

# 마할라노비스 거리를 이용한 파티클 필터의 개선 방법

박정훈, 유제니오, 임완수, 양연모\*  
\*금오공과대학교

(wlsemrl8, eugeniomorocho, wansu.lim, \*yangym)@kumoh.ac.kr

## On the Improved Particle Filter by Mahalanobis Distance Consideration

Park Jeong Hun, Manuel Eugenio Morocho-Cayamcela, Lim Wan Soo, Yeon-Mo Yang\*  
\*Kumoh National Institute of Technology

### 요약

본 논문은 마할라노비스 거리를 사용해 개선한 파티클 필터를 제안한다. 파티클 필터는 칼만필터의 한 종류로 비선형 데이터, 논가우시안 잡음이 있는 실제 환경에서도 잘 작용하는 상태 추정 알고리즘이다. 마할라노비스 거리는 확률 분포상에서의 평균과의 거리를 측정하는 방법으로, 파티클 필터에 적용해 기존 파티클 필터와 비선형 모델에서의 시뮬레이션을 수행하고, 각 방법의 예측값과 실제값의 RMS 오차를 비교해 성능을 비교하였다.

### I. 서론

측정되는 데이터는 우리가 원하는 값 외에도 잡음이나 측정 오차와 같은 원하지 않는 정보를 포함하고 있다. 필터링은 잡음 등 불필요한 데이터가 혼합된 측정 데이터로부터 원하는 데이터만을 걸러내는 데이터 처리 과정이다. 필터링되는 잡음이나 오차는 일정한 값을 가지지 않고 확률적으로 변화하기 때문에 확률적 모델의 상태를 예측해 필터링할 필요가 있지만, 확률적 잡음 모델의 추정 및 예측은 쉽지 않다. 따라서 확률적 잡음 모델의 상태 추정을 위한 필터링 방법들이 연구되고 있으며, 대표적인 방법으로 칼만 필터가 있다.[1] 칼만 필터는 정확도가 높은 방법이지만, 선형시스템과 가우시안 잡음이 있는 경우에 그 정확도가 보장되는 단점이 있다. 이를 개선하기 위한 방법으로 확장칼만필터, 무향칼만필터, 파티클필터 등이 있다. 본 논문에서는 칼만 필터의 한 종류인 파티클 필터의 성능 향상을 위해 마할라노비스 거리를 적용한 파티클 필터를 제안하고, 비선형 시스템 모델에서의 시뮬레이션을 통해 제안된 마할라노비스 파티클 필터의 성능을 확인 및 검증하였다.

### II. 마할라노비스 파티클 필터

#### 2-1. 파티클 필터

칼만 필터는 과거의 데이터를 기반으로 현 상태를 추정하는 재귀 필터로 우수한 성능을 가진 필터이지만, 실제 응용에 있어 비선형, 논가우시안 잡음이 존재할 때 예측 정확도가 떨어지며, 연산 복잡도가 높은 단점이 있다. 파티클 필터는 칼만 필터의 한 종류로 칼만필터의 단점을 개선한 확률 기반 베이즈 필터의 근사 방법 중 하나다.[2] 파티클 필터는 확률적인 시행착오(Trial and Error)에 기반한 방법으로 무작위로 생성된 많은 수의 파티클들과 실제 데이터의 거리를 측정해 실제값과 가까운 파티클들에 가중치를 더해 실제 데이터를 추정하며, 연속적 몬테카를로(Sequential Montecarlo) 방법이라고도 한다. 파티클 필터는 리샘플링 개념을 적용하여 개선된 Sampling Importance Resampling(SIR) 기법을 통해 연산시간이 단축되어 활발한 연구가 지속되고 있다.[2,4] 특히, 파티클 필터는 비선형

시스템과 논 가우시안 잡음을 갖는 시스템의 상태를 추정하는데 유리하다. 파티클 필터의 알고리즘은 다음과 같다.[3-5] [ 1 샘플링 > 2 측정값 업데이트 > 3 가중치 계산 > 4 리샘플링 ]. 2~3 단계 과정을 통해 실제 측정 데이터와 가까운 파티클에 높은 가중치를 주고, 4 단계에서 큰 가중치를 가지는, 즉 실제 데이터의 값일 확률이 높은 파티클들로 리샘플링한다. 파티클 필터는 가중치 계산을 위해 측정값과 파티클의 거리의 계산에 유클리디안 노름을 사용한다.

#### 2-2. 노름 (Norm)

노름은 벡터공간 상에서 원소들 간의 거리를 측정하는 방법으로 다양한 종류가 있다. 대표적으로 맨하탄 거리(Manhattan Norm, L1 Norm)와 유클리디안 거리(Euclidean Norm, L2 Norm)가 있으며, 두 노름은 벡터  $p$  와  $q$ 에 대하여 다음과 같이 정의된다.

$$L1 \text{ Norm} : \|x\|_1 = \sum_{i=1}^n |p_i - q_i| \quad (1)$$

$$L2 \text{ Norm} : \|x\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^n (p_i - q_i)^2}, \quad x_n = p_n - q_n \quad (2)$$

#### 2-3. 마할라노비스 거리 (Mahalanobis Distance)

노름은 공간상의 거리를 측정하기 때문에, 확률 분포상의 거리가 멀더라도 노름의 크기는 가깝게 나타날 수 있는 문제가 있다. 반면, 확률 분포가 IID(Identical Independent Distribution)가 아닌 경우 마할라노비스 거리는 분포 상에서 어떤 값이 발생할 확률의 높고 낮음을 수치화 하는 방법으로, 샘플과 평균과의 거리와 확률 분포의 공분산의 크기에 따라 가중치가 부여된 거리를 계산한다. 마할라노비스 거리는 n 차 측정 값에 대하여 식 (3)과 같이 계산된다.

$$\text{Mahalanobis}(x, \mu) = (x - \mu) \Sigma^{-1} (x - \mu)^T \quad (3)$$

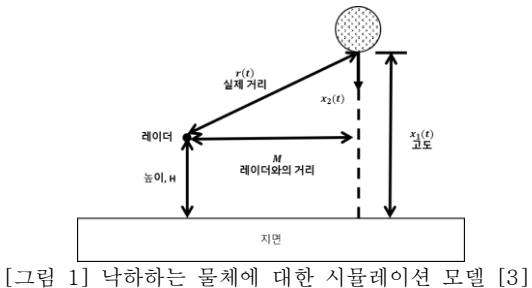
#### 2-4. 마할라노비스 파티클 필터

본 논문에서 제안하는 마할라노비스 파티클 필터는 파티클 필터 알고리즘의 가중치 계산 단계에 마할라노비스 거리를 추가하여, 파티클들의 분포에 따라 가중치 계산을 진행하도록 하였다. 마할라노비스 파티클

필터의 알고리즘은 다음과 같다. [ 1 샘플링 > 2 측정값 업데이트 > 3 가중치 계산 > 3-1 마할라노비스 업데이트 > 4 리샘플링 ]. 파티클들은 점점 실제 값과 가까운 곳으로 모이기 때문에 각 파티클의 확률 분포상의 거리를 측정해 가중치를 업데이트하여 실제 값과 확률적으로 더 가까운 파티클에 더 큰 가중치를 부여할 수 있다.

### III. 시뮬레이션

시뮬레이션 모델은 기존 파티클 필터와 제안된 파티클 필터의 성능 비교를 위해 듀런 화이트 외 다수가 제시한 모델에 따라 상태방정식과 출력방정식 모두 비선형성을 지니는 낙하하는 물체 시뮬레이션 모델을 선정하였다.[3,7] 이 시뮬레이션 모델은 수직 하강하는 물체의 고도와 속도 그리고 일정한 탄도계수의 추정을 요구한다. 측정은 가우시안 잡음이 있는 환경에서 레이더에 의해 이산시간에서 이루어진다. 이 시뮬레이션 모델과 그 변수는 다음과 같다.



[그림 1] 낙하하는 물체에 대한 시뮬레이션 모델 [3]  
 $x_1(t)$  : 고도 /  $x_2(t)$  : 낙하 속도  
 $r(t)$  : 낙하 물체와 공의 실제 거리  
 $M$  : 레이더와의 거리(상수) /  $H$  : 레이더의 높이(상수)

시뮬레이션 결과는 파티클 필터와 마할라노비스 파티클 필터의 성능 비교는 물체의 고도, 낙하속도, 탄도계수 예측값이 가지는 RMS 오차를 비교하며, 특히 물체의 위치인 고도에 대하여 RMS 오차를 10 회 반복 측정하여 오차의 평균을 통해 성능을 비교한다.

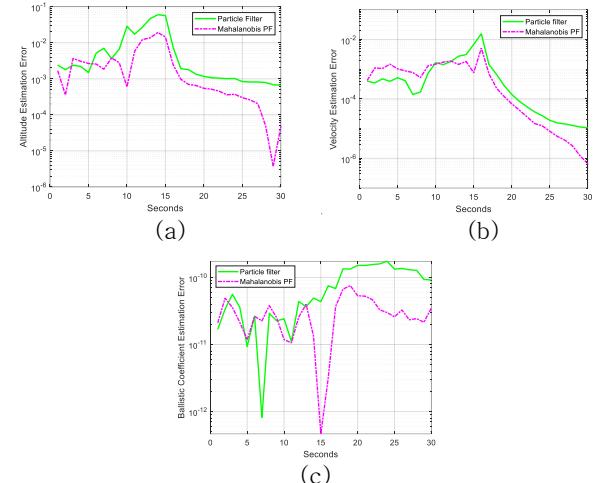
한 회의 측정에서 나타난 파티클 필터와 마할라노비스 파티클 필터의 RMS 오차는 표 1과 같이 나타났으며, 세가지 지표 모두 마할라노비스 파티클 필터에서 우수한 성능을 보였다.

<표 1> 파티클 필터와 마할라노비스 파티클 필터의 RMS 오차

	고도	낙하속도	탄도계수
파티클 필터	0.0188	0.005	6e-11
마할라노비스 파티클 필터	0.0057	0.003	3e-11

그림 2 는 각각 파티클 필터와 마할라노비스 파티클 필터를 이용해 시뮬레이션 모델에 대해 고도, 낙하속도, 탄도 계수를 예측한 결과의 오차이다.

물체의 위치인 고도의 RMS 오차를 10 회 반복 측정한 결과 파티클 필터와 마할라노비스 파티클 필터가 예측한 고도의 평균 RMS 오차는 각각 0.0134 와 0.0108 로 마할라노비스 파티클 필터가 약 20% 우수한 성능을 보였다.



[그림 2] (a)고도, (b)속도, (c)탄도 계수, 예측 오차

### V. 결 론

본 논문에서는 마할라노비스 거리를 적용한 파티클 필터를 제안하였다. 파티클 필터와 개선된 마할라노비스 파티클 필터를 이용해 비선형 모델인 낙하하는 물체의 고도, 낙하속도, 탄도계수를 추정하였고, 실제 값과의 RMS 오차를 비교하였다. 시뮬레이션 결과 세 가지 지표 모두 마할라노비스 파티클 필터가 우수한 성능을 보였다. 고도를 반복측정한 결과의 RMS 오차 평균 또한 제안된 마할라노비스 파티클 필터가 약 20% 우수한 성능을 보임을 확인하였다.

### ACKNOWLEDGMENT

본 연구는 중소벤처기업부의 기술개발사업[S2829065]과 과학기술정보통신부의 초연구사업(2020R1A4A101777511)의 지원에 의한 연구임

### 참 고 문 헌

- [1] R.Kalman, "A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems", Trans, ASME, J. Basic Engineering, vol.82, pp. 34-45, Mar. 1960.
- [2] D. Simon, "Optimal State Estimation", John Wiley & Sons, 2006
- [3] S. Thrun, W. Burgard, D. Fox, "Probabilistic Robotics", MIT Press, 2005
- [4] A.Doucet, N. de Freitas, K. Murphy, S. Russell, "Rao-Blackwellized particle filtering for dynamic Bayesian networks", Proceedings of Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence, 2000
- [5] K. Murphy, "Bayesian map learning in dynamic environments," Advances in Neural Information Processing Systems. MIT Press, 1999
- [6] S. Julier, J. Uhlmann, and H. F. Durrant-Whyte, "A New Method for the Nonlinear Transformation of Means and Covariances in Filters and Estimators," IEEE Trans on Automatic Control, Vol. 45, No. 3, Mar, 2000