

극 부호의 부분 조기 종료 기법

박 찬 수*, 백 성 열*, 고 영 준*, 오 왕 록°

Partial Early Stopping Scheme for Polar Codes

Chansoo Park*, Sungyeol Back*, Youngjun Ko*, Wangrok Oh°

요 약

조기 종료 신뢰 전파 (early stopping belief propagation, ESBP) 복호 기법은 반복 복호 과정 중 조기 종료 조건이 만족되면 반복 복호를 종료함으로써 복호 복잡도를 낮출 수 있으나 연속 제거 (successive cancellation) 복호 기법 대비 여전히 높은 복호 복잡도를 가진다. 본 논문에서는 극 부호의 최소 해밍 무게를 활용하여 G-matrix 기반 ESBP 복호 기법의 복호 복잡도를 감소시키는 방안을 제안한다. 제안하는 기법은 매 반복 복호 종료 시 추정된 정보 비트를 재부호화한 결과와 추정된 부호어 사이의 해밍 거리가 미리 설정된 임계값보다 낮아질 경우 특정 정보 비트들을 경관정하고 나머지 정보 비트들에 대해서만 반복 복호를 수행함으로써 성능 열화 없이 복호 복잡도를 감소시킬 수 있다.

Key Words : Channel coding, Polar code, Belief propagation decoding, early stopping decoding, Iterative decoding

ABSTRACT

Early stopping belief propagation (ESBP) decoding schemes reduce the decoding complexity by stopping decoding iteration when a predefined stopping criterion is satisfied. However, ESBP decoder still has higher decoding complexity compared to the successive cancellation decoding schemes. In this paper, we propose a partial early stopping scheme to reduce the decoding complexity of the G-matrix based ESBP decoder by speculating Hamming distance between reencoded and hard decisioned received codewords. With the proposed scheme, the decoding complexity can be reduced without any performance loss.

I. 서 론

5G NR (new radio)에서 제어 채널의 채널 부호로 사용되는 극 부호 (polar code)는 BI-DMC (binary input - discrete memoryless channel)에서 채널 용량을 달성할 수 있음이 이론적으로 증명된 오류 정정 부호이다^[1]. 극 부호의 대표적인 복호 기법으로는 순차 제거 (successive cancellation, SC) 복호 기법^[1]과 신뢰 전파 (belief propagation, BP) 복호 기법^[2]이 있다. SC 복호

기법은 정보 비트를 순차적으로 복호하는 기법으로 낮은 복잡도로 복호가 가능하지만 지연 시간이 높다는 단점이 있다. BP 복호 기법은 반복 복호 과정에서 병렬 연산이 가능하여 SC 복호 기법 대비 낮은 지연 시간을 가지며 미리 설정된 반복 복호 횟수에 비례하여 성능이 개선되지만 이에 비례하여 복호 복잡도 역시 증가하는 단점이 있다.

BP 복호기의 높은 복호 복잡도를 개선하기 위해 다양한 복잡도 감소 기법들이 제안되었다^[3-7]. 기존 스케

* First Author : Dept. of Information Communications Eng., Chungnam National University, pcs2106@o.cnu.ac.kr, 학생회원

° Corresponding Author : Dept. of Information Communications Eng., Chungnam National University, kingrock@cnu.ac.kr, 종신회원

* Dept. of Information Communications Eng., Chungnam National University, syback@o.cnu.ac.kr, 학생회원; koy565900@o.cnu.ac.kr
논문번호 : 202407-132-B-RN, Received July 2, 2024; Revised September 3, 2024; Accepted September 12, 2024

돌링 기법과 비교하여 낮은 평균 반복 복호 횟수를 가지는 단방향 스케줄링 기법과 팩터 그래프에서 불필요한 계산을 생략함으로써 복호 복잡도를 감소시키는 기법이 각각 [3]과 [4, 7]에서 제안되었다. 또한, 평균 반복 복호 횟수를 감소시키기 위해 조기 종료 신뢰 전파 (early stopping belief propagation, ESBP) 복호 기법이 제안되었다^[5-7]. ESBP 복호 기법은 반복 복호 과정 중 조기 종료 조건이 만족되면 반복 복호를 중단함으로써 평균적인 복호 복잡도를 줄일 수 있다. 하지만 조기 종료 판별에 추가적인 복잡도가 요구되며 SC 복호 기법 대비 여전히 높은 복호 복잡도를 가진다.

본 논문에서는 극 부호의 최소 해밍 무게 (minimum Hamming weight, $w_{\min}$)을 활용하여 생성 행렬 기반 조기 종료 신뢰 전파 (G-matrix based ESBP) 복호 기법^[5]의 복호 복잡도를 감소시키는 방안을 제안한다. 제안하는 기법은 매 반복 복호 종료 시 추정된 정보 비트를 재부호화한 결과와 추정된 부호어의 해밍 거리가 미리 설정된 임계값보다 낮아질 경우 특정 정보 비트들을 경판정하고 나머지 정보 비트들에 대해서만 반복 복호를 수행함으로써 성능 열화가 거의 없이 복호 복잡도를 감소시킬 수 있다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저 2장에서는 본 논문에서 고려하는 시스템 모델, BP 복호 기법 그리고 G-matrix based ESBP 복호 기법을 설명한다. 3장에서는 제안하는 복호 기법을 설명하고 4장에서는 제안하는 기법의 성능과 복호 복잡도를 확인한 후 마지막으로 5장에서 결론을 맺는다.

II. 시스템 모델

부호 길이가 $N=2^n$ 인 극 부호의 메시지 벡터 $\mathbf{u} = [u_0, u_1, \dots, u_{N-1}]$ 는 정보 비트와 고정 비트로 구성되며 $j \in I$ 인 u_j 에는 정보 비트가 $j \in I^C$ 인 u_j 에는 고정 비트 0이 할당된다. 여기에서 I 와 I^C 는 정보 비트와 고정 비트 인덱스 집합을 각각 나타내며 극 부호 채널 설계^[1, 8-10] 과정에서 결정된다. 극 부호의 부호어 $\mathbf{c} = [c_0, c_1, \dots, c_{N-1}]$ 는 아래와 같이 생성되고

$$\mathbf{c} = \mathbf{u} \mathbf{G}_N \quad (1)$$

$\mathbf{G}_N$ 은 하삼각 정방 행렬 $\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ & 1 \end{bmatrix}$ 의 $n = \log_2 N$ 차 Kronecker power 연산으로 구할 수 있다.

생성된 부호어는 BPSK (Binary Phase Shift Keying) 변조되어 양 대역 전력 밀도가 $N_0/2$ 인 가산성 백색 가우시안 잡음 채널 (additive white Gaussian noise channel)을 통과한다고 가정하였다. 복호기에서는 채널을 거쳐 수신된 신호 y_j , $j = 0, 1, \dots, N-1$ 를 바탕으로 아래와 같이 계산된

$$L(c_j|y_j) = \ln \frac{P(c_j=0|y_j)}{P(c_j=1|y_j)} \quad (2)$$

각 부호 비트들의 로그 우도 비 값 $L(c_j|y_j)$ 을 이용하여 복호를 수행한다.

BP 복호 기법에서 사용되는 팩터 그래프는 그림 1과 같이 도식화할 수 있으며 여기에서 (i, j) , $i = 0, 1, \dots, \log_2 N$, $j = 0, 1, \dots, N-1$ 는 i 번째 단계의 j 번째 노드를 나타낸다. 극 부호의 BP 복호 기법은 t 번째 반복 복호에서 i 단계에서 $i+1$ 단계로 계산되는 $R_{i+1,j}^t$ 와 $i+1$ 단계에서 i 단계로 계산되는 $L_{i,j}^t$ 가 아래와 같이 계산되고

$$\begin{aligned} R_{i+1,j}^t &= f(R_{i,j}^t, R_{i,j+2^i}^t + L_{i+1,j+2^i}^{t-1}) \\ R_{i+1,j+2^i}^t &= f(R_{i,j}^t, L_{i+1,j}^{t-1}) + R_{i,j+2^i}^t \\ L_{i,j}^t &= f(L_{i+1,j}^t, L_{i+1,j+2^i}^t + R_{i,j+2^i}^t) \\ L_{i,j+2^i}^t &= f(L_{i+1,j}^t, R_{i,j}^t) + L_{i+1,j+2^i}^t \end{aligned} \quad (3)$$

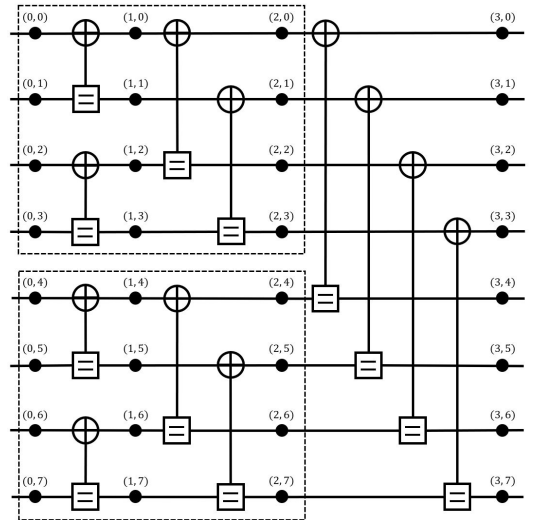


그림 1. $N=8$ 인 BP 복호기의 팩터 그래프
Fig. 1. Factor graph of belief propagation decoder, ($N=8$).

$$\begin{aligned} L_{n,j}^0 &= L(c_j|y_j) \\ R_{0,j}^0 &= \begin{cases} 0, & j \in I \\ \infty, & j \in I^c \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

여기에서 $f(x,y) = 2 \tanh^{-1}(\tanh(\frac{x}{2})\tanh(\frac{y}{2}))$ 이며 식 (3)의 메시지 업데이트를 위해 식 (4)에 주어진 초기값이 사용된다. 이와 같은 과정은 미리 설정된 최대 반복 복호 횟수 L_m 만큼 반복되며 매 반복 복호에서 $R_{i,j}^t$ 가 먼저 업데이트되고 이후 $L_{i,j}^t$ 가 업데이트된다. 반복 복호가 종료된 후에는 $L_{0,j}^{L_m} + R_{0,j}^{L_m}, j=0,1,\dots, N-1$ 을 아래와 같이 경관정

$$\hat{u}_j = \begin{cases} 0, & L_{0,j}^{L_m} + R_{0,j}^{L_m} \geq 0 \\ 1, & \text{otherwise} \end{cases}, j=0,1,\dots,N-1 \quad (5)$$

하여 메시지 벡터 $\mathbf{u}$ 에 대한 추정값 $\hat{\mathbf{u}}$ 를 생성한다.

G-matrix based ESBP^[5]는 매 반복 복호 종료 후 $L_{n,j}^t + R_{n,j}^t, j=0,1,\dots,N-1$ 을 경관정한 $\tilde{\mathbf{c}}$ 과 $L_{0,j}^t + R_{0,j}^t, j=0,1,\dots,N-1$ 을 경관정한 $\hat{\mathbf{u}}$ 를 생성한다. 이후 $\hat{\mathbf{u}}$ 를 재부호화하여 $\hat{\mathbf{c}} = \hat{\mathbf{u}} \mathbf{G}_N$ 을 생성하고 조기 종료 조건인 $\hat{\mathbf{c}} = \tilde{\mathbf{c}}$ 이 만족되면 반복 복호를 종료한다. 조기 종료 기법을 사용할 경우 추가적인 조기 종료 판별기가 필요하지만 신호 대 잡음비 (signal to noise ratio, SNR)가 증가함에 따라 평균적인 반복 복호 횟수 I_a 가 줄어들어 평균 복호 복잡도는 $O(2I_a N \log_2 N)$ 로 나타낼 수 있으며 기존 BP 복호 기법 대비 평균적으로 낮은 복호 복잡도를 가진다.

III. 제안하는 기법

극 부호는 리드-플러 부호의 부분 집합으로 생성 행렬 $\mathbf{G}_N$ 의 j 번째 행 벡터를 $\mathbf{g}_j, j=0,1,\dots,N-1$ 라고 하면 극 부호의 $w_{\min}$ 은 아래 식과 같이 표현할 수 있고

$$w_{\min} = \min(w_H(\mathbf{g}_j)), j \in I \quad (6)$$

여기에서 $w_H(\cdot)$ 는 벡터의 해밍 무게를 나타낸다^[11]. 생성 행렬 $\mathbf{G}_N$ 의 행 벡터 $\mathbf{g}_j, j \in I$ 들 중 해밍 무게가 $w_H(\mathbf{g}_j) = w_{\min}$ 를 만족하는 인덱스 집합 M 을

$$M = \{j \mid j \in I, w_H(\mathbf{g}_j) = w_{\min}\} \quad (7)$$

식 (7)과 같이 정의하면 해밍 무게가 $w_H(\mathbf{c}) < 2w_{\min}$ 인 부호어 $\mathbf{c}$ 는 아래 식과 같이

$$\mathbf{g}_j + \langle \mathbf{g}_{j+1}, \mathbf{g}_{j+2}, \dots, \mathbf{g}_{N-1} \rangle, j \in M \quad (8)$$

$\mathbf{g}_j, j \in M$ 와 $\mathbf{g}_i, j < i \leq N-1, i \in I$ 들의 선형 조합으로만 생성될 수 있으며^[11, 12] 여기에서 $\langle \cdot \rangle$ 는 벡터들의 선형 조합을 나타낸다. 따라서 집합 M 의 원소 중 가장 작은 값을 $k_{\min}$ 이라 정의하면 $\hat{\mathbf{c}}$ 과 실제 송신된 부호어 $\mathbf{c}$ 의 해밍 거리가 $d(\hat{\mathbf{c}}, \mathbf{c}) < 2w_{\min}$ 을 만족할 경우 $\hat{u}_j, j < k_{\min}$ 정보 비트들에서는 오류가 발생하지 않았음을 알 수 있다.

BP 복호 기법의 오류 패턴^[13]은 수렴 오류, 수렴되지 않는 오류 그리고 진동 오류로 분류할 수 있다. 그림 2-4에는 각 오류 패턴별로 매 반복 복호마다 조기 종료 판별기에서 생성되는 $\hat{\mathbf{c}}$ 과 $\tilde{\mathbf{c}}$ 의 해밍 거리 $d(\hat{\mathbf{c}}, \tilde{\mathbf{c}})$ 그리고 $\hat{\mathbf{c}}$ 과 $\mathbf{c}$ 의 해밍 거리 $d(\hat{\mathbf{c}}, \mathbf{c})$ 을 나타냈다. 그림 2-4에서 볼 수 있는 바와 같이 $d(\hat{\mathbf{c}}, \tilde{\mathbf{c}})$ 와 $d(\hat{\mathbf{c}}, \mathbf{c})$ 은 세 가지 오류 패턴에 대해 유사한 동작을 보인다. 따라서 $d(\hat{\mathbf{c}}, \tilde{\mathbf{c}})$ 값을 통해 $d(\hat{\mathbf{c}}, \mathbf{c})$ 을 비교적 정확하게 추정할 수 있음을 알 수 있다. 이러한 사실들을 바탕으로 매 반복 복호 후 $d(\hat{\mathbf{c}}, \tilde{\mathbf{c}})$ 이 주어진 임계값 $\alpha, \alpha < 2w_{\min}$ 에 대해 아래와 같은 식을 만족하면

$$d(\hat{\mathbf{c}}, \tilde{\mathbf{c}}) \leq \alpha \quad (9)$$

$k_{\min}$ 보다 작은 인덱스를 가지는 정보 비트에서는 오류

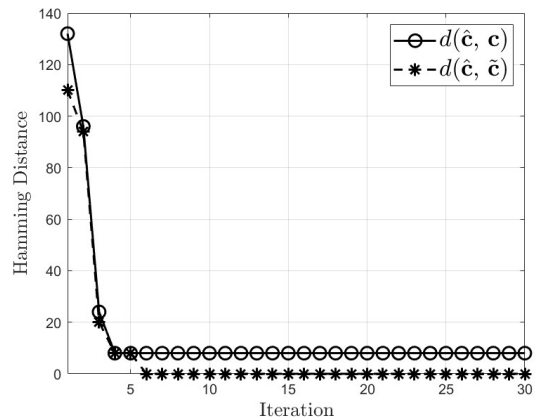


그림 2. 반복 복호 횟수에 따른 $d(\hat{\mathbf{c}}, \mathbf{c})$ 와 $d(\hat{\mathbf{c}}, \tilde{\mathbf{c}})$, (수렴 오류)

Fig. 2. $d(\hat{\mathbf{c}}, \mathbf{c})$ and $d(\hat{\mathbf{c}}, \tilde{\mathbf{c}})$ versus iterations, (converged error).

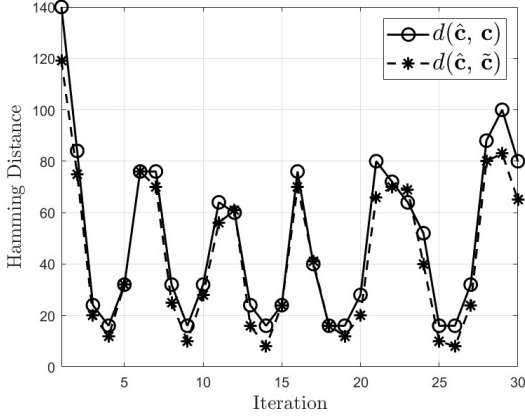


그림 3. 반복 복호 횟수에 따른 $d(\hat{c}, c)$ 와 $d(\hat{c}, \tilde{c})$, (수렴되지 않는 오류)
Fig. 3. $d(\hat{c}, c)$ and $d(\hat{c}, \tilde{c})$ versus iterations, (unconverged error).

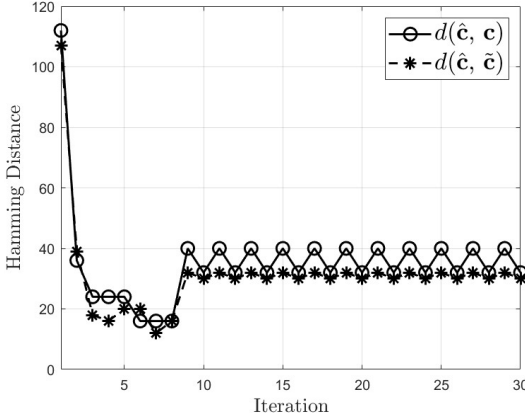


그림 4. 반복 복호 횟수에 따른 $d(\hat{c}, c)$ 와 $d(\hat{c}, \tilde{c})$, (진동 오류)
Fig. 4. $d(\hat{c}, c)$ and $d(\hat{c}, \tilde{c})$ versus iterations, (oscillation error).

가 발생하지 않은 것으로 판단하여 $\hat{u}_j, j < k_{\min}$ 을 경판정하고 이후 반복 복호 과정에서는 나머지 정보 비트에 대해서만 반복 복호를 수행하는 기법을 제안한다.

극 부호는 재귀적인 구조를 가지며 $i = 1, \dots, \log_2 N$ 번째 단계에서 길이가 2^i 인 $2^{\log_2 N - i}$ 개의 하위 극 부호로 나눌 수 있고 식 (9)가 만족되어 $\hat{u}_j, j < k_{\min}$ 이 경판정되면 이후 반복 복호 과정에서 $N_s = 2^{\lceil \log_2(N - k_{\min}) \rceil}$ 길이의 하위 극 부호에 대해서만 반복 복호를 수행할 수 있으며 여기에서 $\lceil x \rceil$ 는 실수 x 와 같거나 큰 최소의 정수를 나타낸다. 그림 5에는 $N=8$ 이고 $k_{\min}=4$ 일 때 식 (9)가 만족되어 정보 비트 $\hat{u}_j, j < 4$ 이 경판정된

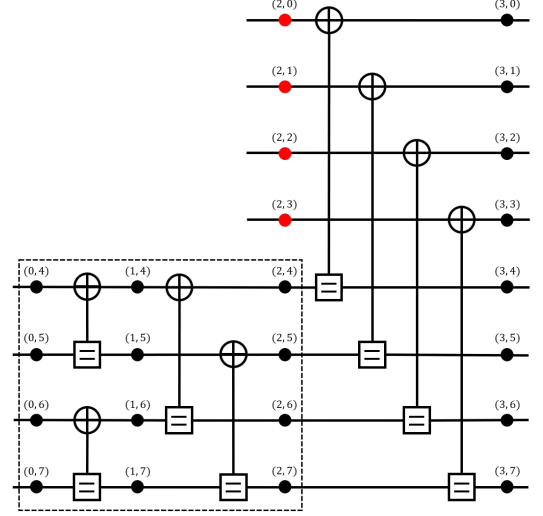


그림 5. $N=8$, $k_{\min}=4$ 인 BP 복호기의 팩터 그래프
Fig. 5. Factor graph of belief propagation decoder ($N=8$, $k_{\min}=4$).

BP 복호기의 팩터 그래프를 나타냈다. 식 (9)가 만족되면 $(2, j)$, $j=0,1,2,3$ 인 노드의 비트가 0 혹은 1로 결정되며 이에 따라 $R_{2,j}^t, j=0,1,2,3$ 는 각각 ∞ 혹은 $-\infty$ 로 고정되어 이후 반복 복호 과정에서 해당 값들이 사용된다.

G-matrix based ESBP 복호 기법의 경우 매 반복 복호 종료 후 $\hat{u}G_N$ 를 계산해야 하며 이 과정에서 $(2, j)$, $j=0,1,2,3$ 노드에 대한 비트 값이 계산되므로 추가 복잡도 없이 이후 반복 복호에서 사용할 $R_{2,j}^t$ 의 값을 설정할 수 있다. $L_{3,j}^t, j=0,1, \dots, 7$ 는 식 (4)에 주어진 초기값에 따라 $L(c_j|y_j)$ 로 고정되며 $R_{2,j}^t, j=0,1,2,3$ 역시 고정된 값을 가지므로 이후 반복 복호 과정에서 $(2, j)$, $j=4,5,6,7$ 노드의 $L_{2,j}^t$ 역시 고정됨을 확인할 수 있다. 따라서 식 (9)가 만족되어 정보 비트 $\hat{u}_j, j < 4$ 이 경판정되면 그 결과를 통해 $L_{2,j}^t, j=4,5,6,7$ 를 계산하고 이후 반복 복호 과정에서는 그림 5의 점선 사각형으로 표시된 길이가 $N_s=4$ 인 하위 극 부호에 대해서만 반복 복호를 수행할 수 있다. 생성 행렬 기반 조기 종료 판별을 위해 매 반복 복호가 종료되면 $R_{3,j}^t, j=0,1, \dots, 7$ 메시지들의 업데이트가 추가로 수행되어야 하나 $R_{2,j}^t, j=0,1,2,3$ 이 ∞ 혹은 $-\infty$ 로 고정되어 있어 비교적 낮은 복잡도로 해당 메시지들을 업데이트할 수 있다.

제안하는 기법에서는 $k_{\min}$ 이 커질수록 식 (9)가 만족될 경우 경관정할 수 있는 정보 비트의 수가 늘어나고 반복 복호가 수행되는 하위 극 부호의 길이가 짧아져 복호 복잡도가 크게 낮아진다. [10]에서는 극 부호의 부호율에 따라 미리 설정된 최소 해밍 무게 조건을 만족하는 비트 채널 인덱스를 선택한 후 선택된 비트 채널의 신뢰도를 바탕으로 정보 비트를 할당하여 복호 성능을 개선하는 극 부호 설계 기법이 제안되었다. 이를 통해 극 부호 설계를 수정하여 복호 성능이 개선될 수 있음을 알 수 있다. 따라서, 설계된 극 부호의 $k_{\min}$ 이 $N/2$ 보다 작은 경우 복잡도 감소를 극대화하기 위해 $k_{\min} \geq N/2$ 이 되도록 극 부호 설계 결과를 수정할 수 있다. 인덱스 집합 M 에서 $N/2$ 보다 작은 원소의 개수가 m 이라고 하면 해당 m 개의 원소들을 I 에서 제거하고 I^C 에 추가한다. 대신 집합 $\{j \mid w_H(\mathbf{g}_j) > w_{\min}, j \in I^C\}$ 의 원소들을 채널 인덱스로 갖는 비트 채널들 중 극 부호 설계 시 신뢰도가 가장 높았던 m 개의 비트 채널에 해당하는 인덱스들을 I^C 에서 제거하고 I 에 추가함으로써 $k_{\min} \geq N/2$ 의 조건을 만족하는 극 부호를 설계할 수 있다.

식 (9)가 최초로 만족되는 평균 반복 복호 횟수를 I_p 그리고 생성 행렬 기반 조기 종료 조건을 만족하는 평균 반복 복호 횟수를 I_a 라 하면 제안하는 기법의 복호 복잡도는 $O(I_p 2N \log_2 N + (I_a - I_p) 2N_s \log_2(N_s))$ 과 같이 나타낼 수 있으며 여기에서 N_s 는 식 (9)가 만족된 이후 반복 복호가 수행되는 하위 극 부호의 길이를 나타낸다. 한편, 식 (9)가 만족되면 $L_{\log_2 N_s, j}^t, j = N - N_s, N - N_s + 1, \dots, N - 1$ 의 초기 값 설정을 위해 $L_a = \sum_{i=\log_2 N_s}^{\log_2 N-1} 2^i$ 만큼의 덧셈이 필요하며 생성 행렬 기반 조기 종료 판별을 위한 $R_{n,j}^t, j = 0, 1, \dots, N-1$ 의 업데이트에

$R_a = (I_a - I_p) \sum_{i=\log_2 N_s}^{\log_2 N-1} 2^{i+1}$ 만큼의 덧셈이 필요하다. 제안하는 기법의 계산 복잡도 및 지연 시간을 G-matrix based ESBP 그리고 연속 제거 리스트 (successive cancellation list, SCL)^[15] 복호 기법과 비교하여 표 1에 나타냈으며 여기에서 지연 시간은 클럭 사이클을 기준으로 계산하였다. G-matrix based ESBP 복호 기법은 메시지 업데이트와 조기 종료 판별을 위한 클럭 사이클이 각각 $I_a(2\log_2 N - 1)$ 와 $2I_a$ 이며 SCL 복호 기법은 메시지 업데이트와 정렬을 위한 클럭 사이클이 각각 $2N - 2$ 와 N 이다^[14, 16].

IV. 전산 실험 결과

제안하는 기법의 성능을 확인하기 위해 사용된 전산 실험 파라미터는 표 2와 같으며 여기에서 R 은 부호율을 나타내고 최대 반복 복호 횟수 I_m 은 BP 복호 기법의 FER이 10^{-3} 을 달성하는 영역에서 성능 열화가 발생하지 않도록 60으로 설정하였다. 표 2를 바탕으로 설계된 각각의 극 부호에 대한 $w_{\min}$ 과 $k_{\min}$ 은 표 3과 같다. 표 3에서 볼 수 있는 바와 같이 $(N, R) = (128, 1/3)$ 과 $(N, R) = (1024, 1/2)$ 인 경우에 각각 $k_{\min} = 60$, $k_{\min} = 442$ 이 되어 $k_{\min} \geq N/2$ 의 조건을 만족하지 않아 제안하는 기법에서 기술한 바와 같이 극 부호를 수정하였으며 수정된 극 부호의 $k_{\min}$ 은 각각 86과 688이 되어 $k_{\min} \geq N/2$ 의 조건을 만족한다. 설계된 극 부호들의 프레임 오류율 (frame error rate, FER) 성능 결과는 그림 6에 나타냈으며 비교를 위해 $(N, R) = (128, 1/3)$ 그리고 $(N, R) = (1024, 1/2)$ 인 경우에 대해서는 수정 전 극 부호의 FER 성능을 같이 나타냈다. 그림 6에서 볼 수 있는 바와 같이 복잡도 감소를 극대화하기 위하여 제안하는 기법에 따라 수정된 극 부호는 약간의 신뢰도 손실이 발생할 수 있지만, 최

표 1. 제안하는 기법의 계산 복잡도 및 지연 시간
Table 1. computational complexity and latency of proposed scheme.

Decoding Scheme	Proposed	G-matrix based ESBP	SCL
$f(x, y)$	$I_p 2N \log_2 N + (I_a - I_p) 2N_s \log_2(N_s)$	$I_a 2N \log_2 N$	$L(N/2) \log_2 N$
Adder	$I_p 2N \log_2 N + L_a + (I_a - I_p)(2N_s \log_2(N_s) + R_a)$	$I_a 2N \log_2 N$	$L(N/2) \log_2 N$
XOR	-	-	$L(N/2) \log_2 N$
Latency [clock cycles]	$I_a(2\log_2 N + 1)$	$I_a(2\log_2 N + 1)[14]$	$3N - 2[16]$

표 2. 전산 실험 파라미터
Table 2. Simulation Parameters.

Parameters	Values
Channel	AWGN
Channel Construction Scheme	β -expansion[9] ($\beta = 2^{1/4}$)
Frame Size, N	128, 256, 512, 1024
Code Rate, R	1/3, 1/2
Early Stopping Criterion	G-matrix[5]
I_m	60

표 3. 설계된 극 부호의 $w_{\min}$, $k_{\min}$ 그리고 수정된 $k_{\min}$
Table 3. $w_{\min}$, $k_{\min}$ and modified $k_{\min}$ of Polar Code.

R	N	$w_{\min}$	$k_{\min}$	Modified $k_{\min}$
1/3	128	16	60	86
	256	16	184	-
	512	16	432	-
	1024	16	928	-
1/2	128	8	88	-
	256	8	208	-
	512	8	448	-
	1024	16	442	688

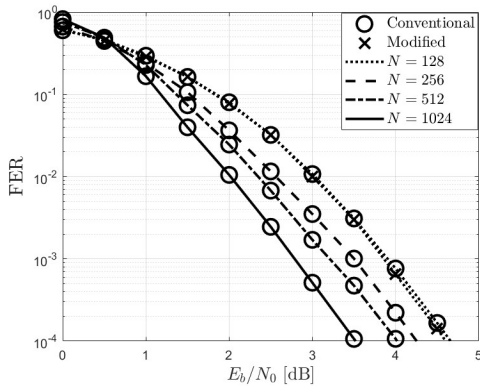
소 해밍 무게를 가지는 부호어의 개수가 감소하게 되어 성능 열화가 발생하지 않을 뿐만 아니라 오히려 성능이 개선됨을 확인할 수 있다.

제안하는 기법에서 사용되는 임계값 α 의 최적값 α_{opt} 를 구하기 위해 FER이 10^{-3} 과 10^{-4} 사이를 달성

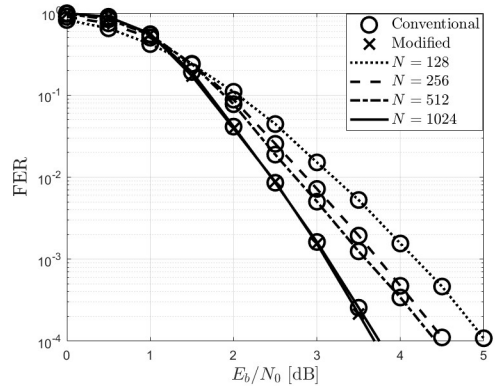
하는 E_b/N_0 [dB] 영역에서 임계값에 따른 FER 성능을 확인하였고 그 결과는 그림 7에 나타내었다. 여기에서 E_b 는 정보 비트당 에너지를 의미하며 그림 7에서 볼 수 있는 바와 같이 각각의 극 부호들에 대해 $\alpha \leq w_{\min} - 1$ 일 때 성능 열화가 거의 없고 α 가 $w_{\min} - 1$ 보다 커짐에 따라 성능 열화가 발생한다. 따라서 α_{opt} 는 성능 열화를 야기하지 않는 $w_{\min} - 1$ 을 사용하였으며 α_{opt} 에 따른 제안하는 기법의 FER 성능과 평균 반복 복호 횟수는 각각 그림 8과 그림 9에 나타냈다. 그림 8과 그림 9를 통해 제안하는 기법의 FER 성능은 기존 기법과 비교하여 FER = 10^{-4} 을 달성하는 영역에서 성능 열화가 없으며 I_a 는 거의 동일함을 확인할 수 있다. 제안하는 기법의 경우 ($I_a - I_p$)에 비례하여 복잡도 감소량이 증가하며 그림 9를 통해 I_p 는 I_a 와 비교하

표 4. 제안하는 기법의 복호 복잡도 감소량
Table 4. Reduced decoding complexity of the proposed scheme.

R	N	E_b/N_0 [dB]	Reduced complexity [%]	
			$f(x, y)$	Adder
1/3	128	4.62	8.06	5.02
	256	4.28	10.98	8.81
	512	4.02	11.69	9.38
	1024	3.53	7.95	6.21
1/2	128	5.03	9.27	6.58
	256	4.55	11.02	8.09
	512	4.45	10.20	7.65
	1024	3.72	5.97	4.89



(a) $R = 1/3$



(b) $R = 1/2$

그림 6. 설계된 극 부호의 프레임 오류 성능
Fig. 6. FER performances of the designed polar codes.

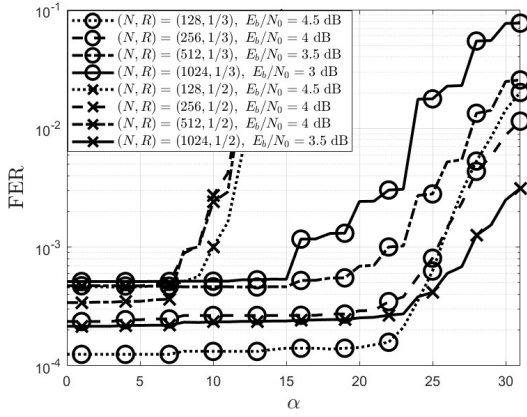
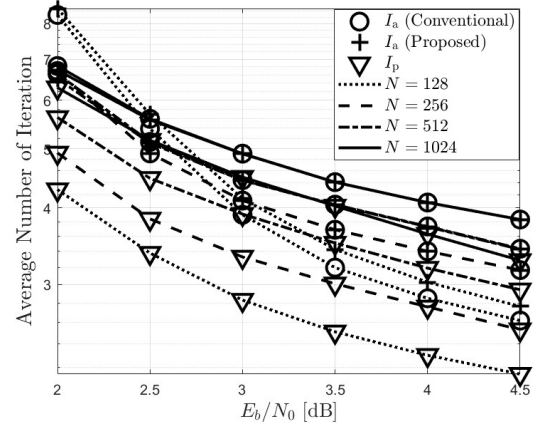
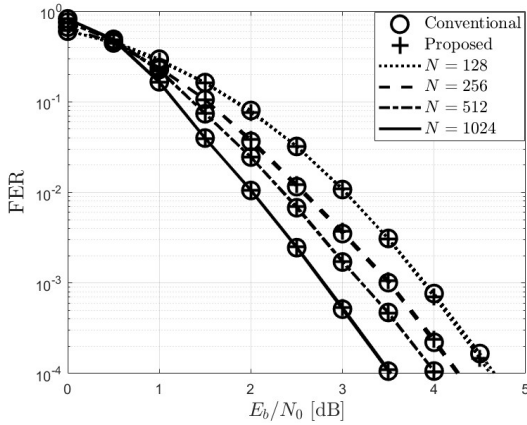


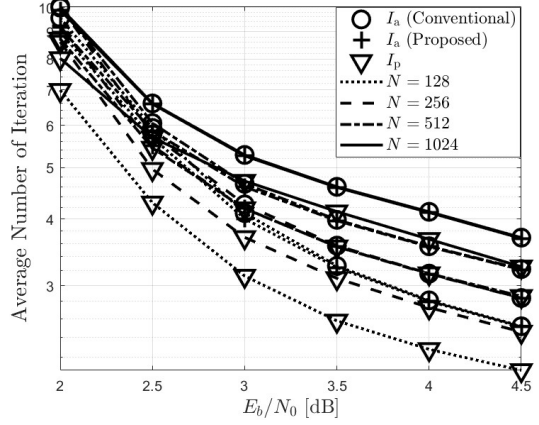
그림 7. 임계값에 따른 프레임 오류 성능
Fig. 7. FER performances versus thresholds.



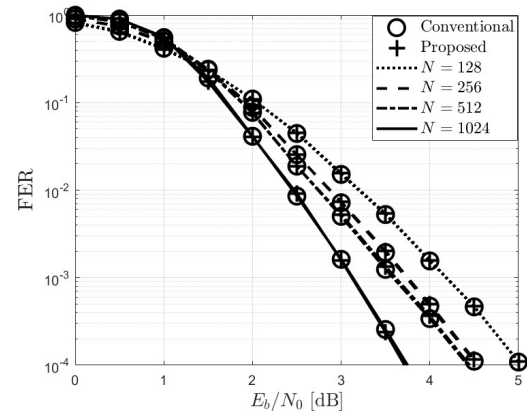
(a) $R = 1/3$



(a) $R = 1/3$



(b) $R = 1/2$



(b) $R = 1/2$

그림 8. 제안하는 기법의 프레임 오류 성능
Fig. 8. FER performances of the proposed scheme.

그림 9. 제안하는 기법의 I_a 및 I_p
Fig. 9. I_a and I_p of the proposed scheme.

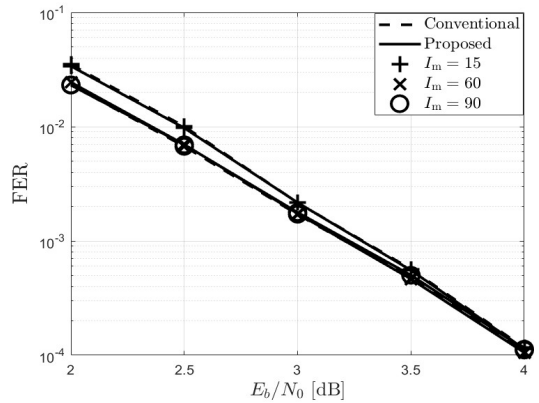


그림 10. 최대 반복 복호 횟수에 따른 제안하는 기법의 프레임 오류 성능
Fig. 10. FER Performances of the proposed scheme of $(N, R) = (512, 1/3)$.

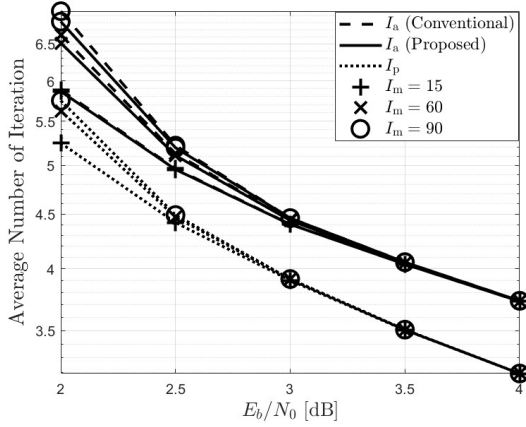


그림 11. 최대 반복 복호 횟수에 따른 제안하는 기법의 I_a 및 I_p
 Fig. 11. I_a and I_p of the proposed scheme of $(N, R) = (512, 1/3)$.

여 작은 값을 가짐을 확인할 수 있고 이를 통해 제안하는 부분 조기 종료 기법을 사용함으로써 복호 복잡도를 낮출 수 있음을 확인할 수 있다. FER 성능이 10^{-4} 를 달성하는 E_b/N_0 [dB] 영역에서 표 1을 바탕으로 계산된 제안하는 기법의 복호 복잡도 감소량은 표 4과 같다. 표 4에서 볼 수 있는 바와 같이 제안하는 기법은 성능 열화 없이 f -연산 횟수를 최소 5.97 %에서 최대 11.69 %까지 감소시킬 수 있으며 덧셈 연산 횟수를 최소 4.89 %에서 최대 9.38 %까지 감소시킬 수 있다. 한편, I_m 설정값에 따른 제안하는 기법의 성능 열화 및 복잡도 감소량을 확인하기 위해 I_m 이 15, 60 그리고 90인 경우의 FER 성능 및 평균 반복 복호 횟수 I_a 를 확인하였으며 그 결과는 각각 그림 10과 11에 나타났다. 그림 10을 통해 I_m 이 동일한 경우 제안하는 기법의 성능 열화가 발생하지 않으며 그림 11을 통해 FER이 10^{-4} 를 달성하는 영역에서 I_m 에 관계없이 I_a 및 I_p 가 거의 같음을 확인할 수 있다. 이를 통해 제안하는 기법의 복잡도 감소량은 I_m 의 영향을 받지 않음을 알 수 있다.

V. 결 론

본 논문에서는 생성 행렬 기반 ESBP 복호 기법의 반복 복호 과정에서 극 부호의 최소 해밍 무게의 특징을 이용하여 정보 비트 별로 조기 종료를 수행하는 기법을 제안하였다. 제안하는 기법은 성능 열화 없이 생성 행렬 기반 ESBP 복호 기법의 복호 복잡도를 감소시킬 수 있다.

References

- [1] E. Arikan, "Channel polarization: A method for constructing capacity-achieving codes for symmetric binary-input memoryless channels," in *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 55, no. 7, pp. 3051-3073, Jul. 2009. (<https://doi.org/10.1109/TIT.2009.2021379>)
- [2] E. Arkan, "Polar codes: A pipelined implementation," in *Proc. ISBC*, pp. 11-14, 2010. (https://www.ee.bilkent.edu.tr/~arikan/isbc_2010)
- [3] Y. S. Park, Y. Tao, S. Sun, and Z. Zhang, "A 4.68Gb/s belief propagation polar decoder with bit-splitting register file," *2014 Symp. VLSI Circuits Digest of Technical Papers*, pp. 1-2, Honolulu, HI, USA, Jul. 2014. (<https://doi.org/10.1109/VLSIC.2014.6858413>)
- [4] J. Xu, T. Che, and G. Choi, "XJ-BP: Express journey belief propagation decoding for polar codes," *2015 IEEE Global Commun. Conf. (GLOBECOM)*, pp. 1-6, San Diego, CA, USA, 2015. (<https://doi.org/10.1109/GLOCOM.2015.7417316>)
- [5] B. Yuan and K. K. Parhi, "Early stopping criteria for energy-efficient low-latency belief-propagation polar code decoders," in *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 62, no. 24, pp. 6496-6506, Dec. 2014. (<https://doi.org/10.1109/TSP.2014.2366712>)
- [6] C. Chen, X. Zhang, Y. Liu, W. Wang, and Q. Zeng, "An ultra-low complexity early stopping criterion for belief propagation polar code decoder," in *IEEE Commun. Lett.*, vol. 26, no. 4, pp. 723-727, Apr. 2022. (<https://doi.org/10.1109/LCOMM.2022.3146876>)
- [7] C. Lee, C. Park, S. Back, and W. Oh, "Low complexity early stopping belief propagation decoder for polar codes," in *IEEE Access*, vol. 12, pp. 72098-72104, May 2024. (<https://doi.org/10.1109/ACCESS.2024.3402662>)

- [8] H. Li and J. Yuan, "A practical construction method for polar codes in AWGN channels," *IEEE 2013 Tencon - Spring*, pp. 223-226, Sydney, NSW, Australia, Aug. 2013.
(<https://doi.org/10.1109/TENCONSpring.2013.6584444>)
- [9] G. He, et al., "Beta-expansion: A theoretical framework for fast and recursive construction of polar codes," *GLOBECOM 2017 - 2017 IEEE Global Commun. Conf.*, pp. 1-6, Singapore, Jan. 2017.
(<https://doi.org/10.1109/GLOCOM.2017.8254146>)
- [10] B. Li, H. Shen, and D. Tse, "A RM-polar codes," *arXiv preprint arXiv:1407.5483*, Jul. 2014.
(<https://doi.org/10.48550/arXiv.1407.5483>)
- [11] S. B. Korada, "Polar codes for channel and source coding," Ph.D. dissertation, EPFL, 2009.
(<https://doi.org/10.5075/epfl-thesis-4461>)
- [12] R. Polyanskaya, M. Davletshin, and N. Polyanskii, "Weight distributions for successive cancellation decoding of polar codes," in *IEEE Trans. Commun.*, vol. 68, no. 12, pp. 7328-7336, Dec. 2020.
(<https://doi.org/10.1109/TCOMM.2020.3020959>)
- [13] S. Sun, S.-G. Cho, and Z. Zhang, "Error patterns in belief propagation decoding of polar codes and their mitigation methods," *2016 50th Asilomar Conf. Signals, Syst. and Comput.*, pp. 1199-1203, Pacific Grove, CA, USA, Mar. 2016.
(<https://doi.org/10.1109/ACSSC.2016.7869562>)
- [14] S. M. Abbas, Y. Fan, J. Chen, and C.-Y. Tsui, "High-throughput and energy-efficient belief propagation polar code decoder," in *IEEE Trans. VLSI Syst.*, vol. 25, no. 3, pp. 1098-1111, Mar. 2017.
(<https://doi.org/10.1109/TVLSI.2016.2620998>)
- [15] I. Tal and A. Vardy, "List decoding of polar codes," in *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 61, no. 5, pp. 2213-2226, May 2015.
(<https://doi.org/10.1109/TIT.2015.2410251>)

- [16] B. Yuan and K. K. Parhi, "Low-latency successive-cancellation list decoders for polar codes with multibit decision," in *IEEE Trans. VLSI Syst.*, vol. 23, no. 10, pp. 2268-2280, Oct. 2015.
(<https://doi.org/10.1109/TVLSI.2014.2359793>)

박 찬 수 (Chansoo Park)



2023년 2월 : 충남대학교 정보통신공학과 학사
2023년 3월~현재 : 충남대학교 전파정보통신공학과 석사과정
<관심분야> 통신시스템 설계 및 구현, 디지털 통신

[ORCID:0009-0009-2044-2336]

백 성 열 (Sungyeol Back)



2020년 2월 : 충남대학교 정보통신공학과 학사
2022년 2월 : 충남대학교 전자전파정보통신공학과 석사
2023년 9월~현재 : 충남대학교 전파정보통신공학과 박사과정

<관심분야> 통신시스템 설계 및 구현, 디지털 통신
[ORCID:0000-0001-6161-5904]

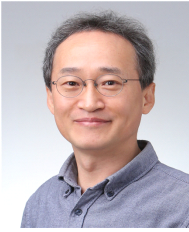
고 영 준 (Youngjun Ko)



2024년 8월 : 충남대학교 정보통신공학과 학사
2024년 9월~현재 : 충남대학교 전파정보통신공학과 석사과정
<관심분야> 통신시스템 설계 및 구현, 디지털 통신

[ORCID:0009-0001-0180-3281]

오 왕 록 (Wangrok Oh)



1994년 2월 : 포항공과대학교 학
사

1997년 2월 : 포항공과대학교 석
사

2003년 8월 : 포항공과대학교 박
사

1997년~2000년 : 포항공과대학
교 정보통신연구소 전임연구원

2003년~2006년 : 포항공과대학교 정보통신연구소 전
임연구원

2006년~2010년 : 충남대학교 정보통신공학과 조교수

2010년~2015년 : 충남대학교 정보통신공학과 부교수

2015년~현재 : 충남대학교 정보통신공학과 교수

<관심분야> 통신시스템 설계 및 구현, 오류정정부
호, MIMO 시스템

[ORCID:0000-0001-8205-5432]