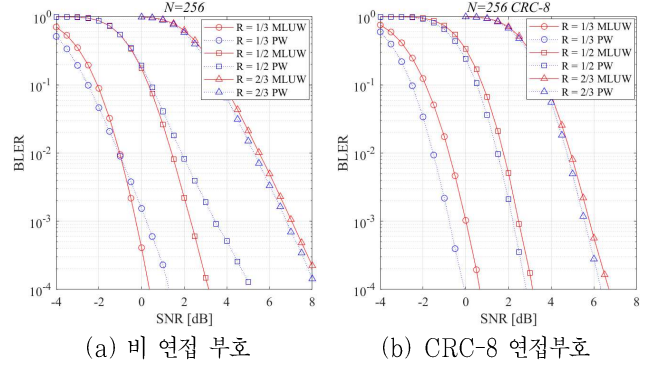
와 같다. 이 때, 메트릭 계산에 사용되는 E_s/N_0 값은 채널 SNR 값과는 별개의 값이며 [5]에서는 부호율에 따라 다른 값을 사용하였다.

III. 시뮬레이션 결과

본 논문에서는 극 부호를 PW 기반으로 설계한 경우와 MLUW 기반으로 설계한 경우의 성능을 비교 분석하였다. MLUW, PW 기반 설계 성능을 각각 파란색 점선과 붉은색 실선으로 표현하였으며 BLER 10^{-3} 을 달성하는 요구 SNR을 비교하였다. 레일리 패스트 페이딩 채널을 가정하였으며 부호 설계 E_s/N_0 값은 R 에 관계없이 10dB의 선형 값으로 고정하였다. $N=128, 256, R=1/3, 1/2, 2/3$ 극 부호에 대해 $L=8$ 인 SCL 복호를 적용하였으며, CRC를 연접한 경우에도 $R=K/N$ 로 산정하였다.

그림 1은 $N=128$ 에서 연접 부호가 없는 경우와 CRC-8을 고려한 경우 두 부호 설계 방법의 성능을 나타낸다. 부호 연접이 없는 경우 MLUW 기반 설계 방법이 더 높은 성능을 달성하며 $R=2/3$ 에서 약 1.6dB 이득을 달성한다. 반면 CRC-8을 적용할 경우 PW 기반 설계 방법이 전반적으로 높은 성능을 달성하며 $R=1/3$ 에서 약 0.26dB의 이득을 달성한다.

$N=256$ 에서도 그림 2와 같이 비슷한 현상이 나타나며 CRC-8이 고려

그림 2. $N=256$ 에서 MLUW, PW 기반 부호 설계 방법의 성능 비교

되지 않은 경우 MLUW 기반 설계 방법이 $R=1/2$ 에서 약 1.13dB의 이득을 달성하나, CRC-8 연접 시 PW 기반 설계 방법이 $R=1/3$ 에서 약 0.78dB 이득을 달성한다. 이는 양극성 스펙트럼이 CRC 부호의 영향으로 부호어 간의 최소 거리가 증가하는 현상을 반영하지 못한 것으로 추정된다. 특이한 점은 연접 부호를 고려하지 않았을 때에도 $R=2/3$ 에서 PW가 약 0.25dB의 이득을 달성하는 점이다. 따라서 극 부호에 연접되는 각 채널 부호 유형을 고려한 양극성 스펙트럼의 분석이 필요하다.

IV. 결론

극 부호는 적절한 부호 설계 방법을 통해 성능 개선이 가능하다. 빠른 페이딩 채널을 위해 제안된 양극성 스펙트럼 기반의 부호 설계 방법은, CRC와 같은 연접부호가 고려되지 않은 환경에서는 기존의 부호 설계 방법보다 우수한 성능을 달성한다. 그러나 CRC 부호와의 연접 시 CRC 비트와 CRC 보호가 적용되는 비트 간의 규칙에 따라 양극성 스펙트럼의 변화가 발생하여 기존 설계 방법보다 저하된 복호 성능을 가진다. 연접 부호에 따라 양극성 스펙트럼이 달라질 것으로 예상되며, 이를 분석하여 부호 성능 관점에서 설계 방법의 최적화를 생각해볼 수 있다.

ACKNOWLEDGMENT

본 연구 논문은 과학기술정보통신부 및 정보통신기획평가원의 출연금으로 수행하고 있는 한국전자통신연구원 ETRI 공간-주파수 다이버시티 활용 채널 부호화 기술 연구 및 시뮬레이션 시간 단축 기법 연구(2018-0-00218) 위탁연구과제의 연구결과입니다.

참고 문헌

- [1] E. Arikan, "Channel Polarization: A Method for Constructing Capacity-Achieving Codes for Symmetric Binary-Input Memoryless Channels," *IEEE Trans. on Inf. Theory*, vol. 55, no. 7, pp. 3051-3073, Jun. 2009.
- [2] I. Tal, A. Vardy, "List Decoding of Polar Codes," in *Proc. IEEE Int. Symp. on Inf. Theory (ISIT)*, St. Petersburg, Jul. 2011.
- [3] K. Niu, "CRC-Aided Decoding of Polar Codes," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 16, no. 10, pp. 1668-1671, Sep. 2012.
- [4] G. He et al., " β -Expansion: A Theoretical Framework for Fast and Recursive Construction of Polar Codes," in *Proc. Global Commun. Conf.(GLOBECOM)*, Singapore, Dec. 2017.
- [5] K. Niu, Y. Li, "Polar Codes for Fast Fading Channel: Design Based on Polar Spectrum," *IEEE Trans. on Veh. Technol.*, vol. 69, no. 9, pp. 10103-10114, Jun. 2020.
- [6] K. Niu, Y. Li, W. Wu, "Polar Codes: Analysis and Construction Based on Polar Spectrum," arXiv: 1908.05889v2[cs.IT]