

전력시스템에서 리아프노프 함수법을 통한 H_∞ 제어기 설계

김영재, 김성동, 이승훈, 권오민
충북대학교

Cel2020@cbnu.ac.kr, eaststar83@gmail.com, acafela@cbnu.ac.kr, madwind@cbnu.ac.kr

H_∞ controller design for power systems via Lyapunov–Krasovskii functional

Kim Yeong Jae, Kim Sung Dong, Lee Seung Hoon, Kwon Oh Min
Chungbuk National Univ.

요약

본 논문은 시간지연과 외란이 있는 선형 시스템에서 H_∞ 안정성 조건을 제시하였다. 리아프노프 안정성 이론을 이용하여 H_∞ 외란이 있는 폐루프 시스템의 안정성 조건을 선형 행렬 부등식 (LMI) 형태로 유도하였다. 제어기는 점근적으로 안정하도록 설계하였고, 전력시스템에 접목시켜 제시된 기법의 우수성과 효과를 보였다.

I. 서론

시스템의 계산 시간, 전송 속도 등의 물리적인 제약으로 인하여 발생하는 시간지연 현상은 원자로 시스템, 네트워크 시스템 등의 다양한 시스템에 필연적으로 존재한다. 이는 전체 시스템의 성능을 저하시키거나 불안정하게 하기 때문에, 이러한 현상을 갖는 시간지연시스템의 안정성 해석 및 안정화에 대한 연구는 현실적으로 이론적으로 매우 중요하다. 하지만 시간지연시스템은 무한차원시스템으로 정확한 해가 존재하지 않다. 그렇기에 덜 보수적인 근사 해를 찾기 위해 여러 가지 방법들이 연구되고 있다.

그리고 외부의 요인으로 인하여 시스템에 외란이 발생할 수 있으며, 시스템의 안정성을 보장해 줄 수 있는 특정 장치가 필요하다. 이를 H_∞ 안정성 조건의 방법으로 접근하여 해석할 수 있다. [1]

그러므로, 본 논문에서는 위에서 설명한 H_∞ 안정성 조건을 접목하여 설명할 것이며, 또한 전력시스템에 외방법을 결합시켜 안정성 조건에 대해 서술할 것이다.

II. 본론

전력시스템의 H_∞ 제어를 다음과 같이 상태방정식의 형태로 표현할 수 있다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + B_w w(t), \quad (1)$$

$$u(t) = Kx(t-h(t)), \quad (2)$$

$$z(t) = Cx(t), \quad (3)$$

여기에서 $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 은 상태 벡터, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ 는 입력 벡터, $w(t) \in \mathbb{R}^n$ 은 외란 벡터, $z(t) \in \mathbb{R}^l$ 는 출력 벡터이다. $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $C \in \mathbb{R}^{l \times n}$ 은 알고 있는 시스템 행렬이다. 위 제어기 (2)는 제어기를 표현한

식이며 $K \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 는 제어 이득이다. 시스템 (1)의 H_∞ 안정성 판별 및 제어기 (2) 설계를 위해 리아프노프 정리를 이용하여 선형행렬 부등식으로 표현된 조건을 찾는다. 주요 결과를 얻기 위해 다음의 정의를 사용한다.

정의 1. ① $w(t) = 0$ 일 경우, 제어기를 가진 시스템은 점근적으로 안정하다.

② 초기 값이 0 일 때, 폐루프 시스템은 다음을 만족한다.

$$\sub_{0 \neq w(t) \in L_2[0, \infty)} \frac{\|z(t)\|_2}{\|w(t)\|_2} \leq \gamma$$

보조정리 1. Wirtinger-based integral inequality [2].

보조정리 2. Reciprocally convex approach [3].

III. 주요 결과

본 장에서는 선형 시스템의 안정화를 위한 시간 지연이 있는 피드백 제어기 설계를 위해 유도할 것이다. 주요 결과를 소개하기 전에 유도되는 행렬을 간단하게 하기 위해 다음과 같은 정의를 한다.

$$\zeta_1(t) = \text{col} \{x(t), x(t-h(t)), x(t-h), \dot{x}(t)\},$$

$$\zeta_2(t) = \text{col} \left\{ \frac{1}{h(t)} \int_{t-h(t)}^t x(s) ds, \frac{1}{h-h(t)} \int_{t-h}^{t-h(t)} x(s) ds, z(t) \right\},$$

$$\zeta(t) = \text{col} \{ \zeta_1(t), \zeta_2(t) \}, e_i = [0_{n \times (i-1)n}, I_n]^T, (i=1, 2, \dots, 7),$$

$$\Xi_1 = \text{Sym} \{ e_1 P e_4^T \} + e_1 (Q_1 + Q_2) e_1^T - e_3 Q_1 e_3^T - (1-h_d) e_2 Q_2 e_2^T,$$

$$\Xi_2 = h^2 e_4 R e_4^T - [\eta_1, \eta_2] \bar{R} [\eta_1, \eta_2]^T,$$

$$\Xi_3 = \text{Sym} \{ (e_1 + e_4) (A X e_1^T + B Y e_2^T + B_w X e_2^T - X e_4^T) \},$$

정리 1. 양의 스칼라 γ, h, h_d 가 주어지고 다음의 LMI (4), (5)을 만족하는 양한정 행렬 P, Q_1, Q_2, R , 그리고 임의 행렬 S, X, Y 이 존재하면 시스템 (5)는 점근적으로 안정하다.

$$\Xi_1 + \Xi_2 + \Xi_3 < 0, \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} \text{diag}\{R, 3R\} & S \\ S^T & \text{diag}\{R, 3R\} \end{bmatrix} > 0. \quad (5)$$

이때, 제어 이득은 $L = YX^{-1}$ 로 얻을 수 있다.

증명. 리아프노브-크라소브스키 함수(LKF)를 다음과 같이 정한다.

$$V = x^T(t)Px(t) + \int_{t-h}^t x^T(s)Q_1x(s)ds + \int_{t-h(t)}^t x^T(s)Q_2x(s)ds$$

$$+ h \int_{t-h}^t \int_s^t \dot{x}^T(u)R\dot{x}(u)du ds.$$

보조 정리 1과 보조 정리 2을 이용하여 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\dot{V} \leq \zeta^T(t)(\Xi_1 + \Xi_2 + \Xi_3)\zeta(t). \quad (6)$$

또한 정의 1로부터, 초기조건이 0 일 때, $\lim_{t \rightarrow 0} V = 0$ 과 $\lim_{t \rightarrow \infty} V \geq 0$ 이면, 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} J &= \int_0^\infty z^T(t)z(t) - \gamma^2 w^T(t)w(t)dt \\ &\leq \int_0^\infty \dot{V} + z^T(t)z(t) - \gamma^2 w^T(t)w(t)dt < 0 \end{aligned} \quad (7)$$

이때, 아래의 식이 만족하면 식 (7) 또한, 만족된다.

$$\dot{V} + z^T(t)z(t) - \gamma^2 w^T(t)w(t) < 0 \quad (8)$$

따라서, H_∞ 시간 지연 피드백 제어 시스템 안정화 조건을 도출할 수 있다. \square

IV. 예제

다음의 그림 1은 벽-부스트 dc-dc 컨버터이다. 아래의 시스템 행렬을 갖는 시스템을 고려하자.

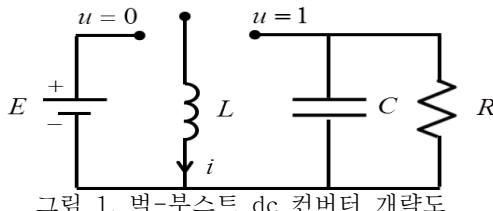


그림 1. 벽-부스트 dc 컨버터 개략도

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{1-V_d} \\ -\frac{1}{1-V_d} & -\frac{1}{Q} \end{bmatrix}, \quad A_d = \begin{bmatrix} -(1-V_d) \\ \frac{(1-V_d)V_d}{Q} \end{bmatrix}, \quad B_w = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}^T.$$

이때, 변수의 값은 $V_d = -1.5$ 와 $Q = 0.75$ 이다. 위 시스템의 H_∞ 샘플레이터 제어 시스템의 안정성 해석을 위해 정리 1을 이용하였다. 이 때, $h = 0.2541$ 과 $h_d = 0.5$ 로 설정하면, 제어이득 $K = [0.2407, 0.0137]$ 이며, $\gamma = 1.1926$ 로 얻을 수 있다. 그림 2와 3은 각각 시스템의 상태벡터의 궤적과 외란벡터의 궤적을 그린 것이다.

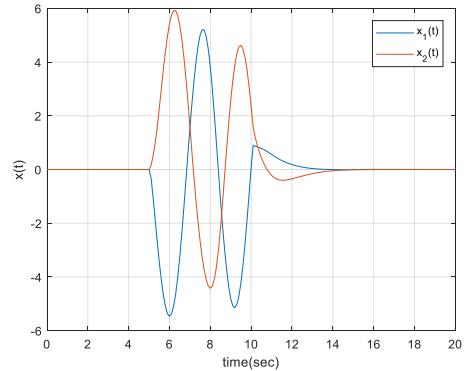


그림 2. $h = 0.2541, K = [0.2407, 0.0137], \gamma = 1.1926$ 일 때, 시스템 (1)의 상태벡터 궤적

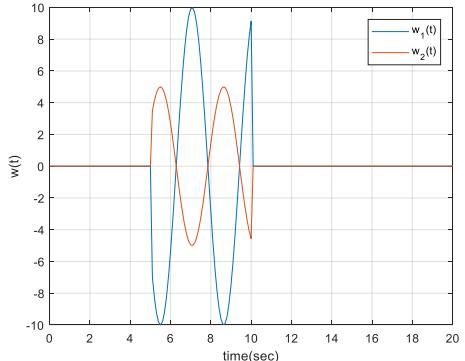


그림 3. $h = 0.2541, K = [0.2407, 0.0137], \gamma = 1.1926$ 일 때, 시스템 (1)의 외란벡터 궤적

V. 결론

본 논문은 합성된 리아프노브 함수법을 이용하여 전력 시스템에서의 시간지연 피드백 제어기를 설계하였다. 적절한 리아프노브 함수들을 선정하고 몇 개의 보조 정리를 이용하여, 시스템의 H_∞ 시간지연 피드백 제어기를 설계하였다. 정리 1의 타당성을 보이기 위해, 간단한 전력 시스템의 수치예제를 통하여 제안된 기법의 우수성 및 효과에 대해 기술하였다.

ACKNOWLEDGMENT

이 논문은 2020년도 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(No. 2020R1A6A1A12047945).

참고 문헌

- [1] G.ZAMES, "Feedback and optimal sensitivity: model reference transformations, multiplicative semiorms, and approximate inverses", IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 26, pp. 301-320, 1981.
- [2] A. Seuret and F. Gouaisbaut, "Wirtinger-based integral inequality: Application to time-delay systems", Automatica, 49, pp.2860-2866, 2013.
- [3] P.G. Park, J.W. Ko and C. Jeong, "Reciprocally convex approach to stability of systems with time-varying delays", Automatica, 47, pp.235-238, 2011.