

이 단계 극 부호 조기 종료 신뢰 전파 복호 기법

백 성 열*, 박 찬 수*, 고 영 준*, 오 왕 록°

Two Stage Early Stopping
Belief Propagation Decoding Scheme for Polar Codes

Sungyeol Back*, Chansoo Park*, Youngjun Ko*, Wangrok Oh°

요 약

극 부호 (polar code)의 반복 복호 기법인 조기 종료 신뢰 전파 (early stopping belief propagation, ESBP) 복호 기법은 신뢰 전파 (belief propagation, BP) 복호 기법의 높은 연산 복잡도와 긴 복호 지연 시간을 완화하기 위해 제안되었다. ESBP 복호 기법 중 하나인 G-matrix 기반 ESBP는 가장 적은 평균 반복 복호 횟수와 우수한 프레임 오류율 (frame error rate) 성능을 보이나 조기 종료 판별에 요구되는 복잡도가 높은 단점이 있다. 본 논문에서는 G-matrix 조기 종료 판별 수행 여부를 판단하는 단계를 추가한 ESBP를 제안한다. 제안하는 기법은 G-matrix 기반 ESBP와 동일한 프레임 오류율 성능을 달성하는 동시에 복호 및 조기 종료 판별에 요구되는 연산 복잡도를 크게 낮출 수 있다.

Key Words : Polar Codes, Belief Propagation Decoding Scheme, Early Stopping

ABSTRACT

Early stopping belief propagation (ESBP) decoding scheme was proposed to mitigate the high computational complexity and large decoding latency of belief propagation (BP) decoding scheme. G-matrix based ESBP, compared to previously proposed ESBP, achieves the lowest average number of iterations and excellent frame error rate performance. On the other hand, G-matrix based ESBP requires relatively high complexity for early stopping test. In this paper, we propose an ESBP that adds an additional step to determine whether to perform the G-matrix based ESBP test or not. The proposed scheme achieves the same frame error rate performance compared to G-matrix based ESBP with lower decoding and stopping criterion test complexities.

I. 서 론

극 부호는 BI-DMC (binary input discrete memoryless channel)에서 채널 용량 (channel capacity)를 달성할 수 있다고 이론적으로 증명된 최초의 오류 정정 부호이다^[1]. 극 부호의 복호 방식인 신뢰 전파 (belief propagation, BP) 복호 기법^[2]은 병렬 복호가 가능하여 연속

제거 (successive cancellation, SC) 복호 기법 대비 복호 지연 시간이 짧으나 반복 복호 수행으로 인하여 복호 복잡도가 높은 단점이 있다. 이러한 단점을 보완하기 위하여 매 반복 복호 수행 후 특정 조건을 만족하면 복호를 종료하는 다양한 조기 종료 신뢰 전파 (early stopping belief propagation, ESBP) 복호 기법들이 제안되었다^[3-8].

* First Author : Dept. of Information Communications Eng., Chungnam National University, syback@o.cnu.ac.kr, 학생회원

° Corresponding Author : Dept. of Information Communications Eng., Chungnam National University, kingrock@cnu.ac.kr, 종신회원

* Dept. of Information Communications Eng., Chungnam National University, pcs2106@o.cnu.ac.kr, 학생회원; koy565900@o.cnu.ac.kr
논문번호 : 202409-201-B-RN, Received September 6, 2024; Revised December 26, 2024; Accepted January 13, 2025

반복 복호를 조기 종료하기 위한 조건으로 G-matrix와 minLLR (minimum log-likelihood ratio) 기법이 제안되었다^[3]. G-matrix는 매 반복 복호마다 메시지 비트를 경판정 (hard decision)하여 재부호화 (reencoding)한 결과와 부호 비트에 대한 경판정 결과가 동일한 경우 반복 복호를 종료한다. 반면, minLLR은 메시지 비트 노드 (node)에 대한 LLR (log-likelihood ratio)의 절댓값이 사전에 설정된 임계값 (threshold)을 초과하면 반복 복호를 종료한다. 조기 종료 판별에 요구되는 복잡도를 낮추기 위하여 신뢰도를 기반으로 선별된 일부 고정 비트와 정보 비트를 활용하여 반복 복호 종료 여부를 결정하는 ESBP 복호 기법들이 제안되었다^[4-7]. [4]에서는 상대적으로 낮은 신뢰도 순으로 선별된 정보 비트들의 경판정된 결과가 특정 반복 복호 횟수 동안 유지되면 반복 복호를 종료하는 기법을 제안했다. [5]에서는 매 반복 복호마다 높은 신뢰도 순으로 선별된 고정 비트 노드에 대해 여러 여부를 확인하여 특정 반복 복호 횟수 동안 에러가 발생하지 않을 경우 복호를 종료하는 기법을 제안했다. [5]와 유사하게 높은 신뢰도를 갖는 일부 고정 비트 노드들에 대한 LLR의 절댓값이 임계값을 초과하고 최소 반복 복호 횟수가 충족된 경우 반복 복호를 종료하는 기법이 [6]에서 제안되었다. [7]에서는 고정 및 정보 비트로 구성된 PE (processing element) 중 신뢰도가 낮은 정보 비트가 포함된 일부를 선별하고 선별된 PE의 오른쪽 두 노드의 LLR의 부호 (sign)가 동일한 상태로 설정된 반복 복호 횟수 동안 유지된 경우 복호를 종료하는 기법이 제안되었다. 이외에도, 팩터 그래프 (factor graph)에서 부호율 (code rate)이 1인 하위 극 부호 (sub-polar code) 내에 위치한 첫 번째 정보 비트 노드에 대한 메시지의 특징을 활용하여 minLLR 기반 낮은 복잡도의 ESBP가 제안되었다^[8]. 이처럼 다양한 조기 종료 기법들이 제안되고 있는 것을 통해 BP 복호 기법에 요구되는 반복 복호 횟수를 줄여 복호 복잡도를 낮추는 것이 중요할 뿐만 아니라 조기 종료 판별에 요구되는 복잡도를 낮추는 것이 필요함을 확인할 수 있다.

G-matrix 기반 ESBP는 [4-8]에서 제안된 ESBP 복호 기법 중 요구되는 평균 반복 복호 횟수가 가장 낮을 뿐만 아니라 가장 우수한 프레임 오류율 (frame error rate, FER) 성능을 제공하여 조기 종료 기법의 성능 기준으로 여겨진다. 이를 통해 G-matrix 기반 ESBP는 최적의 반복 복호 종료 시점을 잘 추정하는 것을 확인할 수 있으나 조기 종료 판별을 위해 재부호화 및 비교 연산 등이 필요하여 조기 종료 판별에 요구되는 연산 복잡도가 높은 단점이 있다. 해당 복잡도를 줄이기 위해

G-matrix 기반 낮은 구현 복잡도의 ESBP 판별기^[9]가 제안되었다. 제안된 판별기는 팩터 그래프에서 부호율이 0 또는 1인 하위 극 부호에 속한 노드들의 LLR 특성을 이용하여 조기 종료를 판별한다. 해당 판별기는 G-matrix 기반 ESBP와 비교하여 보다 낮은 조기 종료 판별 복잡도를 달성하고 동일한 FER 성능을 보이지만 여전히 매 반복 복호마다 재부호화로 인한 지연 시간이 길며 조기 종료 판별에 필요한 연산 복잡도가 높다.

G-matrix 기반 조기 종료 기법은 엄격한 조기 종료 기준으로 최적의 반복 복호 종료 시점을 추정하는 것으로 알려져 있으나 초기 반복 복호 과정에서는 메시지 비트와 부호 비트 노드의 신뢰도가 낮아 해당 조기 종료 기준을 만족하지 못하며 이러한 초기 반복 복호 과정에서도 높은 복잡도의 조기 종료 판별이 수행되는 문제가 있다. 따라서 반복 복호 과정에서 G-matrix 기반 조기 종료 판별 수행이 필요한 정도로 팩터 그래프 내의 메시지들의 신뢰도가 높아졌다고 판단될 경우에만 G-matrix 기반 조기 종료 판별을 수행함으로써 조기 종료 판별 성능을 유지하면서 요구되는 복잡도를 낮출 수 있다.

본 논문에서는 G-matrix 조기 종료 판별 수행 여부를 판단하는 단계를 추가하여 조기 종료 판별에 필요한 복잡도를 낮추는 기법을 제안한다. 제안하는 기법은 매 반복 복호마다 팩터 그래프 내 일부 노드에서 특정 조건을 만족한 경우에만 G-matrix 기반 조기 종료 판별을 수행한다. 제안하는 기법은 G-matrix 기반 ESBP의 FER 성능을 유지하는 동시에 유사한 평균 반복 복호 횟수 성능을 제공하며 조기 종료 판별 횟수를 줄여 조기 종료 판별에 요구되는 복잡도와 지연 시간을 낮출 수 있다. 또한, 반복 복호 과정에서 팩터 그래프의 모든 메시지를 업데이트하는 대신 G-matrix 기반 조기 종료 판별 수행 여부를 결정짓는 메시지들만 업데이트하여 G-matrix 기반 조기 종료 판별 수행 여부를 결정할 수 있어 복호 복잡도를 추가로 낮출 수 있다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저 2장에서는 본 논문에서 고려하는 시스템 모델과 극 부호의 ESBP 복호 기법을 설명한다. 3장에서는 제안하는 기법을 설명하고 4장에서는 제안하는 기법의 성능을 확인하며 5장에서 결론을 맺는다.

II. 시스템 모델

2.1 극 부호

극 부호의 설계 과정에서는 채널 양극화 (channel polarization)를 통해 K 개의 정보 비트와 $(N-K)$ 개의

고정 비트를 메시지 비트에 매핑하기 위한 인덱스 집합 I 와 I^c 를 도출한다^{[1],[10]}. 메시지 벡터 (message vector) $\mathbf{u} = \{u_0, u_1, \dots, u_{N-1}\}$ 내의 $u_k, k \in I$ 에는 정보 비트가 매핑되며 $u_k, k \in I^c$ 에는 고정 비트로서 '0'이 매핑된다. 길이가 N 인 극 부호어 $\mathbf{c} = \{c_0, c_1, \dots, c_{N-1}\}$ 는 식 (1)과 같이 생성 행렬 G_N 을 통해 생성되며 여기에서 G_N 은 $F = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ 의 $n = \log_2 N$ 차 크로네커 제곱 (Kronecker power) 연산을 통해 구할 수 있다.

$$\mathbf{c} = \mathbf{u}G_N. \quad (1)$$

생성된 극 부호어 $\mathbf{c}$ 는 식 (2)와 같이 BPSK (binary phase shift keying) 심볼 s_k 로 변조된 후 양대역 전력 밀도가 $\frac{N_0}{2}$ 인 가산성 백색 잡음 (addictive white Gaussian noise, AWGN) 채널을 통해 수신기로 전송된다.

$$s_k = (-1)^{c_k}, k = 0, 1, \dots, N-1. \quad (2)$$

수신기에서는 수신 신호 $y_k = s_k + \eta_k$ 를 통해 부호 비트 c_k 에 대한 LLR을 식 (3)과 같이 계산한 후 극 부호 복호기의 입력값으로 사용한다. 이때 η_k 는 평균과 분산이 각각 0과 $\frac{N_0}{2}$ 인 가우시안 랜덤 변수를 나타낸다.

$$L(c_k|y_k) = \ln \frac{P(c_k=0|y_k)}{P(c_k=1|y_k)}, k = 0, 1, \dots, N-1. \quad (3)$$

2.2 BP 복호 기법

길이 $N=8$ 인 경우 극 부호의 BP 복호를 위한 팩터 그래프를 도식화하면 그림 1과 같다. 그림 1에서 (l, k) , $l \in \{0, 1, \dots, \log_2 N\}$, $k \in \{0, 1, \dots, N-1\}$ 는 l 단계에서 k 번째 노드를 나타내며 $(0, j)$, $j \in I$ 노드는 고정 비트 노드를 $(0, j)$, $j \in I^c$ 노드는 정보 비트 노드를 나타낸다. 그림 1에서 볼 수 있는 바와 같이 팩터 그래프의 각 단계는 그림 2에 나타낸 PE가 $\frac{N}{2}$ 개로 구성된다. 그림 2에서 $R_{(l,k)}^t$, $L_{(l,k)}^t$ 는 t 번째 반복 복호 과정에서 각각 우측 방향, 좌측 방향으로 계산된 (l, k) 노드의 LLR을 나타내며 식 (4)와 같이 계산할 수 있다.

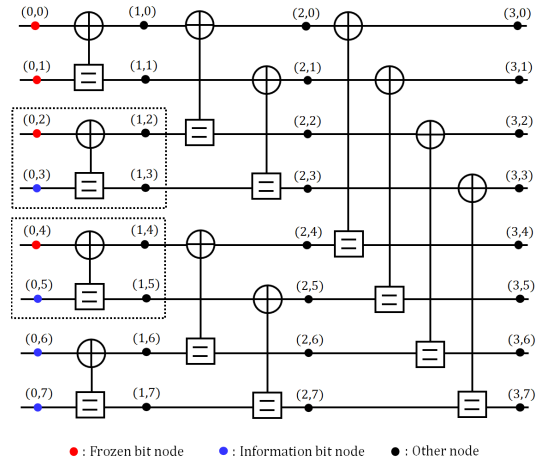


그림 1. 극 부호의 팩터 그래프 ($N=8$, $K=4$)
Fig. 1. Factor graph of polar codes ($N=8$, $K=4$).

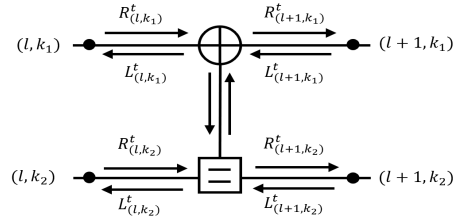


그림 2. BP 복호기의 PE
Fig. 2. PE in BP decoder of polar codes.

$$\begin{aligned} R_{(l+1,k_1)}^t &= f(R_{(l,k_1)}^t, R_{(l,k_2)}^t + L_{(l+1,k_2)}^{t-1}) \\ R_{(l+1,k_2)}^t &= f(R_{(l,k_1)}^t, L_{(l+1,k_1)}^{t-1}) + R_{(l,k_2)}^t \\ L_{(l,k_1)}^t &= f(L_{(l+1,k_1)}^t, R_{(l,k_2)}^t + L_{(l+1,k_2)}^t) \\ L_{(l,k_2)}^t &= f(R_{(l,k_1)}^t, L_{(l+1,k_1)}^t) + L_{(l+1,k_2)}^t \end{aligned} \quad (4)$$

이때 $f(\cdot)$ 는 식 (5)와 같으며 $\text{sgn}(\cdot)$ 은 부호 함수 (sign function)를 나타내고 식 (6)와 같이 설정된 $R_{(l,k)}^0$, $L_{(l,k)}^0$ 가 초기값으로 사용된다.

$$\begin{aligned} f(a, b) &= 2 \tanh^{-1}(\tanh(a/2) \tanh(b/2)) \\ &\approx \text{sgn}(a) \text{sgn}(b) \min(|a|, |b|) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} R_{(l,k)}^0 &= \begin{cases} \infty, & l=0, k \in I^c \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \\ L_{(l,k)}^0 &= \begin{cases} L(c_k|y_k), & l=\log_2 N, k=0, 1, \dots, N-1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \end{aligned} \quad (6)$$

매 반복 복호에서 $R_{(l,k)}^t$ 을 1단계에서 $\log_2 N$ 단계까지 최신화한 다음 $L_{(l,k)}^t$ 을 $\log_2 N - 1$ 단계부터 0단계까지 최신화하며 이와 같은 반복 복호를 최대 반복 복호 횟수인 I_m 만큼 수행하고 식 (7)과 같이 정보 비트 $\hat{u}_k^{I_m}, k \in I$ 를 추정한다.

$$\hat{u}_k^{I_m} = \begin{cases} 0, & L_{(0,k)}^{I_m} + R_{(0,k)}^{I_m} \geq 0 \\ 1, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

2.3 G-matrix 기반 ESBP 복호 기법

BP 복호 기법은 I_m 번 만큼 반복 복호를 수행하여야 하며 이에 따라 연산 복잡도가 높은 문제가 있다. 해당 문제를 해결하기 위해 G-matrix 기반 ESBP가 제안되었다^[3]. G-matrix 기반 ESBP는 매 반복 복호가 종료될 때마다 $L_{(0,k)}^t + R_{(0,k)}^t, k = 0, 1, \dots, N-1$ 를 경관정한 메시지 벡터 $\hat{\mathbf{u}}^t = [\hat{u}_0^t, \hat{u}_1^t, \dots, \hat{u}_{N-1}^t]$ 를 G_N 을 통해 재부호화하여 $\hat{\mathbf{c}}^t = [\hat{c}_0^t, \hat{c}_1^t, \dots, \hat{c}_{N-1}^t]$ 를 생성하고 $L_{(\log_2 N, k)}^t + R_{(\log_2 N, k)}^t, k = 0, 1, \dots, N-1$ 를 경관정한 $\tilde{\mathbf{c}}^t = [\tilde{c}_0^t, \tilde{c}_1^t, \dots, \tilde{c}_{N-1}^t]$ 와 비교하여 $\hat{\mathbf{c}}^t = \tilde{\mathbf{c}}^t$ 조건을 만족하면 반복 복호를 종료한다. G-matrix 기반 ESBP를 수행하기 위한 하드웨어 구조와 반복 복호 당 요구되는 연산 복잡도는 각각 그림 3 및 표 1과 같다. 그림 3에 나타난 경관정기 (hard decision block)는 입력값이 '0' 이상인 경우 '0'을 출력하고 미만일 경우 '1'을 출력한다. 동등 판별기 (equality detector)는 입력값 $\hat{\mathbf{c}}^t, \tilde{\mathbf{c}}^t$ 를 원소별로 비교하여 모두 동일한 경우 $X^t = 1$ 을 출력하고 그렇지 않을 경우 '0'을 출력한다. 매 반복 복호 종료 후 $X^t = 1$ 인 경우 반복 복호를 종료한다.

표 1에서 볼 수 있는 바와 같이 G-matrix를 이용한 조기 종료 판별에 요구되는 연산 복잡도가 높은 문제가

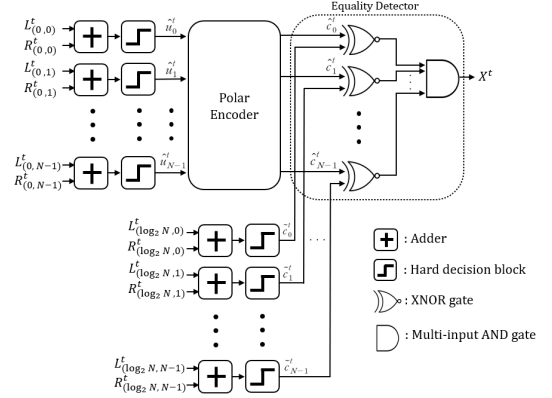


그림 3. G-matrix 조기 종료 판별기의 하드웨어 구조
Fig. 3. Hardware architecture of the G-matrix early stopping detector.

있다^[3]. 이를 개선하기 위해 부호율이 0 또는 1인 하위 극 부호에 해당하는 팩터 그래프들을 특정한 다음 각각의 하위 극 부호 팩터 그래프 내에서 갱신되는 메시지의 특성을 활용하여 구현 복잡도를 줄이는 기법이 제안되었다^[9]. 해당 기법에서는 부호율이 0인 하위 극 부호의 팩터 그래프에서 모든 노드의 LLR 값이 ∞ 이며 부호율이 1인 하위 극 부호의 팩터 그래프 내 노드들은 우측 방향으로 계산되는 메시지가 항상 '0'에 머물러 있는 특징을 이용한다. 이를 통해 재부호화 과정에서 필요한 덧셈기 및 XOR 연산기 개수를 줄여 구현 복잡도를 낮출 수 있으나 매 반복 복호마다 재부호화된 극 부호어와 경관정된 부호 비트들의 비교 등에 요구되는 연산 복잡도가 여전히 높은 뿐만 아니라 조기 종료 판별 과정에서 필요한 재부호화로 인한 지연 시간이 발생하는 문제가 있다.

III. 제안하는 기법

BP 복호 기법에 요구되는 반복 복호 횟수를 낮추기 위해 다양한 조기 종료 기법들이 제안되어 있으나 FER 및 평균 반복 복호 횟수 성능의 경우에는 G-matrix 기반 ESBP 복호 기법이 가장 우수하다^[8]. 그러나 매 반복 복호 종료 후 표 1에 나타난 바와 같이 조기 종료 판별에 비교적 높은 연산 복잡도가 요구되는 문제가 있다. 본 논문에서는 불필요한 G-matrix 기반 조기 종료 판별을 수행하지 않도록 조기 종료 판별 수행 여부 판단 단계를 추가하여 조기 종료 판별에 필요한 연산 복잡도와 지연 시간을 낮추는 기법을 제안한다.

길이 N 인 극 부호의 팩터 그래프는 $\frac{N}{2} \log_2 N$ 개의

표 1. G-matrix 조기 종료 판별기의 연산 복잡도
Table 1. Computational complexity of the G-matrix early stopping detector.

Operations	The number of operations
Addition	$2N$
Hard decision	$2N$
XNOR	N
XOR	$\frac{N}{2} \log_2 N$
AND	$N-1$

PE로 구성되어 있으며 이 중 일부 PE는 좌측 상단 및 하단 노드에 고정 비트와 정보 비트가 각각 매핑되어 있다. 이처럼 고정 및 정보 비트로 구성된 PE를 FIPE (frozen and information processing element)^[7]라 하며 FIPE의 고정 비트들의 노드 인덱스를 원소로 갖는 집합 $\mathbf{S}$ 를 생성할 수 있다. 예로 들어 그림 1에서 $N=8$, $K=4$ 및 $I=\{3, 5, 6, 7\}$ 인 경우 점선으로 표시된 PE는 FIPE를 나타내며 이때 $\mathbf{S} = \{2, 4\}$ 이다. FIPE가 고정 비트와 정보 비트로 구성된 특성으로 인하여 반복 복호 과정에서 FIPE의 정보 비트 노드들이 성공적으로 복호되기 위해서는 $L_{(1,k)}^t$ 와 $L_{(1,k+1)}^t$, $k \in \mathbf{S}$ 가 동일한 부호를 가져야 한다. 해당 특징을 이용하여 매 반복 복호 종료 후 식 (8)에 대한 조건의 만족 여부를 확인한다.

$$\text{sgn}(L_{(1,k)}^t) = \text{sgn}(L_{(1,k+1)}^t), \forall k \in \mathbf{S}. \quad (8)$$

해당 조건을 만족하는 경우 G-matrix 기반 조기 종료 판별을 수행하고 그렇지 않을 경우 G-matrix 기반 조기 종료 판별 수행 없이 다음 반복 복호를 수행한다. 이를 통해 반복 복호 과정에서 팩터 그래프 내의 메시지들의 신뢰도가 높아진 경우에서만 G-matrix 기반 조기 종료 판별기를 동작시킴으로써 조기 종료 판별에 요구되는 연산 복잡도와 재부호화에 따른 지연 시간을 낮출 수 있다.

매 반복 복호마다 식 (8)에 대한 조건을 이용하여 G-matrix 조기 종료 판별 수행 여부를 판단할 경우 재부호화와 비교 연산 등을 생략할 수 있어 모든 메시지 비트에 대한 LLR 값을 업데이트할 필요가 없다. 또한, 그림 1에서 길이 $\frac{N}{2^i}$, $i \in \{0, 1, \dots, \log_2 N\}$ 을 갖는 부호

율이 0 또는 1인 하위 극 부호의 팩터 그래프를 고려할 경우 모든 노드의 우측 방향 LLR 값은 매 반복 복호마다 '∞' 또는 '0'으로 계산된다. 따라서 G-matrix 기반 조기 종료 판별을 수행하지 않을 경우 부호율이 0 또는 1인 하위 극 부호의 팩터 그래프 내에서는 좌측 및 우측 방향 메시지 업데이트를 수행하지 않아도 되며 식 (8)에 대한 조건의 만족 여부를 확인하기 위한 좌측 및 우측 메시지 업데이트가 필요하다. 따라서 그림 4와 같이 기존 팩터 그래프에서 부호율이 0 또는 1인 하위 극 부호의 팩터 그래프를 제외한 상태로 매 반복 복호마다 실선을 따라 식 (8)에 대한 조건의 만족 여부를 판별하기 위한 노드들의 LLR 값들만 업데이트한다. 식 (8)이 만족된 경우 G-matrix 기반 조기 종료 판별을 위해 점선으로 표시된 부분에 해당하는 노드들의 LLR 값을 추가

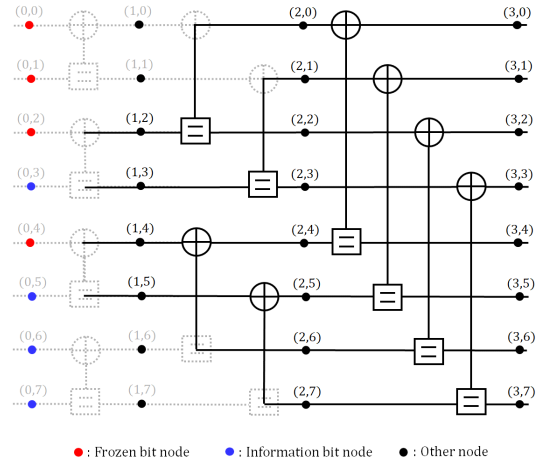


그림 4. 제안하는 ESBP 복호기의 팩터 그래프 ($N=8$, $K=4$)

Fig. 4. Factor graph for the proposed ESBP ($N=8$, $K=4$).

적으로 업데이트하는 방식으로 동작할 수 있으며 이를 통해 식 (8)이 만족되지 않는 반복 복호, 즉 G-matrix 조기 종료 판별을 수행하지 않는 반복 복호에서는 메시지 업데이트 횟수를 줄여 복호에 필요한 복잡도를 추가로 낮출 수 있다.

그림 5는 G-matrix 조기 종료 판별 수행 여부를 결정하는 하드웨어의 구조를 나타낸다. 여기서 부호 판별기 (sign detector)는 입력값의 부호가 '+'인 경우 '1'을, '-'인 경우 '0'을 출력한다. 매 반복 복호가 종료된 후 D^t 를 출력하여 $D^t=0$ 인 경우에만 G-matrix 기반 조기 종료 판별을 수행하며 해당 판별기에서 반복 복호 당 요구되는 연산 복잡도는 표 2와 같으며 여기에서 $|\mathbf{S}|$

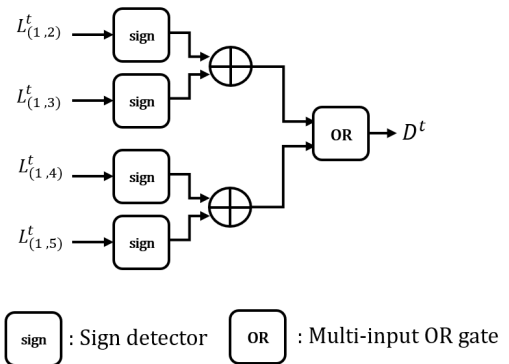


그림 5. G-matrix 조기 종료 판별 수행 여부 판단기의 하드웨어 구조 ($N=8$, $K=4$)

Fig. 5. Hardware architecture of the proposed pre-detector for G-matrix early stopping test ($N=8$, $K=4$).

표 2. G-matrix 조기 종료 판별 여부 판단기의 연산 복잡도
Table 2. Computational complexity of the proposed pre-detector for G-matrix early stopping test.

Operations	The number of operations
Sign detection	$2 S $
XOR	$ S $
OR	$ S -1$

는 집합 S 의 카디널리티 (cardinality)를 나타낸다. 표 2에서 볼 수 있는 바와 같이 비교적 낮은 연산 복잡도로 G-matrix 조기 종료 판별 수행 여부를 판단할 수 있다. 제안하는 기법은 G-matrix 조기 종료 판별 수행 횟수를 줄임으로써 조기 종료 판별에 요구되는 복잡도와 재부호화에 따른 지연 시간을 낮출 수 있을 뿐만 아니라 G-matrix 조기 종료 판별을 수행하지 않는 반복 복호 과정에서 메시지 업데이트 횟수를 줄여 복호 복잡도를 낮출 수 있다.

IV. 전산 실험 결과

제안하는 기법의 성능을 확인하기 위해 전산실험에 사용된 파라미터는 표 3과 같다. 본 논문에서는 극 부호 설계 기법으로 메시지 벡터 내 원소들의 양극화 가중치 (polarization weight)를 계산하여 고정 및 정보 비트들이 매핑될 위치를 결정하는 β -expansion^[10]을 사용하였으며 I_m 은 BP 복호 시 더 이상 프레임 오율 성능 개선이 없는 최솟값으로 설정하였다. 그림 6과 그림 7은 $N=512, 1024$ 인 경우 $R=1/2, 1/3$ 에 대해 G-matrix 기반 ESBP와 제안하는 복호 기법의 프레임 오율 성능을 나타낸 것이다. 이때 E_b 는 정보 비트 당 에너지를 나타낸다. 그림 6과 그림 7에서 볼 수 있는 바와 같이 제안하는 복호 기법은 고려한 모든 환경에서 G-matrix 기반 ESBP와 동일한 프레임 오율 성능을 보임을 확인

표 3. 전산실험 파라미터
Table 3. Simulation parameters

Parameters	Values
Channel model	AWGN channel
N	512, 1024
R	1/2, 1/3
Code design scheme	β -expansion [10] ($\beta = 2^{1/4}$)
Modulation	BPSK
I_m	40

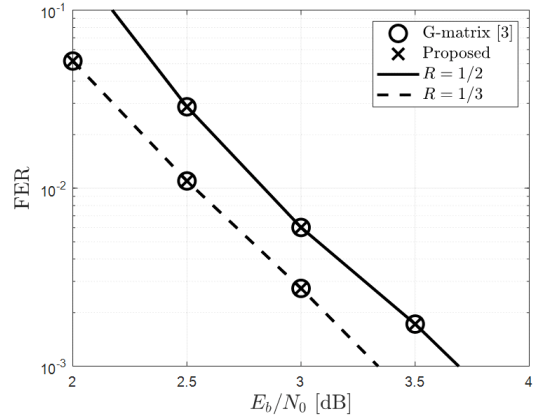


그림 6. 제안하는 기법의 FER 성능 ($N=512$)
Fig. 6. FER performances of the proposed scheme ($N=512$).

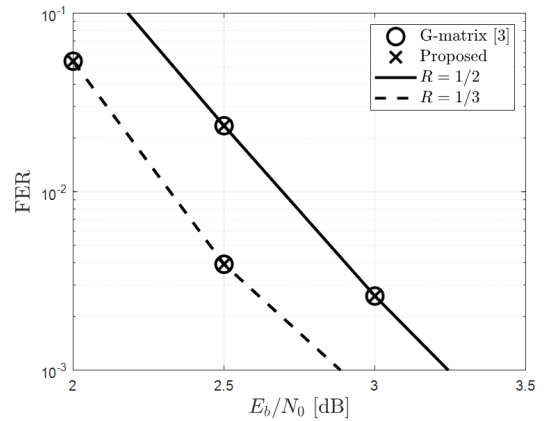


그림 7. 제안하는 기법의 FER 성능 ($N=1024$)
Fig. 7. FER performances of the proposed scheme ($N=1024$).

할 수 있다.

G-matrix 기반 ESBP와 제안하는 복호 기법의 복호 지연 시간을 확인하기 위해 $N=512, 1024$, $R=1/2, 1/3$ 에 대해 평균 반복 복호 횟수 I_A 와 평균 G-matrix 조기 종료 판별 횟수 I_G 를 각각 도출하였으며 그 결과는 그림 8-11과 같다. 그림 8-11을 통해 프레임 오율이 10^{-3} 을 달성하는 동작 환경에서 G-matrix 기반 ESBP와 제안하는 복호 기법의 I_A 와 I_G 를 표 4에 나타내었다. 표 4에서 볼 수 있는 바와 같이 제안하는 복호 기법의 I_A 는 고려한 모든 환경에서 G-matrix 기반 ESBP의 I_A 와 유사하여 복호 지연 시간이 크게 증가하지 않음을 확인할 수 있다. 제안하는 기법은 고려한 모든 환경에서 I_G 가 2 미만으로 기존 기법 대비 G-matrix

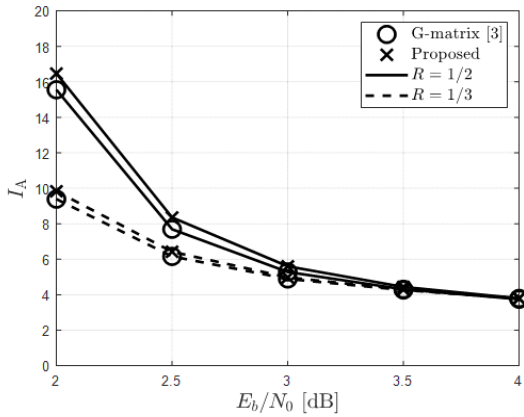


그림 8. 제안하는 기법의 평균 반복 복호 횟수 ($N=512$)
Fig. 8. Average number of iterations of the proposed scheme ($N=512$).

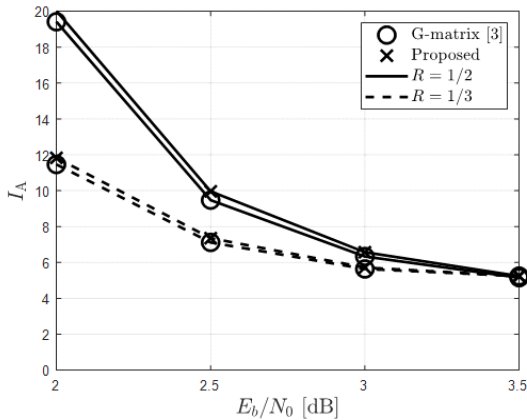


그림 9. 제안하는 기법의 평균 반복 복호 횟수 ($N=1024$)
Fig. 9. Average number of iterations of the proposed scheme ($N=1024$).

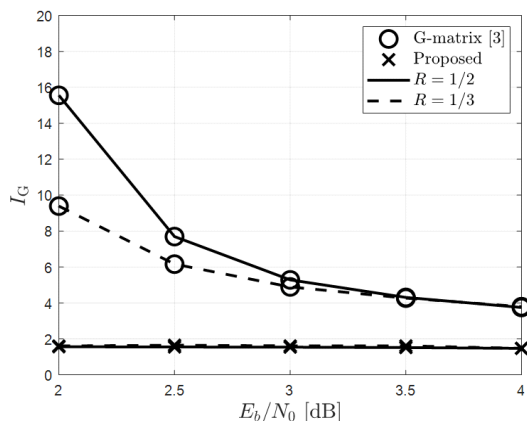


그림 10. 제안하는 기법의 평균 G-matrix 조기 종료 판별 횟수 ($N=512$)
Fig. 10. Average number of G-matrix early stopping detections of the proposed scheme ($N=512$).

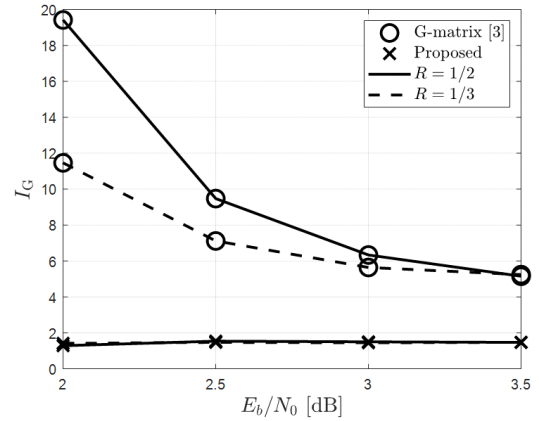


그림 11. 제안하는 기법의 평균 G-matrix 조기 종료 판별 횟수 ($N=1024$)
Fig. 11. Average number of G-matrix early stopping detections of the proposed scheme ($N=1024$).

조기 종료 판별 횟수가 감소하였고 이에 따라 조기 종료 판별기에 요구되는 연산 복잡도와 재부호화에 따른 지연 시간을 크게 줄일 수 있다.

프레임 오류율이 10^{-3} 을 달성하는 동작 환경에서 G-matrix 기반 ESBP 대비 제안하는 기법의 복호 복잡도 및 G-matrix 조기 종료 판별기에 요구되는 연산 복잡도 감소율을 확인하였으며 이를 표 5에 나타내었다. 표 5에서 볼 수 있는 바와 같이 제안하는 기법은 고려한 모든 환경에 대해 복호 복잡도 및 G-matrix 조기 종료 판별에 요구되는 연산 복잡도를 각각 최대 31.1 및 76.3%만큼 줄일 수 있다. 이와 더불어 본 논문에서 제안하는 기법은 G-matrix 기반 조기 종료 판별 복잡도를 줄이기 위해 제안된 기법^[9]에도 그대로 적용되어 G-matrix 조기 종료 판별 횟수를 줄일 수 있으며 해당 기법과 비교하더라도 표 5에 나타난 동일한 비율로 복잡도를 추가로 줄일 수 있다.

표 4. 제안하는 기법의 I_A , I_G ($\text{FER}=10^{-3}$)

Table 4. I_A , I_G of the proposed scheme ($\text{FER}=10^{-3}$).

Decoding scheme	Conventional				Proposed			
	N		R		N		R	
E_b/N_0 [dB]	512	1024	1/2	1/3	512	1024	1/2	1/3
I_A	3.7	3.4	3.2	2.8	3.7	3.4	3.2	2.8
I_G	4.1	4.4	5.9	6.2	4.2	4.4	6.0	6.3
	4.1	4.4	5.9	6.2	1.5	1.6	1.5	1.5

표 5. 제안하는 기법의 복잡도 감소량

Table 5. The amounts of complexity reductions of the proposed scheme.

Decoding scheme	Proposed			
	512		1024	
N				
R	1/2	1/3	1/2	1/3
Complexity reductions in message updates [%]	30.0	31.1	28.4	33.7
Complexity reductions in G-matrix early stopping test [%]	64.8	65.3	74.3	76.3

V. 결 론

본 논문에서는 효율적인 G-matrix 조기 종료 판별을 수행하기 위해 FIPE의 특징을 활용하여 G-matrix 조기 종료 테스트 여부를 판단하는 단계를 추가한 ESBP를 제안하였다. 제안하는 기법은 G-matrix 기반 ESBP와 동일한 프레임 오류를 유지하면서 조기 종료 판별에 요구되는 연산 복잡도와 재부호화에 따른 지연 시간을 낮출 수 있을 뿐만 아니라 복호 과정에서 요구되는 메시지 업데이트 횟수를 추가로 낮출 수 있다.

References

- [1] E. Arikan, "Channel polarization: A method for constructing capacity-achieving codes for symmetric binary-input memoryless channels," in *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 55, no. 7, pp. 3051-3073, Jul. 2009. (<https://doi.org/10.1109/TIT.2009.2021379>)
- [2] E. Arikan, "Polar codes: A pipelined implementation," in *Proc. ISBC*, pp. 11-14, 2010. (https://www.ee.bilkent.edu.tr/~arikan/isbc_2010)
- [3] B. Yuan and K. K. Parhi, "Early stopping criteria for energy-efficient low-latency belief-propagation polar code decoders," in *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 62, no. 24, pp. 6496-6506, Dec. 2014. (<https://doi.org/10.1109/TSP.2014.2366712>)
- [4] C. Simsek and K. Turk, "Simplified early stopping criterion for belief-propagation polar code decoders," in *IEEE Commun. Lett.*, vol. 20, no. 8, pp. 1515-1518, Aug. 2016.

- (<https://doi.org/10.1109/LCOMM.2016.2580514>)
- [5] Y. Yan, X. Zhang, and B. Wu, "Simplified early stopping criterion for belief-propagation polar code decoder based on frozen bits," in *IEEE Access*, vol. 7, pp. 134691-134696, 2019. (<https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2940135>)
- [6] Q. Zhang, A. Liu, and X. Tong, "Early stopping criterion for belief propagation polar decoder based on frozen bits," *IET Electr. Lett.*, vol. 53, no. 24, pp. 1576-1578, Nov. 2017. (<https://doi.org/10.1049/el.2017.3316>)
- [7] C. Chen, X. Zhang, Y. Liu, W. Wang, and Q. Zeng, "An ultra-low complexity early stopping criterion for belief propagation polar code decoder," in *IEEE Commun. Lett.*, vol. 26, no. 4, pp. 723-727, Apr. 2022. (<https://doi.org/10.1109/LCOMM.2022.3146876>)
- [8] C. Lee, C. Park, S. Back, and W. Oh, "Low complexity early stopping belief propagation decoder for polar codes," in *IEEE Access*, vol. 12, pp. 72098-72104, 2024. (<https://doi.org/10.1109/ACCESS.2024.3402662>)
- [9] C. Lee, S. Back, C. Park, and W. Oh, "Low complexity early termination detector for polar code belief propagation decoding," *J. KICS*, vol. 49, no. 3, pp. 435-443, 2024. (<https://doi.org/10.7840/kics.2024.49.3.435>)
- [10] G. He, et al., "Beta-expansion: A theoretical framework for fast and recursive construction of polar codes," *GLOBECOM 2017*, pp. 1-6, Singapore, 2017. (<https://doi.org/10.1109/GLOCOM.2017.8254146>)
- [11] Z. Zhang, K. Qin, L. Zhang, and G. T. Chen, "Progressive bit-flipping decoding of polar codes: A critical-set based tree search approach," in *IEEE Access*, vol. 6, pp. 57738-57750, 2018. (<https://doi.org/10.1109/ACCESS.2018.2873821>)

백 성 열 (Sungyeol Back)



2020년 2월 : 충남대학교 정보통신공학과 학사
2022년 2월 : 충남대학교 전자전파정보통신공학과 석사
2023년 9월~현재 : 충남대학교 전자전파정보통신공학과 박사과정

<관심분야> 통신시스템 설계 및 구현, 디지털 통신
[ORCID:0000-0001-6161-5904]

고 영 준 (Youngjun Ko)



2024년 8월 : 충남대학교 정보통신공학과 학사
2024년 9월~현재 : 충남대학교 전자전파정보통신공학과 석사과정
<관심분야> 통신시스템 설계 및 구현, 디지털 통신

[ORCID:0009-0001-0180-3281]

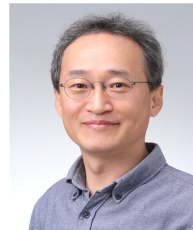
박 찬 수 (Chansoo Park)



2023년 2월 : 충남대학교 정보통신공학과 학사
2023년 3월~현재 : 충남대학교 전자전파정보통신공학과 석사과정
<관심분야> 통신시스템 설계 및 구현, 디지털 통신

[ORCID:0009-0009-2044-2336]

오 왕 록 (Wangrok Oh)



1994년 2월 : 포항공과대학교 학사
1997년 2월 : 포항공과대학교 석사
2003년 8월 : 포항공과대학교 박사
1997년~2000년 : 포항공과대학교 정보통신연구소 전임연구원
2003년~2006년 : 포항공과대학교 정보통신연구소 전임연구원

2006년~2010년 : 충남대학교 정보통신공학과 조교수
2010년~2015년 : 충남대학교 정보통신공학과 부교수
2015년~현재 : 충남대학교 정보통신공학과 교수
<관심분야> 통신시스템 설계 및 구현, 오류정정부호, MIMO 시스템

[ORCID:0000-0001-8205-5432]