

# 외란으로 인한 도달영역을 고려한 안전한 자율주행차 경로계획법

이윤우, 김현진\*  
서울대학교

snunoo12@snu.ac.kr, \*hjinkim@snu.ac.kr

## Trajectory Generation for Autonomous Vehicle Based on Reachability Analysis

Lee Yunwoo, Kim H. Jin\*  
Seoul National Univ.

### 요약

본 논문은 모델예측제어 (MPC)를 기반으로 한, 복잡한 비정형 환경에서의 안전한 자율주행법을 다룬다. 외란이 존재하는 환경에서의 장애물 회피는 순차적 볼록 최적화 기법을 통하여 일정시간 동안의 제어 입력을 수정하여 안전한 영역 내에 차를 위치시키게 한다. 모든 외란을 고려하여 도달영역을 계산하며, 이는 해밀턴-자코비 도달성 분석을 기반으로 한다. 차 및 장애물을 타원으로 근사하여, 민코우스키 합 및 타원 근사법을 이용하여 장애물 회피를 다룬다.

### I. 서론

복잡한 비정형 환경에서의 위험으로부터 안전한 자율동적 시스템의 기동 계획은 여전히 도전적인 문제이다. 실제 동적 시스템은 외란에 항상 영향을 받기 때문에, 경로계획법에서 안전을 보장하는 것은 필수불가결한 요소이다. 게다가 항상 불확실성으로 인하여 사전에 계획된 경로 역시 안전을 보장하지 못하여 전체 시스템의 임무를 실패로 이끌 수 있다. 하지만, 잠정적으로 위험한 경로 역시 수정하여 차가 안전하게 주행할 수 있게끔 해야 한다.

본 논문에서는 모델예측제어, 해밀턴-자코비 도달성 분석을 이용한 미래도달영역 계산을 이용하여 자율주행차의 경로계획을 다룬다. 우리는 유계의 노이즈 및 외란을 고려하여 상태오차의 전파 모습을 기술하며, 이를 타원 제약조건으로 근사하여 모델예측제어 기법을 통한 경로계획을 완성시킨다.

### II. 모델 예측 제어 기법

본 논문에서 다루는 모델예측제어 기법에 사용되는 차 모델은 간단한 자전거 기구학 모델을 이용한다. 차의 선가속도, 바퀴의 회전각을 제어 입력으로 사용하며 시스템의 노이즈 및 외란이 동역학 모델에 포함된다.  $\xi = [x, y, v, \theta]^T$ ,  $\mathbf{u} = [a, \delta]$ ,  $\mathbf{w} \in \mathbf{W}$ . 상태변수  $\xi$ 는 x,y 위치, 선속력, 방향각을 나타내며, 제어입력으로 선가속도와 바퀴의 각도를 사용한다. 안전이 보장된 경로추종 계획을 만들어내기 위하여, 다음과 같이 구간 이동 방법의 최적화기법 문제 형태로 구성할 수 있다.

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2} \|\xi - \xi_N\|_{Q_f}^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{k=N-1} \|\xi - \xi_k\|_Q^2 + \|\mathbf{u}\|_R^2 \quad (1) \\ \text{s.t.} \quad & \xi_{k+1} = A\xi_k + B\mathbf{u}_k + C \\ & c(X_k) > 0 \\ & X_k = E_k + \xi_k \end{aligned}$$

여기에서,  $A, B, C$ 는 자전거 기구학 모델의 선형화 결과이다. 두번째 제약조건은 장애물 회피를 나타내는 것으로써 비선형한 동시에 비볼록하다.  $N$ 은 모델예측제어에 쓰이는 time horizon으로써,  $dt$  간격의 시간들에 대해서 다룬다.  $E_k$ 는 상태오차 도달영역으로서, 기준 주어진 경로로부터 벗어날 수 있는 영역을 계산한 것이다. 시스템에 작용하는 외란 및 노이즈가 유계라 가정하면, 위와 같은 제약조건을 통하여 구간 내에서의 경로의 안전함을 보장할 수 있다.

### III. 해밀턴-자코비 도달성 분석에 의한 도달영역 계산법

해밀턴-자코비 도달성 분석은 안전성을 분석하기 위한 도구로써 널리 사용되고 있다. 게임이론을 기반으로한 도달성 분석은 최악의 경우를 고려하여 문제를 다룬다. 하지만, 해밀턴-자코비 도달성을 바탕의 도달영역 계산은 시스템의 차수에 증가함에 따라 계산시간이 기하급수적으로 증가하는 단점을 갖고 있다. 하지만, Hopf 공식을 이용하여, 해석적으로 영역을 계산할 수 있으며, 외란 및 노이즈에 의해 누적된 상태 오차 영역을 Minkowski sum을 통하여 구할 수 있게 된다.

최대 외란에 의한 도달 영역은 다음과 같이 표현 할 수 있다.[1]

$$D_i(t) = \left\{ \int_0^t D_i(\tau) \operatorname{sgn}(v^T Q_0^{-\frac{1}{2}} D_i(\tau) d\tau | v^T v \leq 1 \right\} \quad (2)$$

적분식을 통하여 구하는 영역은 수치적분을 필요로 한다. 따라서, 계산 시간의 감소를 위하여 위의 집합을 가능한 덜 보수적으로 외접하는 타원을 구한다 0. 우리는 다음의 Lyapunov Equation의 해가 되는  $Q_i$ 를 구하여 보수적인 도달영역으로 사용한다.

$$\begin{aligned} \Phi(t)(Q_i(t) - \epsilon t^2 I) - (Q_i(t) - \epsilon t^2 I)^T \Phi(t) \\ = N_i(t) - \exp(-\Phi(t)) N_i(t) \exp(-\Phi^T(t)) \quad (3) \end{aligned}$$

여기에서,  $N_i(t) = tw_i^2 D_i(t)D_i^T(t)$  이며,  $\Phi(t)$  는 closed-loop 시스템의 system matrix 이다. 이렇게 계산된 최대 노이즈, 외란에 의한 각각의 도달영역은 Minkowski sum 에 의해 합쳐지게 되며, 이는 아래의 외접 타원 근사법에 의해 구해진다.

#### IV. 타원 장애물 회피 검사

도달영역들의 합을 근사하기 위하여 외접하는 최소 부피의 타원을 생각하며 다음 식의 최적화 문제를 푼다.

$$\min \log \det(Q(\beta)) \quad (4)$$

여기서  $\beta$ 는 두 타원의 합을 조절하는 가중치이며,  $Q(\beta) = \left(1 + \frac{1}{\beta}\right)Q_1 + (1 + \beta)Q_2$ 이다. 1 차 최적조건  $\frac{\partial}{\partial \beta} (\log \det Q(\beta)) = 0$  은, closed form 의 해를 주지 않는다. 따라서 반복법을 통하여 최적의  $\beta$ 를 구한다.

$k$  번째 반복에서  $k+1$  번째의  $\beta$ 는 다음 식을 통하여 구하며 [2], 첫번째의  $\beta$ 는 minimum trace 근사 방법의 솔루션의 결과를 이용한다.

$$\beta_{k+1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{1 + \beta_k \lambda_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i}{1 + \beta_k \lambda_i}}} \quad (5)$$

위의 방법을 통하여, 상태오차 도달 영역을 타원으로 근사할 수 있으며, 이는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$E(q(t), Q(t)) = \{q(t) + Q^{\frac{1}{2}}(t)p \mid p^T p \leq 1\} \quad (6)$$

$q(t)$ 는 타원의 중심이며,  $Q(t)$ 는 타원의 모양을 결정 짓는 행렬이다. 우리는 MPC 매구간에서의 상태오차 도달 영역을 계산하고, 이를 최적화 내의 제약조건으로 사용할 수 있다.

$$c(x(t)) = (x(t) - x_{obs})^T \hat{Q} (x(t) - x_{obs}) - 1 \quad (7)$$

여기에서  $\hat{Q}$ 는 도달영역  $Q_k$ 와 장애물  $Q_{obs}$ 의 minkowski-sum 의 타원 근사 결과이다.

#### IV. 주행 시뮬레이션 및 결과

자율주행 시뮬레이션은 Airsim 환경에서 시행되었다. 모델 예측 제어의  $N=50$ , 샘플링 시간  $dt=0.1$  초로 설정하였다. 장애물이 가득한 비정형 환경을 구성하여, 본 논문의 알고리즘을 검증하였다. 각각 형태의 경로의 주행 임무를 주었고, 이를 3 차 다항곡선으로 가공하여 이를 추종하게끔 하였다.  $w_\theta, w_v \in [-0.5, 0.5]$  로 설정한 후 시행한 시뮬레이션 결과는 다음과 같다.

매 재경로계획시, 평균 60ms 의 시간이 소요되었고, 이는 이전 연구들에서 수 분 이상 소모하는 것에 비해 아주 적은 시간을 소요하여 안전성을 보장할 수 있었다.



그림 1 비정형 환경에서의 자율주행

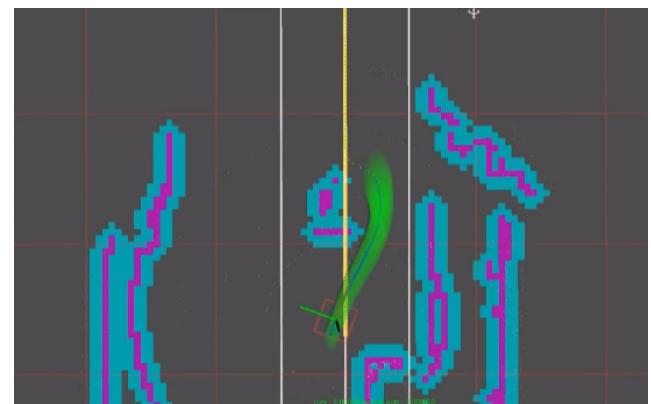


그림 2 자율주행차의 상태 오차 전파를 고려한 경로계획법

#### V. 결론

본 논문에서는 해밀턴-자코비 도달성 분석을 고려한 안전한 자율주행 경로계획법을 제시하였다. 첫번째로, 자동차의 동역학 모델로부터 MPC를 구성하였으며, 두번째로, 도달 영역을 최소로 보수적이며 빠르게 계산할 수 있는 방법을 제시하였다. 위의 방법을 통하여 안전한 영역에서의 제어정책을 만들어 낼 수 있었다.

#### ACKNOWLEDGMENT

이 논문은 2020년도 정부(과학기술정보통신) 재원으로 정보통신기술진흥센터의 지원을 받아 수행된 연구임 (No.2019-0-00399, 비정형 주행환경 대응이 가능한 자율차 탑재용 AI 기반 인지, 판단 및 제어 솔루션 개발)

#### 참고문헌

- [1] Hoseong Seo, Donggun Lee, Clark Youngdong Son, Claire J. Tomlin, and H. Jin Kim "Robust Trajectory Planning for a Multicopter against Disturbance based on Hamilton-Jacobi Reachability Analysis," "International Conference on Intelligent Robotics and Systems (IROS), IEEE, 2019
- [2] A. Halder "Smallest Ellipsoid Containing p-Sum of Ellipsoids with Application to Reachability Analysis," In: arXiv Preprint arXiv:1806.07621.2018